УДК 629.5.011

АНАЛИЗ ЗАПАСОВ НА ИЗНОС СУДОВЫХ КОРПУСНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

А.А. Осняч

ФБОУ ВПО «Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота»,
Россия, 236029, г. Калининград, ул. Молодежная, 6
E-mail: oaahome@mail.ru

На основе вероятностных представлений рассмотрена структура прочного размера связи судового корпуса под действием многократных нагружений и при наличии случайного износа. Показано, что учет указанного может существенно изменить соотношение между «силовой» и «износовой» составляющими прочного размера связи для нового судна по сравнению с детерминированными представлениями.

судовые конструкции, случайные нагрузки, износ

Предположим, что U – некоторое случайное событие, заключающееся в невыполнении заданного критерия прочности судовой корпусной конструкции. При стационарном за весь период T_0 нагружении неизнашиваемой конструкции вероятность $P(U)$ реализации события U одинакова для равных промежутков времени. Указанное нашло отражение в авиации [1], где принято нормировать вероятность отказа на час полета.

При наличии износа, под которым мы понимаем физическое уменьшение размеров связи во времени, ситуация существенно изменяется. Для последовательных промежутков времени τ вероятность $P(U)$ уже не будет постоянной, на каждом последующем промежутке ее величина возрастает. Оценим вероятность реализации опасного состояния U на произвольном промежутке времени τ.

В любой промежуточный момент времени текущий уровень прочности A определяется как

$$A = A_0 - \Delta A, \qquad (1)$$

где ΔA – потеря прочности вследствие износа за предшествующий период эксплуатации t; A_0 – прочность в начале эксплуатации.

Если в момент t на конструкцию воздействует нагрузка случайной амплитуды q, то при заданном критерии прочности существует вероятность его нарушения:

$$P_0 = P(A_0 < A + \Delta A). \qquad (2)$$

Детерминированная связь между A и q, а также зависимость $\Delta A(t)$ определяются выбранным опасным состоянием, методом расчета и типом элемента конструкции. В общем случае можно записать:

$$A = cq^n, \qquad (3)$$

где c и n – численные параметры.

Оценим вероятность нарушения условия прочности P_0 по (2) за предстоящий период эксплуатации τ для судна возрастом T. Момент нагружения t распределен равномерно на участке $T < t < T + \tau$ и имеет плотность распределения:

$$f(t) = \begin{cases} 0, \text{ при } t < T \\ \dfrac{1}{\tau}, \text{ при } T \le t \le T + \tau \\ 0, \text{ при } t > T + \tau \end{cases}. \quad (4)$$

Полагая связь между t и ΔA линейной, можно записать плотность распределения для ΔA:

$$f(\Delta A) = \begin{cases} 0, \text{ при } \Delta A < \Delta A_T \\ \dfrac{1}{\Delta A_\tau}, \text{ при } \Delta A_T \le \Delta A \le \Delta A_M \\ 0, \text{ при } \Delta A > \Delta A_M \end{cases}, \quad (5)$$

где $\Delta A = V_A t$; $\Delta A_T = V_A T$; $\Delta A_M = V_A(T + \tau)$; $\Delta A_\tau = V_A \tau$; V_A – скорость изменения прочного размера связи.

Если известно долговременное распределение амплитуд нагрузки $f_q(q)$, то плотность распределения величины $A = cq^n$ может быть найдена по известной формуле:

$$f_A(A) = f_q\left[\left(\frac{A}{c}\right)^{1/n}\right] \frac{A^{1/n-1}}{nc^{1/n}}. \quad (6)$$

Отметим, что если q не имеет статической составляющей и распределена по закону Вейбулла, то и распределение (6) также будет вейбулловым.

Тогда интегральная функция распределения величины $A_0 = A + \Delta A$ может быть найдена из композиции законов распределения A и ΔA:

$$G(A_0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{A_0-\Delta A} f(A, \Delta A) dA d\Delta A, \quad (7)$$

где $f(A,\Delta A)$ – совместная плотность распределения A и ΔA.

Полагая, что момент времени однократного воздействия внешней нагрузки не связан с ее амплитудой, а также принимая во внимание вид распределения ΔA и пределы фактического изменения переменных, получим:

$$G(A_0) = \frac{1}{\Delta A_\tau} \int_{\Delta A_T}^{\Delta A_M} \int_{0}^{A_0-\Delta A} f_A(A) dA d\Delta A. \quad (8)$$

Выражение (8) справедливо при $A_0 > \Delta A_M$, в противном случае первый интеграл следует вычислять от ΔA_T до A_0. Однако этот случай практического интереса не представляет, поскольку начальная прочность конструкции исчерпывается физическим износом полностью и отказ наступает и без воздействия нагрузки.

Тогда вероятность исчерпания прочности при однократном нагружении может быть определена по формуле:

$$P_0 = 1 - G(A_0) = \frac{1}{\Delta A_\tau} \int_{\Delta A_T}^{\Delta A_M} \int_{A_0-\Delta A}^{\infty} f_A(A) dA d\Delta A. \quad (9)$$

При N нагружениях вероятность хотя бы одного отказа может быть определена по формуле:

$$P_n = 1 - (1 - P_0)^N. \quad (10)$$

В общем случае N случайно и характеризуется законом распределения $P_N(N)$. Тогда суммарная вероятность отказа с учетом случайного характера N будет:

$$P_m = \sum_{N=1}^{Nmax} P_k(N)[1-(1-P_0)^N], \tag{11}$$

где N_{max} – максимальное число воздействий за период эксплуатации.

В общем случае закон распределения $P_N(N)$ должен определяться для каждого вида нагрузок на основе анализа их природы. Во многих случаях может быть использован закон распределения Пуассона, описывающий, с одной стороны, большое количество реальных процессов и, с другой – являющийся асимптотическим приближением для ряда других законов распределения.

Подставляя в (11) выражение $P_N(N)$ для закона Пуассона, получаем:

$$P_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda^n}{n!} e^{-\lambda}[1-(1-P_0)^n] = 1 - e^{-\lambda P_0}, \tag{12}$$

где $\lambda = \mu\tau$ – среднее число нагружений за период эксплуатации; μ – среднее число нагружений за единицу времени.

Однако сам среднегодовой износ имеет существенную изменчивость. Если $f_V(V_A)$ – плотность распределения среднегодовых износов, то суммарная вероятность отказа конструкции с учетом изменчивости износов может быть определена по формуле:

$$P_\Sigma^* = \int_0^\infty f_V(V) P_m(V) dV. \tag{13}$$

Учитывая в пределах интегрирования возможность исчерпания прочности из-за физического износа и исключая эти случаи по формуле полной вероятности, можно получить следующее выражение для вероятности отказа только вследствие внешних нагружений:

$$P_\Sigma = 1 - \frac{\int_0^{A_0/T+\tau} f_V(V) e^{-\mu\tau P_0(V)} dV}{\int_0^{A_0/T+\tau} f_V(V) dV}. \tag{14}$$

Полученные выше зависимости позволяют выполнить анализ влияния различных факторов на требуемые запасы износа. Одной из особенностей результатов анализа в вероятностной постановке является их недостаточная наглядность, поскольку получение аналитических зависимостей в замкнутом виде в общем случае невозможно, практически могут быть реализованы только численные решения. Ниже, для оценки влияния на результат исходных факторов и допущений, получены решения в замкнутом виде для частных случаев вероятностных распределений, которые, тем не менее, по своим свойствам не сильно отличаются от обычно принимаемых при подобном анализе.

Представим полный размер связи в виде:

$$A_0 = A_н + A_и, \tag{15}$$

где $A_н$ – размер связи нетто без износовой составляющей; $A_и$ – износовая составляющая полного размера связи.

Допустим, что амплитуды внешних нагрузок распределены по экспоненциальному закону с параметром $q_{ср}$ при наличии статической составляющей $q_{ст}$:

$$P(q) = \exp(-{}^{(q - q_{ст})}/_{q_{ср}}),\ q \geq q_{ст}. \quad (16)$$

Представим зависимость требуемого прочного размера связи от величины амплитуды нагрузки в виде:

$$A = cq. \quad (17)$$

Тогда по (16) распределение прочного размера связи будет:

$$P(A) = \exp(-\frac{(A - cq_{ст})}{cq_{ср}}). \quad (18)$$

Представим $q_{ст}$ в виде:

$$q_{ст} = \frac{A_{ст}}{c}\ , \quad (19)$$

где $A_{ст}$ – такой прочный размер связи, при котором рассматриваемое опасное состояние конструкции достигается при воздействии только статической составляющей нагрузки $q_{ст}$.

Выражение (18) с учетом (19) примет вид:

$$P(A) = P_0 = \exp(-\frac{(A - A_{ст})}{cq_{ср}}). \quad (20)$$

В предположении отсутствия износа из (20) можно выразить некоторый эквивалентный (приведенный) размер связи $A_э$:

$$A_э = A_{ст} + \frac{q_{ср}}{\sigma_р}\ \ln({}^{1}/_{P_0}). \quad (21)$$

Эта величина зависит только от параметров закона распределения нагрузок и принятых запасов прочности.

Задаваясь значениями $A_э$ и $A_{ст}$, можно оценить произведение $cq_{ср}$ по формуле:

$$cq_{ср} = A_э\frac{(1 - a_{ст})}{\ln({}^{1}/_{P_0})}. \quad (22)$$

где $a_{ст} = \dfrac{A_{ст}}{A_э}$.

Предположим, что из-за износа прочный размер связи линейно изменяется во времени:

$$A = A_0(1 - \omega t) = A_0 - Vt. \quad (23)$$

Тогда вероятность достижения опасного состояния конструкции для нагружения в произвольный момент времени t будет:

$$P_0(t) = \exp\left(\frac{A_{ст}}{cq_{ср}}\right)\exp\left(-\frac{A_0(1-\omega t)}{cq_{ср}}\right). \quad (24)$$

Вероятность превышения опасного уровня напряжений для однократного нагружения с учетом износа, осредненная за весь срок службы, будет:

$$P_0 = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} P_0(t)dt = \frac{cq_{ср}}{A_0\omega T_0}\exp\left(-\frac{(A_0 - A_{ст})}{cq_{ср}}\right)\left[\exp\left(\frac{A_0\omega T_0}{cq_{ср}}\right) - 1\right] \quad (25)$$

или с учетом (22):

$$P_0 = \frac{1-a_{\text{ст}}}{\Delta a\left|\ln P_0\right|}\exp\left(-\frac{a_0-a_{\text{ст}}}{1-a_{\text{ст}}}\left|\ln P_0\right|\right)\left[\exp\left(\frac{\Delta a}{1-a_{\text{ст}}}\left|\ln P_0\right|\right)-1\right], \quad (26)$$

где $\Delta a = \dfrac{A_0\omega T_0}{A_э} = \dfrac{VT_0}{A_э}$; $a_0 = \dfrac{A_0}{A_э}$.

Разрешая (26) относительно a_0, получаем выражение для полного размера связи на начало срока службы:

$$A_0 = A_э\left(a_{\text{ст}} + \frac{1-a_{\text{ст}}}{\left|\ln P_0\right|}\ln\frac{(1-a_{\text{ст}})\left(\exp\left(-\frac{\Delta a}{1-a_{\text{ст}}}\left|\ln P_0\right|\right)-1\right)}{\Delta a P_0\left|\ln P_0\right|}\right). \quad (27)$$

В силу детерменированно заданного среднегодового износа V износовая составляющая размера связи определяется по (23), тогда размер нетто будет:

$$A_{\text{н}} = A_0 - VT_0. \quad (28)$$

Таким образом, при данной схеме нормирования размер нетто зависит не только от параметров внешних нагрузок и запасов прочности, но и от закономерностей износа.

Дополним решение предположением о случайном характере самих значений среднегодовых износов. Для возможности получения замкнутых решений примем в качестве распределения среднегодовых износов двухпараметрический закон Эрланга, имеющий колоколообразный вид, что не противоречит наблюдаемому в реальности:

$$f(V) = \frac{n}{V_0(n-1)!}\left(\frac{nV}{V_0}\right)^{n-1}\exp\left(-\frac{nV}{V_0}\right), \quad (29)$$

где V_0 – математическое ожидание среднегодового износа; n – параметр закона, определяющий степень изменчивости износов.

При $n \to \infty$ дисперсия стремится к нулю, и мы имеем детерменированно заданный среднегодовой износ.

Сохраняя допущение об однократном воздействии, определим вероятность достижения опасного состояния за весь срок службы по формуле полной вероятности:

$$P_0 = \int_0^\infty P_0(V)\,f(V)\,dV, \quad (30)$$

где $P_0(V)$ – вероятность по (25) при $V = \text{const}$.

Подстановка (25) и (29) в (30) после преобразований приводит к

$$P_0 = \frac{1-a_{\text{ст}}}{\Delta a_{\text{ср}}\left|\ln P_0\right|}\frac{n}{(n-1)}\left[\left(1-\frac{\Delta a_{\text{ср}}}{n(1-a_{\text{ст}})}\left|\ln P_0\right|\right)^{1-n}-1\right]\exp\left(-\frac{a_0-a_{\text{ст}}}{1-a_{\text{ст}}}\left|\ln P_0\right|\right), (31)$$

где $\Delta a_{\text{ср}} = \dfrac{V_0T_0}{A_э}$.

Нетрудно убедиться, что при $n \to \infty$ (31) преобразуется в (26). Аналогично (27), (31) можно развернуть относительно полного размера связи A_0.

Однако в данном случае указать размеры износовой составляющей затруднительно, поскольку неизвестно конкретное значение среднегодового износа. Приравняв (26) и (31), можно определить условно постоянный (эквивалентный) среднегодовой износ $V_э$, при котором размеры связи нового судна будут одинаковы. Тогда произведение $V_э T$ можно трактовать как износовую составляющую размера связи. Отметим, что при таком подходе и размер нетто, и износовая составляющая размера связи оказываются функцией параметров внешних нагрузок, запасов прочности и закономерности износа.

Указанное является следствием взаимовлияния на итоговую расчетную вероятность изменчивости как нагрузок, так и собственно износа. Последний такой же полноправный размерообразующий фактором, как и внешние нагрузки, а во многих случаях износовые запасы оказываются относительно большими, чем собственно силовые.

Для примера на рисунке представлены результаты расчета эквивалентного среднегодового износа в зависимости от коэффициента вариации. При выполнении расчета предположено, что за 25 лет эксплуатации рассматриваемая связь вследствие износа потеряет 30% своего начального прочного размера A_0. Варьировались также статическая составляющая размера связи и ожидаемое за весь срок службы судна число нагружений (тонкие линии соответствуют приблизительно $2{\cdot}10^8$ нагружений, а толстые – порядка 200). Как видно из рисунка, все перечисленные факторы оказывают существенное влияние на эквивалентный среднегодовой износ. Таким образом, размер нетто и износовая составляющая размера связи оказываются функцией параметров внешних нагрузок, запасов прочности и закономерности износа.

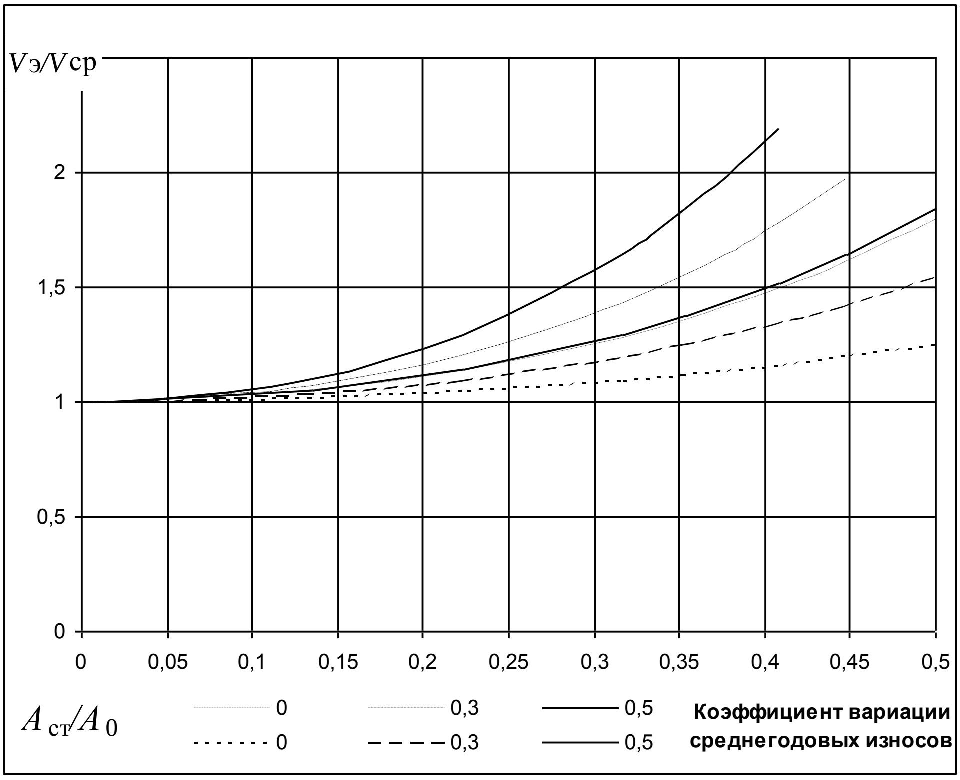

Рис. Эквивалентные среднегодовые износы

Fig. Equivalent averages for a year wears

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Гладкий, В.Ф. Вероятностные методы проектирования конструкции летательного аппарата / В.Ф. Гладкий. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 272 с.

THE ANALYSIS OF WEAR RESERVE FOR THE SHIP HULL STRUCTURES

A.A. Osnyach

On the basis of probabilistic conceptions is considered the structure of the strong size of a ship hull member under action repeated loadings and at presence of random wear. It is shown, that the account specified can essentially change a ratio between “power” and “wear” components of the strong size of member for a new ship in comparison with the determined conceptions

ship structures, random loadings, wear