

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ УРОВНЕМ ГРУНТОВЫХ ВОД
НА БАЗЕ КОНТРОЛЛЕРА OSTAGON И ТРЕХМЕРНОЙ МОДЕЛИ
ПОЛЬДЕРНЫХ СИСТЕМ

Е.Н. Графова, Н.Д. Бобарыкин, В.М. Смертин

ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет»,
Россия, 236022, г. Калининград, Советский проспект, 1
E-mail:bobarykin.ru

Продолжена разработка нового подхода к решению задачи автоматизированного управления системой поддержания уровня грунтовых вод (СП УГВ), которая организуется на базе промышленного контроллера Otagon [1] с использованием инвариантной нестационарной трехмерной математической модели польдерных систем (ПС) в качестве инструмента мониторинга параметров последних. Однако такая модель не позволяет рассчитывать температуру почвы [2], учет которой может влиять на процессы переноса влаги в осушаемом массиве через коэффициенты фильтрации, влагопроводности и т. д., поэтому основной целью этой работы стали построение эффективного алгоритма расчета температурного режима почвы в осушаемом массиве и некоторые уточнения программного обеспечения контроллера. Температурный режим почвы описывается уравнением эффективной теплопроводности в частных производных параболического типа. Приводится разработанный по дивергентной схеме устойчивый алгоритм численного решения данного уравнения.

математическая модель системы автоматизированного управления уровнем грунтовых вод, двухуровневая система, промышленный контроллер, показатели качества, алгоритм численного решения уравнения, эффективная теплопроводность

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ
ПОЧВЫ ПОЛЬДЕРНЫХ СИСТЕМ

Температурный режим почвы описывается известным уравнением эффективной теплопроводности в частных производных параболического типа [3, 4]:

$$c(z,t)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(z,t) \frac{\partial T}{\partial z} \right] + f_{уст} \quad z \in [0, H], \quad (1)$$

где T – температура почвы в осушаемом массиве польдерных систем в точке z в момент времени t ; λ – коэффициент эффективной теплопроводности; c – эффективный коэффициент объемной теплоемкости; $f_{уст}$ – внутрпочвенный источник тепла. Нижняя граница при $z=0$ совпадает с уровнем грунтовых вод, а верхняя при $z=H$ — с поверхностью почвы.

Коэффициент теплопроводности λ торфяной почвы вычисляется следующим образом:

$$\lambda = 1.17(n_0 + n_1 w + n_{11} w^2 + n_{12} w \rho + n_2 \rho + n_2 \rho^2), \quad (2)$$

где $n_0 = 4.37 \cdot 10^{-4}$; $n_1 = 0.263$; $n_{11} = -0.192$; $n_{12} = 2.276 \cdot 10^{-3}$; $n_2 = 0.336 \cdot 10^{-3}$; $n_{22} = -1.895 \cdot 10^{-6}$; w – объемная влажность доли единицы ($0 \leq w \leq 1$); ρ - плотность почвы.

Начальные условия. Начальное распределение температуры почвы задавалось следующей зависимостью:

$$T(z,0) = \varphi(z), \quad \varphi(z) = \frac{0.3}{H} \cdot z + T_0, \quad (3)$$

где $\varphi(z)$ - распределение температуры в начальный момент времени по профилю почвы; T_0 - значение температуры почвы на нижней границе, при $z = 50$ см задавалось $T_0 = 7^\circ C$.

Граничные условия. Верхнее граничное условие задается на поверхности почвы при $z=H$ и вытекает из анализа метода теплового баланса. Уравнение баланса тепла имеет вид:

$$R - Q - LE - P = 0, \quad (4)$$

где R – радиационный баланс; Q – поток тепла в почву; L – скрытая теплота испарения; E – испарение; P – турбулентный отток тепла в атмосферу.

При этом радиационный баланс поверхности почвы определяется следующим соотношением:

$$R = R_c - R_{om} - e_{эф}, \quad (5)$$

где R_c - солнечная суммарная радиация; R_{om} - отраженная солнечная радиация; $e_{эф}$ - эффективное длинноволновое излучение (разница между собственным излучением почвы и встречным излучением атмосферы).

Радиационный баланс считается известной величиной, так как его составляющие можно измерить актинометрическими приборами.

Турбулентный отток тепла в атмосферу P рассчитывается следующим образом:

$$P = \rho_e \chi^2 C_p \frac{u_2 - u_1}{\ln \frac{z_2}{z_1}} \frac{T_3 - T_4}{\ln \frac{z_4}{z_3}}, \quad (6)$$

где ρ_e - плотность воздуха; χ - постоянная Кармана; C_p - удельная теплоемкость воздуха; u_2, u_1 - скорость ветра на высоте z_2, z_1 соответственно; T_3, T_4 - температура воздуха на высоте z_3, z_4 соответственно.

Затраты тепла на испарение LE могут быть определены соотношением:

$$LE = L \rho_e \chi^2 \delta \frac{u_2 - u_1}{\ln \frac{z_2}{z_1}} \frac{e_3 - e_4}{\ln \frac{z_4}{z_3}}, \quad (7)$$

где L – удельная теплота парообразования; ρ_e - плотность воздуха; χ - постоянная Кармана; δ - вспомогательный коэффициент; u_2, u_1 - скорость ветра на высоте z_2, z_1 соответственно; e_3, e_4 - влажность воздуха на высоте z_3, z_4 соответственно.

Для расчета турбулентного оттока тепла в атмосферу и затраты тепла на испарение необходимо знать скорость ветра, температуру и влажность воздуха на двух высотах. С целью повышения точности метода расчета величин за нижнюю высоту измерений принимают уровень, наиболее близко расположенный к поверхности, с тем чтобы разность температур и влажности воздуха на нижнем и верхнем уровнях была максимальной. На практике нижний уровень совпадает с верхней границей слоя шероховатости, а верхний — принимается равным 2 м.

На верхнем слое шероховатости скорость ветра равна нулю, значит, для расчета турбулентного оттока тепла в атмосферу и затраты тепла на испарение необходимы данные на двух высотах только для температуры и влажности воздуха.

В утренние и дневные часы суток обычно наблюдается сверхравновесная стратификация атмосферы, при которой температура воздуха на нижнем уровне превосходит температуру на высоте 2 м. В вечерние и ночные часы преобладают инверсионные условия. При таких условиях температура слоев воздуха, примыкающих к поверхности, вследствие выхолаживания опускается ниже температуры на высоте 2 м. Подобная ситуация наблюдается и с ходом влажности воздуха.

Вследствие подобия процессов тепло- и влагообмена в приземном слое атмосферы предполагается, что механизм связи влажности воздуха у поверхности земли с влажностью воздуха на высоте 2 м остается таким же, что и механизм связи температуры подстилающей поверхности с температурой воздуха.

Поток тепла в почву определяется по формуле Фурье:

$$Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}, \quad (8)$$

где $\frac{\partial T}{\partial z}$ - градиент температуры почвы по высоте.

Таким образом, верхнее граничное условие имеет вид:

$$\frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{\lambda} (LE + P - R) \text{ при } z=H, \quad (9)$$

где LE , P и R вычисляются по формулам (5) – (7).

Нижнее граничное условие задается на уровне грунтовых вод при $z=0$ и имеет вид:

$$T(0,t) = T_0. \quad (10)$$

Таким образом, полностью сформулирована постановка задачи моделирования температурного режима почвы T вдоль оси z .

Численное решение параболического уравнения теплопроводности почвы

Для численного решения данной краевой задачи (1) – (10) воспользуемся методом прогонки. С этой целью от дифференциального уравнения (1) перейдем к системе конечно-разностных уравнений. Дискретизируем задачу, т. е. вводим равномерные сетки по переменным z и t :

$$0 = z_0 < z_1 < \dots < z_i < \dots < z_{n-1} < z_n = H, \quad (11)$$

где n - число пространственных узлов; $z_i = i \cdot h$; $h = H/n$; $i = 0, 1, \dots, n$.
Определим $T_i = T(z_i)$.

$$0 = t_0 < t_1 < \dots < t_j < \dots < t_{k-1} < t_k = BP, \quad (12)$$

где k - число временных слоев; $t_j = j \cdot k$; $\tau = tk/k$; $j = 0, 1, \dots, k$.

Значение температуры почвы в i -м узле и на j -м временном слое определим как $T_{ij} = T(x_i, t_j)$.

Исходное дифференциальное уравнение в частных производных параболического типа (1) аппроксимируется конечно-разностными уравнениями во внутренних узлах по консервативной схеме (на разностной сетке выполняются законы сохранения) с первым порядком точности по времени t и со вторым – по пространственной координате z , т.е. $O(\tau, h^2)$, что нетрудно установить с помощью ряда Тейлора. Выполнение указанных свойств аппроксимации параболического уравнения (1) связано с введением номеров полуцелых пространственных узлов $i \pm 1/2$ для вычисления функции Φ .

$$\frac{T_i^{j+1} - T_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2} [\lambda_{i+\frac{1}{2}} \cdot (T_{i+1}^{j+1} - T_i^{j+1}) - \lambda_{i-\frac{1}{2}} \cdot (T_i^{j+1} - T_{i-1}^{j+1})] + f_{ум}, \quad (13)$$

где $\lambda_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{\lambda_{i+1} + \lambda_i}{2}$; $i = 1, 2, \dots, n-1$; $j = 0, 1, \dots, k-1$.

Эти разностные уравнения приводятся к явному каноническому трехточечному виду:

$$A_i T_{i+1}^{j+1} - B_i T_i^{j+1} + C_i T_{i-1}^{j+1} = -D_i \quad (14)$$

где $A_i = \frac{\lambda_{i+1} + \lambda_i}{2 \cdot h^2}$; $C_i = \frac{\lambda_{i-1} + \lambda_i}{2 \cdot h^2}$; $B = A_i + C_i + \frac{1}{\tau}$; $D_i = \frac{T_i^j}{\tau} + f_{ум}$.

Наиболее эффективным для решения системы уравнений с трехдиагональной матрицей (14) является метод прогонки.

Отметим, что критерий устойчивости численного решения к ошибкам округления для данного метода выполнен, если

$$B_i - (A_i + C_i) = \frac{1}{\tau} > 0, \quad (15)$$

а значит, полученная дивергентная разностная схема (13) безусловно-устойчива и аппроксимирует дифференциальное уравнение (1) с первым порядком точности по времени и со вторым — по координате.

Искомая дискретная функция T_i^{j+1} вычисляется по следующей рекуррентной формуле:

$$T_i^{j+1} = E_{i+1} \cdot T_{i-1}^{j+1} + W_{i+1}; i = n-1, \dots, 1, 0, \quad (16)$$

где прогоночные коэффициенты E_{i+1} и W_{i+1} определяются в прямом ходе $i = 1, \dots, n-1$:

$$E_{i+1} = \frac{A_i}{B_i - C_i \cdot E_i} \quad ; \quad W_{i+1} = \frac{C_i \cdot W_i + D_i}{B_i - C_i \cdot E_i} \quad (17)$$

Как следует из рекуррентных соотношений (17), для начала расчета прогоночных коэффициентов необходимо вычислить начальные значения E_1 и W_1 , которые определяются с помощью нижнего граничного условия (10) и соотношения (16) для точки $i = 0$:

$$\begin{cases} T_{0j+1} = T_0; \\ T_0^{j+1} = E_1 T_1^{j+1} + W_1. \end{cases} \quad (18)$$

Совпадение правых частей двух соотношений (18) будет достигаться только при выполнении следующих условий:

$$E_1 = 0 \text{ и } W_1 = T_0. \quad (19)$$

Верхнее граничное условие (9) используется для начала обратного хода $i = n-1, \dots, 1, 0$ по формуле (16), в результате которого вычисляются искомые значения концентрации T_i^{j+1} . Запишем в разностном виде граничное условие (9), а соотношение (16) для точки $i = n-1$:

$$\begin{cases} \frac{T_n^{j+1} - T_{n-1}^{j+1}}{h} = \frac{1}{\lambda} (LE + P - R) = \phi \text{ или } T_n^{j+1} = T_{n-1}^{j+1} + h \cdot \phi; \\ T_{n-1}^{j+1} = E_n T_n^{j+1} + W_n. \end{cases} \quad (20)$$

Для решения системы уравнений (20) относительно T_n^{j+1} подставим значение T_{n-1}^{j+1} из первого уравнения во второе, тогда

$$T_n^{j+1} = \frac{W_n + h \cdot \phi}{1 - E_n}. \quad (21)$$

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОЧВЫ ПОЛЬДЕРНЫХ СИСТЕМ

Система дифференциальных уравнений (1) с начальными и граничными условиями интегрировалась по времени с шагом 1200 с в течение 24 ч. Интервал глубины почвы, температуру которой исследовали, составлял 0-50 см.

Из анализа пространственных распределений, приведенных на рис. 1, следует, что температура на поверхности почвы определяется радиационным балансом. С увеличением глубины почвы внешние факторы не оказывают значительного влияния на её температуру, формируясь при этом в зависимости от величины теплопроводности почвы и температуры грунтовых вод.

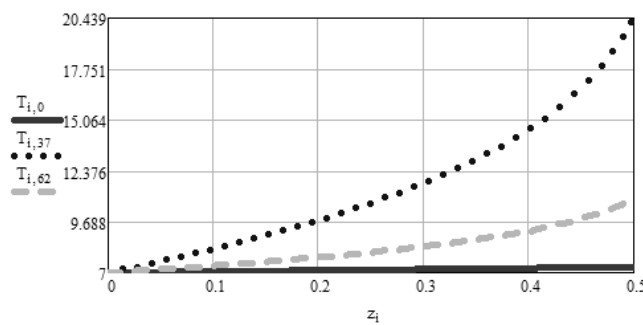


Рис. 1. Результаты численных расчетов температуры почвы для трех значений времени: $t_0=0$ с, $t_{37}=44400$ с, $t_{62}=74400$ с

Fig. 1. The results of the numerical calculations of soil temperature for three values of time: $t_0 = 0$ с, $t_{37} = 44400$ с, $t_{62} = 74400$ с

На рис. 2 приведена рассчитанная временная зависимость температуры почвы от времени на нескольких слоях почвы. В утренние часы с ростом радиационного баланса и уменьшения влияния испарения и оттока тепла в

атмосферу с поверхности почвы температура начинает возрастать, достигая своего максимума в 13.30 ч, что соответствует максимуму радиационного баланса. После достижения максимума с уменьшением радиационного баланса и увеличением влияния испарения и оттока тепла в атмосферу почва начинает охлаждаться.

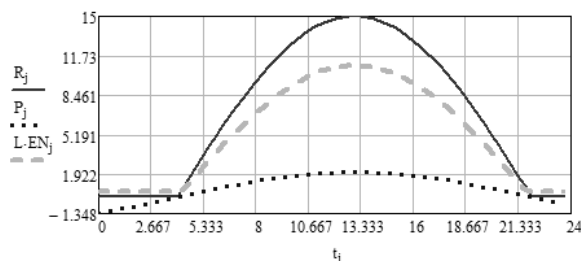


Рис. 2. Результаты численных расчетов температуры почвы от времени на четырех слоях почвы: $z_{15} = 7,5$ см; $z_{50} = 25$ см; $z_{75} = 37,5$ см; $z_{100} = 50$ см

Fig. 2. The results of the numerical calculations of soil temperature at four soil layers: $z_{15} = 7.5$ cm; $z_{50} = 25$ cm; $z_{75} = 37.5$ cm; $z_{100} = 50$ cm

Предложенный метод нахождения температурного поля в осушаемом массиве польдерных систем является работоспособным, а результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными, что дает возможность использования приведенного выше алгоритма расчета температуры почвы в инвариантной нестационарной трехмерной математической модели польдерных систем (ИНТММ ПС) [1], в которой процессы переноса влаги описываются достаточно сложной системой дифференциальных нелинейных уравнений в частных производных, коэффициенты которых зависят от температуры почвы. Так, например, двухмерное уравнение Буссинеска для уровня грунтовых вод в осушаемом массиве ПС записывается в виде:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} K_f \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} K_f \frac{\partial H}{\partial y} \pm \xi(t, x, y), \quad (22)$$

где H - уровень грунтовых вод, м; μ - коэффициент водоотдачи; K_f - коэффициент фильтрации, м/с; ξ - функция источника (стока) влаги, м/с.

При положительных температурах коэффициент фильтрации вычисляется по формуле Пуазейля:

$$K(T)_f = K_f (1 + 0.0337 \cdot T + 0.000221 \cdot T^2). \quad (23)$$

В области отрицательных температур коэффициент фильтрации можно определять по формуле В. Д. Комарова (1975):

$$K_0(T) = K_0 \left(\frac{m - J(T) - W_0}{m - W_0} \right)^{P_1}; \quad P_1 \approx 7; \quad (24)$$

где K_0 - коэффициент фильтрации; W_0 - влагоемкость прекращения движения влаги в жидком виде; m - пористость, $p=3-6$.

3. ОРГАНИЗАЦИЯ ПОДДЕРЖАНИЯ УРОВНЯ ГРУНТОВЫХ ВОД

Система управления УГВ обеспечивает необходимую оптимальную влажность почвы ПС, организуется в виде распределённой двухуровневой системы на базе промышленного контроллера MicroPC фирмы Octagon Systems и включает в себя импортную и отечественную элементную базу приборов и средств автоматизации, выполняющую измерения, контроль, регистрацию, регулирование параметров польдерных систем [1]. Нижний уровень управления представлен подсистемами автоматического контроля и регулирования режимных параметров процесса и обеспечивает логическое управление сменой функциональных состояний элементов системы при пуске, останове, в режиме ожидания. Верхний уровень системы микропроцессорного управления осушением (увлажнением) земельного массива реализует гибкую стратегию управления ПС, координирует взаимодействие всех элементов СП УГВ при работе их в едином комплексе, включая операции по транспорту воды в ёмкости, необходимые для полива в засушливые сезоны года, и обеспечивает вывод информации о текущем состоянии объекта управления оператору, наблюдающему за процессом.

Сложность построения системы управления УГВ ПС, кроме технических аспектов, описанных выше, обуславливается еще большим объемом компьютерных вычислений при реализации ИНТММ ПС, состоящей из системы дифференциальных нелинейных уравнений в частных производных: Сен-Венана, Буссинеска, капиллярного переноса влаги, а также при наличии дренажных систем – напорного или безнапорного движения воды в дренажных трубах, усложняющихся структурой обрабатываемых данных, в частности входных и выходных параметров математических моделей мелиоративных систем. В связи с этим авторами разрабатываются различные методы реализации указанной проблемы, например, на основе решения обратной задачи. Для построения общего алгоритма такой задачи, как отмечалась выше, используются идеи теории оптимизации и вариационного исчисления. Задача сводится к следующему: по данным, полученным из мониторинга по существующему состоянию почвы (проведенного с помощью ИНТММ ПС), строится аппроксимационный двумерный функционал путем нахождения его стационарных значений на множествах значений функций состояния, параметров ПС в дискретной формулировке и заданного критерия качества (оптимального значения УГВ, определяемого видом произрастающих растений на ОС) H_{op} , вычисляется производительность насосной станции Q_{op} , при которой невязка $|H - H_{op}| \rightarrow min$. В силу двумерности аппроксимирующей функции и проведенного мониторинга варьируются два параметра Q и h (уровень воды в проводящем канале) в интервалах $Q1 - Q2 \text{ м}^3/\text{с}$ и $h1 - h2 \text{ м}$, соответственно. Оптимизационный поиск позволяет вычислять оптимальную производительность насосной станции $Q \text{ м}^3/\text{с}$ и уровень воды в проводящем канале $h \text{ м}$ для поддержания заданного значения УГВ H_{op} и тем самым обеспечивать заданную влажности почвы [2].

Информационное обеспечение системы управления ПС организуется в виде базы данных, которая содержит информацию о длительности процесса увлажнения почвы $t_{ПС}$ и технологического цикла $T_{ТЦ}$ для размерного ряда i воды из проводящих каналов и обеспечивает ввод с пульта и получение любой необходимой информации в простой и удобной форме оператором – технологом. При поступлении (забора) i воды из проводящих каналов в осушаемый массив

оператор с помощью соответствующего математического и программного обеспечения выбирает нужный режим.

Таким образом, верхний уровень системы микропроцессорного управления осушением (увлажнением) земельного массива реализует гибкую стратегию управления ПС, координирует взаимодействие всех элементов СП УГВ при работе их в едином комплексе, включая операции по транспорту воды в ёмкости, необходимые для полива в засушливые сезоны года.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Графова, Е.Н. Автоматизированное управление системой поддержания уровня грунтовых вод в пolderных системах / Е.Н. Графова, Н.Д. Бобарькин, В.М. Смертин // Известия КГТУ. - № 26.- Калининград, 2012. – С. 4.

2. Графова, Е.Н. Математическое моделирование совершенных пolderных систем: монография / Е.Н. Графова, Н.Д. Бобарькин. – Калининград: Изд-во КГТУ, 2009. – 299 с.

3. Нерпин, С.В. Физика почв / С.В. Нерпин, А.Ф. Чудновский. – М.: Наука, 1976. – 650 с.

4. Бобарькин, Н.Д. Постановка задачи моделирования температурного поля в осушаемом массиве пolderных систем / Н.Д. Бобарькин, В.Ю. Ефремов // Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике: сборник статей международной научно-технической конференции. – Пенза: Приволжский Дом знаний, 2010. – 232 с.

DEVELOPMENT OF MANAGEMENT SYSTEM OF GROUNDWATER LEVEL BASED ON THE CONTROLLER OF THE OCTAGON THE THREE-DIMENSIONAL MODEL OF POLDER SYSTEMS

E.N. Grafova, N.D. Bobarykin, V.M. Smertin

Continued on the development of a new approach to solving the problem of automatic control system for the maintenance of a level of subsoil waters (GWL), which is organized on the base of industrial controller Octagon [3] with the use of invariant Nonstationary three-dimensional mathematical model of polder systems (IP) as a tool for monitoring parameters. However, the mathematical model of the PS does not count [1] soil temperature, which may affect the moisture transport processes in the drained filter coefficients through the array, moisture permeability are put, and so on, so the main objective of this work is to develop an effective algorithm for calculating the temperature regime of the soil in the drained area and some clarification of the controller software. The temperature of the soil is described by the equation of the effective thermal conductivity.

mathematical model of automatic control system for groundwater level, a two-tier system, industrial controller, quality indicators, the algorithm of numerical solution of equations, the effective thermal conductivity

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 13-01-00607-а