

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ, ПРИВОДЯЩЕГО К ФАНТОМИЗАЦИИ

А.А. Юрова, А.В. Юров*, В.К. Беляев*

ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет»,
Россия, 236022, г. Калининград, Советский проспект, 1; E-mail: yurov@freemail.ru

*Балтийский федеральный университет имени И. Канта,
Россия, 236041, г. Калининград, ул. А. Невского, 14;
E-mail: artyom_yurov@mail.ru, v.k.belyaev@gmail.com

Применение метода EoS позволило описать все виды уравнений состояния, приводящих к четырем типам сингулярностей при ненулевом значении масштабного фактора. В данной работе рассмотрен эффект пересечения фантомной зоны и поставлен вопрос о форме соответствующего уравнения состояния. Показано, что точка фантомизации связана с точкой ветвления в уравнении состояния.

фантомная граница, уравнение состояния, эволюция Вселенной

ВВЕДЕНИЕ

Открытие ускоренного расширения Вселенной [1,2] привело к целому ряду новых концепций в космологии. Последние наблюдения за сверхновыми звездами показывают, что Вселенная состоит из 71,3% темной энергии и 27,4% темной материи (остальные 1,3% приходятся главным образом на барионную составляющую)[3]. Давление темной энергии, предложенной в качестве объяснения ускорения расширения Вселенной, должно быть отрицательным [4-9], так что безразмерный параметр w (в системе единиц, где $c=1$, ρ - плотность темной энергии, а p - давление) оказывается отрицательным:

$$w = p/\rho < 0.$$

Согласно современным данным существуют три возможных значения для темной энергии: $w < -1$, $w = -1$, и $w > -1$ ($w = -1.04_{-0.10}^{+0.09}$)[10,11]. Если значение $w < -1$, то возникает нарушение энергетических условий. Появляющееся в таком случае фантомное поле является неустойчивым в рамках квантовой теории поля [12], но может быть стабильным в классической космологии и описывается с помощью скалярного поля с отрицательным кинетическим членом. Лагранжианы с такими свойствами появляются в некоторых моделях супергравитации [13], в теории гравитации с производными высоких порядков[14] и в струнной теории поля [15].

Дополнительный интерес к моделям с фантомным полем обусловлен тем, что они предсказывают Большой Разрыв (Big Rip) [16-21]. Теоретически, масштабный фактор Вселенной становится бесконечным за конечное время, что и было названо сингулярностью Большого Разрыва. Предложены несколько подходов, в которых такая особенность не появлялась:

(I) Рассмотреть ускорение, вызванное фантомным полем, как переходной процесс. Это возможно для нескольких скалярных потенциалов.

(II) Учесть квантовые эффекты, которые могут замедлить или остановить возникновение сингулярности Большого Разрыва [22].

(III) Использовать модели модифицированной гравитации таким образом, чтобы они согласовались с наблюдательными данными, но исключали явление Большого разрыва [23].

(IV) Совместить темную энергию и темную материю особым образом [24], используя специальное уравнение состояния [25].

Также, как для фантомов, модели квинтэссенции способны породить другие сингулярности при конечном значении масштабного фактора. Классификация таких сингулярностей приведена в статье [26]. Например, сингулярность II типа (внезапная) и сингулярность III типа при конечном значении масштабного фактора приводят к бесконечной плотности энергии и (или) давлению темной энергии ("Big Freeze" и Sudden сингулярности).

При более подробном рассмотрении становится понятно, что условие $w < -1$ не является достаточным для возникновения сингулярности: можно построить такие модели, в которых параметр w асимптотически стремится к -1 , а плотность энергии со временем увеличивается или остается неизменной, но сингулярность в случае конечного времени не появляется [27-31]. Наиболее очевидный случай может быть рассмотрен, когда коэффициент Хаббла остается постоянным, что удовлетворяет условию Псевдоразрыва (Pseudo-Rip) [32]. Также интересная ситуация связана с космологией Малого Разрыва (Little Rip) [34], где коэффициент Хаббла стремится к бесконечности в бесконечном будущем [32-34]. Ключевым моментом является то, что если w приближается к -1 достаточно быстро, то возможно создать модель, в которой время, необходимое для возникновения сингулярности, бесконечно, т.е. сингулярности не наступает. Тем не менее, можно показать, что даже в этом случае распад связанных структур происходит по аналогии с Большим Разрывом.

Существует элегантный метод, позволяющий связать типы возникающих особенностей с видом уравнения состояния, однако такой анализ не проводился пока систематическим образом для выяснения видов уравнений состояний, приводящих к эффекту пересечения фантомной границы. Данная статья заполняет указанный пробел. В первой ее части при помощи метода уравнения состояния (метод EoS) получен общий вид функции $f(\rho)$, приводящей к фантомизации. Вторая часть посвящена рассмотрению сценариев эволюции Вселенной и нахождению явного выражения для $f(\rho)$. В заключительной части сформулирована теорема об условиях, приводящих к фантомизации.

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ

Запишем выражение для масштабного фактора [35]:

$$a(t) = - \left(\frac{t^3 - T^3}{t} \right)^{1/3}. \quad (1)$$

Подразумевается, что $t < 0$. Большой Взрыв имеет место при $t = T < 0$, а Большой Разрыв происходит в момент $t = 0$. Если ввести переменные $t = -x$, $T = -\tau$ ($x > 0$; $\tau > 0$), то (1) можно представить в виде:

$$a(x) = - \left(\frac{-x^3 + \tau^3}{-x} \right)^{1/3} = \left(\frac{\tau^3 - x^3}{x} \right)^{1/3}. \quad (2)$$

При этом x эволюционирует от τ до 0. В переменных $t = -x$ выражение для параметра уравнения состояния

$$w(x) = \frac{p(t)}{\rho(t)} = \frac{-3\tau^3(-4x^3 + \tau^3)}{(-2x^3 - \tau^3)^2} = \frac{3\tau^3(\tau^3 - 4x^3)}{(2x^3 + \tau^3)^2} = -1 + \frac{2(2x^6 + 8x^3\tau^3 - \tau^6)}{(2x^3 + \tau^3)^2}. \quad (3)$$

При этом в момент Большого Взрыва ($x = \tau$) реализуется предельное жесткое уравнение состояния с $w(\tau) = 1$ и $w(0) = -3$. Другими словами, имеется пересечение фантомной зоны. Удобно ввести безразмерную переменную, $y = x/\tau$, тогда можно переписать выражение (3) так:

$$w(y) = \frac{3(4y^3 - 1)}{(2y^3 + 1)^2} = -1 + \frac{2(2y^6 + 8y^3 - 1)}{(2y^3 + 1)^2}. \quad (4)$$

График для функции (4) представлен на рис. 1.

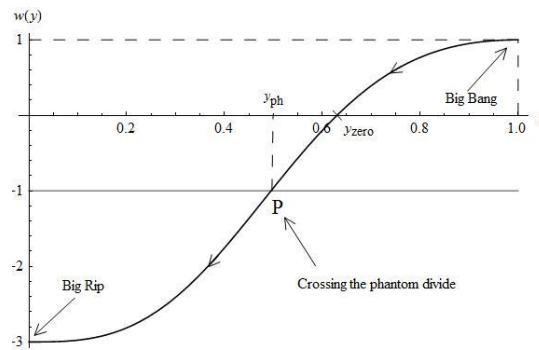


Рис.1. Изменение значения темной энергии с течением времени
Fig. 1. The dependance of dark energy over time

Пересечение фантомной зоны происходит при $y_{ph} = \left(\frac{3\sqrt{2}-4}{2}\right)^{1/3}$. Сильное энергетическое условие нарушается раньше, при $y_{SEC} = (3\sqrt{3} - 5)^{1/3}$, а сама функция $w(y)$ меняет знак при $y_{zero} = \frac{1}{2^{2/3}}$, причем параметр Хаббла имеет простой вид:

$$H(y) = \sqrt{\rho(y)} = \frac{2y^3 + 1}{3\tau y(1 - y^3)}. \quad (5)$$

Мы рассмотрим эволюцию Вселенной, основную часть которой составляет темная энергия. Сформулируем утверждение в виде теоремы о том, каким видом должна обладать функция $f(\rho)$ в уравнении состояния для давления темной энергии, чтобы имела место фантомизация в общем случае. В рассматриваемом примере:

$$f(y) = -(p + \rho) = -\frac{2(2y^6 + 8y^3 - 1)}{9\tau^2 y^2 (1 - y^3)^2}. \quad (6)$$

Преобразуем выражение (5):

$$H(y) = \sqrt{\rho(y)} = \frac{1}{3\tau\Theta^2}; \Theta^2(y) = \frac{y(1 - y^3)}{2y^3 + 1}. \quad (7)$$

Условие $\frac{d\Theta^2(y)}{dy} = 0$ определяет максимум при $(0 < y < 1) y_{max} = y_{ph}$, это очевидно, если посмотреть на уравнение (7). График функции $\Theta^2(y)$ представлен на рис.2. Пересечение фантомной зоны имеет место при

$$\Theta_m^2 = \Theta^2(y_{ph}) = \frac{(12\sqrt{2}-16)^{\frac{1}{3}}(2-\sqrt{2})}{4(\sqrt{2}-1)} \approx 0,35. \quad (8)$$

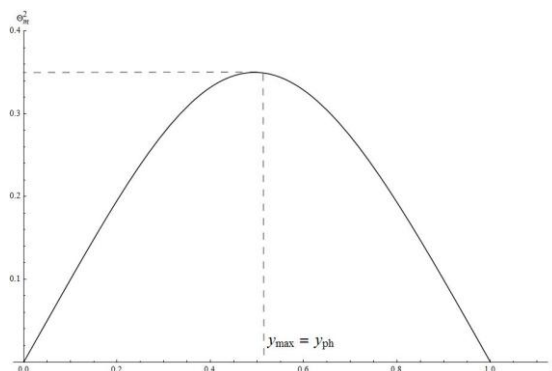


Рис.2. Изменение переменной $\Theta^2(y)$

Fig.2. Change of the variable Θ^2 over time

То есть эволюция $\Theta^2(y)$ такова: от $\Theta^2=0$ при $y=1$ до максимума Θ_m^2 при y_{ph} и опять до нуля при $y=0$. Теперь рассмотрим уравнение (7):

$$y^4 + 2\Theta^2 y^3 - y + \Theta^2 = 0. (9)$$

Зафиксировав значение Θ^2 , мы можем найти решение полинома (9). Общее выражение для уравнения четвертой степени выглядит так:

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0. (10)$$

Оно совпадает с (9), если $a = 2\Theta^2$, $b = 0$, $c = -1$, $d = \Theta^2$. Такое уравнение может быть решено методом Феррари. Запишем уравнение резольвенты при $x = y$, где x - это произвольный квадратный корень уравнения (10):

$$x^3 - 6\Theta^2 x - 4\Theta^6 - 1 = 0. (11)$$

Если x_1 - корень (11), то y - корень из (9), таким образом, находя корни двух квадратных уравнений, получим:

$$y^2 + \Theta^2 y + \frac{x_1}{2} = \pm \sqrt{(\Theta^2 + x_1)y^2 + (\Theta^2 x_1 + 1)y + \frac{x_1^2}{4} - \Theta^2}. (12)$$

Подкоренное выражение в (12) является полным квадратом, что может быть проверено вычислением дискриминанта левой части (11), взятой с отрицательным знаком. Таким образом, надо найти произвольный корень резольвенты (11) уравнения (9).

Корни дискриминанта

$$\Delta_3 = -27(4\Theta^6 - 4\Theta^3 - 1)(4\Theta^6 + 4\Theta^3 - 1) (13)$$

имеют вид: $\Theta_1^3 = \frac{1-\sqrt{2}}{2}$; $\Theta_2^3 = \frac{1+\sqrt{2}}{2}$; $\Theta_3^3 = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$; $\Theta_4^3 = -\frac{1+\sqrt{2}}{2}$. Таким образом:

$\Theta_1^3 = -\Theta_4^3 < 0$, $\Theta_4^3 = -\Theta_2^3 < 0$, после введения обозначений $\Theta_3 = \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} \equiv \alpha$; $\Theta_2 =$

$\sqrt{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} \equiv \beta$ и подстановки корней в (13) решение будет выглядеть так:

$$\Delta_3 = -432(\Theta^6 - \alpha^6)(\Theta^6 - \beta^6). (14)$$

Знак определяется соотношением $(\Theta - \alpha)$, и уравнение (14) может быть приведено к виду:

$$\Delta_3 = (\Theta - \alpha)(\beta - \Theta)P(\Theta), (15)$$

где функция $P(\Theta)$ выглядит так:

$$P(\Theta) = 432(\Theta^2 + \alpha\Theta + \alpha^2)(\Theta^3 + \alpha^3)(\Theta^2 + \beta\Theta + \beta^2)(\Theta^3 + \beta^3). (16)$$

При $\Theta > 0 P(\Theta) > 0$, что показывает знак для дискриминанта Δ_3 : при $\Theta \in [0, \alpha) \cup (\beta, +\infty)$ резольвента имеет один вещественный и два мнимых корня; при $\alpha < \Theta < \beta$, $\Theta \in (\alpha, \beta)$ — три различных вещественных корня; при $\Theta = \alpha$ или $\Theta = \beta$ есть хотя бы два совпадающих корня. Можно заметить, что из $\alpha = \Theta_{max}$ следует: $\alpha^6 - \Theta_{max}^6 = 0$, таким образом реализуется следующая ситуация: при $\Theta \in [0, \Theta_{max}]$ резольвента имеет единственный вещественный корень, а при $\Theta = \Theta_{max} = \alpha$ — три вещественных корня, некоторые из которых совпадают.

Матрица Сильвестра для резольвенты (11) и ее второй производной:

$$S = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & -6\theta^6 & -1 - 4\theta^6 \end{pmatrix}.$$

Определитель матрицы $DetS = -916 - 864\Theta_m^6$. При $\Theta = \Theta_m$ резольвента имеет два совпадающих корня и один отличный от них вещественный корень. Перейдем к решению резольвенты (11), введя новые обозначения: $p = -6\Theta^2$, $q = -4\Theta^6 - 1$. Вычислим $Q = \left(\frac{p}{3}\right)^3 + \left(\frac{q}{2}\right)^2$:

$$Q = 4(\Theta^6 - \alpha^6)(\Theta^6 - \beta^6). \quad (17)$$

Так как $\Theta \leq \alpha$, то при $0 < \Theta < \alpha$ решение будет содержать один вещественный корень и два комплексных корня: $\tilde{\alpha} = \sqrt[3]{\sqrt{Q} - \frac{q}{2}}$ и $\tilde{\beta} = -\sqrt[3]{\sqrt{Q} + \frac{q}{2}}$, где выражения \sqrt{Q} и $\frac{q}{2}$ записываются в виде:

$$\sqrt{Q} = 2\sqrt{(\alpha^6 - \Theta^6)(\beta^6 - \Theta^6)}; \frac{q}{2} = -\frac{1}{2} - 2\Theta^6 < 0. \quad (18)$$

Подставив выражения для Q и $\frac{q}{2}$, найдем вещественный корень $x_1 = \tilde{\alpha} + \tilde{\beta}$ уравнения (11). График для зависимости $x_1(\theta)$ представлен на рис.3.

$$x_1 = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + 2\left(\Theta^6 + \sqrt{(\alpha^6 - \Theta^6)(\beta^6 - \Theta^6)}\right)} + \sqrt[3]{\frac{1}{2} + 2\left(\Theta^6 - \sqrt{(\alpha^6 - \Theta^6)(\beta^6 - \Theta^6)}\right)}. \quad (19)$$

При $\Theta = \Theta_m = \alpha$ и $Q = 0$:

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\beta} = -\sqrt[3]{\frac{q}{2}} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} + 2\Theta^6}. \quad (20)$$

$$\begin{cases} x_1 = \tilde{\alpha} + \tilde{\beta} = 2\sqrt[3]{2 - \sqrt{2}}; \\ x_2 = x_3 = -\frac{\tilde{\alpha} + \tilde{\beta}}{2} = -\sqrt[3]{2 - \sqrt{2}}; \end{cases} \quad \Theta = \Theta_m = \alpha. \quad (21)$$

Итак, x_1 порождает комплексные корни у уравнения (12), x_2 и x_3 приводят к отрицательному знаку в подкоренном выражении (12). Перепишем уравнение (12) в виде:

$$y^2 + \Theta^2 y + \frac{x_1}{2} = \pm \sqrt{\Theta^4 + x_1} \left(y + \frac{\Theta^2 x_1 + 1}{2(\Theta^4 + x_1)} \right). \quad (22)$$

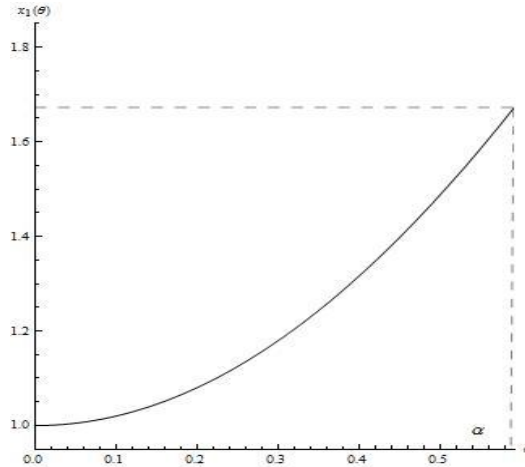


Рис.3. График для космологического параметра $x_1(\theta)$
 Fig. 3. Graph for cosmological parameter $x_1(\theta)$

Таким образом, у нас появляются два квадратных уравнения при значениях параметра $\gamma = \pm 1$, причем значение x_1 можно взять из (19):

$$y^2 + (\theta^2 - \gamma\sqrt{\theta^4 + x_1})y + \frac{x_1}{2} - \frac{\gamma\sqrt{\theta^4 + x_1}(\theta^2 x_1 + 1)}{2\theta^4 + 2x_1} = 0. (23)$$

Дискриминант уравнения (23) выглядит так:

$$D = \frac{2\theta^8 + x\theta^4 - x^2 + 2\gamma\sqrt{\theta^4 + x}(1 - \theta^6)}{\theta^4 + x}. (24)$$

График для зависимости дискриминанта D от параметра θ представлен на рис.4.

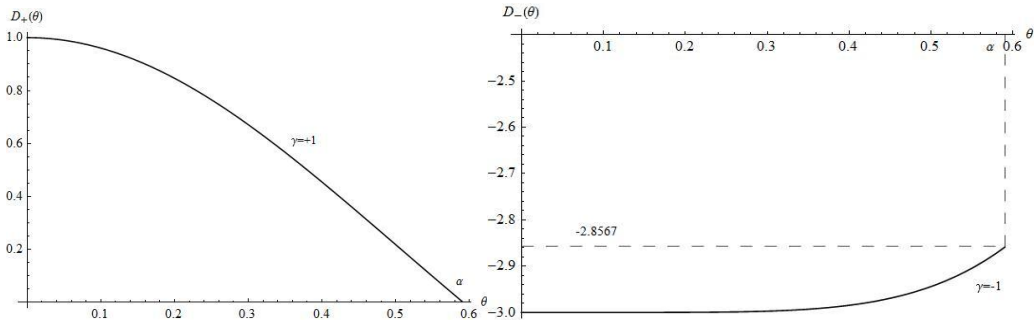


Рис.4. Зависимость дискриминанта D_+ и D_- от параметра θ
 Fig.4. The dependence of discriminant D_+ and D_- of parameter θ

Таким образом, $D > 0$ при $\gamma = +1$. Только этот случай будет иметь физический смысл. Подставим $\gamma = +1$ в (23) и (24) (рис.5):

$$y_{\pm} = \frac{\sqrt{\theta^4 + x_1 - \theta^2} \pm \sqrt{D_{k=+1}(\theta)}}{2}. (25)$$

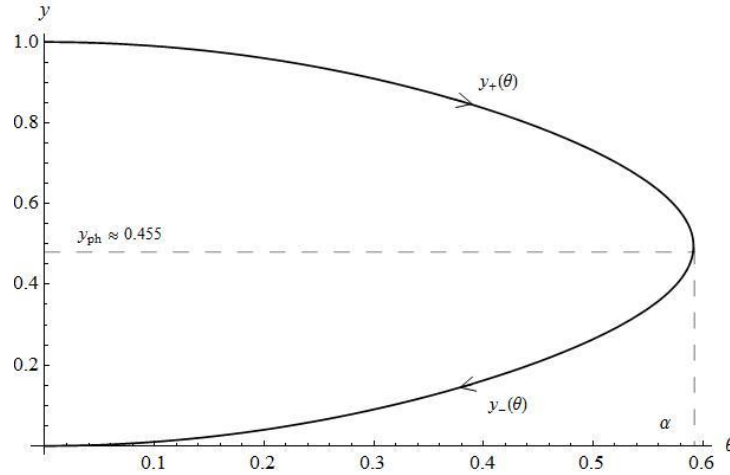


Рис. 5. Зависимость y_{\mp} от параметра θ
 Fig. 5. The dependence of y_{\mp} of parameter θ

Используя (3), имеем:

$$\begin{cases} p_- = -\rho - f_-(\rho); \\ p_+ = -\rho - f_+(\rho). \end{cases} (26)$$

При этом от момента Большого Взрыва до фантомизации работает уравнение состояния p_- , а от фантомизации до Большого Разрыва - уравнение состояния p_+ , причем $y_+(\alpha) = y_-(\alpha)$.

$$f_{\pm} = -\frac{2(2y_{\pm}^6 + 8y_{\pm}^3 - 1)}{5\tau^2 y_{\pm}^2 (1 - y_{\pm}^3)}. (27)$$

В окрестностях $\Theta \rightarrow \alpha$ имеем:

$$\lim_{\Theta \rightarrow \alpha} \frac{D_{y=+1}(\Theta)}{\alpha - \Theta} = 4(2 - \sqrt{2}). (28)$$

Следовательно:

$$D_{y=+1}(\Theta \approx \alpha) = 4(2 - \sqrt{2})(\alpha - \Theta); (29)$$

$$x_1(\Theta = \alpha) = 2\sqrt[3]{2 - \sqrt{2}}; (30)$$

$$x_1(\Theta \approx \alpha) = 2\sqrt[3]{2 - \sqrt{2}} + (\alpha - \Theta) \left(\frac{2}{3} - 2\sqrt{2} \right). (31)$$

При $\Theta \approx \alpha$ имеем:

$$y_{\pm} = y_{ph} \pm \sqrt{2 - \sqrt{2}} \sqrt{\alpha - \Theta} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt[3]{(2 - \sqrt{2})^2} \pm \sqrt{2 - \sqrt{2}} \sqrt{\alpha - \Theta}. (32)$$

Подставив (32) в (27) и ограничиваясь малыми членами, получим:

$$f_{\pm} = \pm \frac{8(4+3\sqrt{2})\sqrt{(2-\sqrt{2})}}{9\tau^2} \sqrt{\alpha - \Theta}. (33)$$

Зная, что $\Theta^2 = \frac{1}{3\tau\sqrt{\rho}}$ получаем: $\alpha = \frac{1}{\sqrt{3\tau^4\sqrt{\rho_{ph}}}}$ и $\sqrt{\alpha - \Theta} = \frac{\sqrt[4]{\sqrt{\rho} - \sqrt[4]{\rho_{ph}}}}{\sqrt[4]{3\tau\rho_{ph}}}$.

Подставим полученные выражения в (33):

$$f_{\pm} = \pm \frac{8(4+3\sqrt{2})\sqrt{(2-\sqrt{2})}}{9\tau^2 \sqrt[4]{3\tau\rho_{ph}}} \sqrt[4]{\sqrt{\rho} - \sqrt[4]{\rho_{ph}}}. (34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_{ph} = \frac{\sqrt[3]{(2-\sqrt{2})^2(2+\sqrt{2})^2}}{9\tau^2}; \\ \sigma_{ph} = \frac{8(4+3\sqrt{2})\sqrt{(2-\sqrt{2})}}{9\tau^2\sqrt[4]{3\tau\rho_{ph}}}; \\ p = -\rho + \sigma_{ph}\sqrt[4]{\rho - \rho_{ph}}; \\ p = -\rho - \sigma_{ph}\sqrt[4]{\rho - \rho_{ph}}. \end{array} \right. \quad (35)$$

$$p = -\rho + \sigma_{ph}\sqrt[4]{\rho - \rho_{ph}}; \quad (35.1)$$

$$p = -\rho - \sigma_{ph}\sqrt[4]{\rho - \rho_{ph}}. \quad (35.2)$$

До фантомизации работает уравнение (35.1) и $\rho > \rho_{ph}$, так как ρ уменьшается, то после пересечения фантомной зоны работает уравнение (35.2), что также справедливо в окрестности $\rho = \rho_{ph}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Уравнение состояния Вселенной, приводящее к фантомизации может быть записано как:

$$p = -\rho + \gamma(\rho - \rho_0)^n, n > 0. (36)$$

Эволюция выглядит так: вначале $\rho > \rho_0$, но постепенно уменьшается с течением времени, и слабое энергетическое условие выполняется. До момента, когда $\rho > \rho_0$, справедливо полагать, что $\gamma = +1$. Затем при $\rho = \rho_0$ происходит пересечение фантомной зоны и Вселенная продолжает расширяться в фантомном режиме. При этом ρ опять растет, но $\gamma = -1$. Данный сценарий работает только при $0 < n < 1$.

Доказательство:

$$\frac{d\rho}{dt} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = -3\gamma(\rho - \rho_0)^n \frac{1}{a} \frac{da}{dt}. (37)$$

Интегрируя, получаем:

$$\frac{(\rho - \rho_0)^{1-n}}{1-n} = -3\gamma \ln \frac{a}{a_*}, (38)$$

где a_* - величина масштабного фактора при пересечении фантомной зоны, следовательно, преобразовав уравнение (38), имеем:

$$(\rho - \rho_0)^{1-n} = 3(n-1)\gamma \ln \frac{a}{a_*}. (39)$$

Считаем, что $(\rho - \rho_0)^{1-n} \geq 0$, значит: $3(n-1)\gamma \ln \frac{a}{a_*} \geq 0$. Тогда при $a < a_*$: $\gamma = +1$ и $n < 1$, а при $a > a_*$: $\gamma = -1$ и $n < 1$. Но $0 < n < 1$ означает, что уравнение $f(\rho) = \gamma(\rho - \rho_0)^n$ имеет точку ветвления при $\rho = \rho_0$. Поэтому можно сформулировать теорему:

Уравнение состояния $p = -\rho \pm f^2(\rho)$ приводит к пересечению фантомной зоны, если ρ_0 - точка ветвления в комплексной плоскости функции $f^2(\rho_0)$, причем реализуется сценарий после формулы (37), иначе $\left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{\rho \rightarrow \rho_0} = \infty$.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Adam G. Riess, *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant* // *Astrophysical Journal*, Vol. 116, pp. 1009-1015, 1999.
2. Joel S. Perlmutter et al, *Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 517, Issue 2, pp. 565-586.
3. Marek Kowalski, Robert C. Smith, *Improved Cosmological Constraints from new, Old, and Combined Supernova Datasets* // *The Astrophysical Journal*, Vol. 686, pp. 749-778, 2008.
4. Edmund J. Copeland et al, *Dynamics of dark energy* // *International Journal of Modern Physics D*: Vol. 15, pp 1753-1936, 2006.
5. Robert R. Caldwell, Marc Kamionkowski, *The Physics of Cosmic Acceleration* // *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Vol. 53, pp. 397-429, 2009.
6. Ruth Durrer, Roy Maartens, *Dark Energy and Modified Gravity* // *Dark Energy: Observational and Theoretical Approaches*, pp. 48-91, 2008.
7. Joshua A. Frieman, Michael S. Turner, and Dragan Huterer, *Dark Energy and the Accelerating Universe* // *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, Vol. 46, pp. 385-432.
8. Alessandra Silvestri, Mark Trodden, *Approaches to Understanding Cosmic Acceleration* // *Reports on Progress in Physics*, 72:096901, 2009.
9. Miao Li, Xiao-Dong Li, Shuang Wang, Yi Wang, *Dark Energy* // *Communications in Theoretical Physics*, Vol.56, pp. 525-604, 2011.
10. Kenzo Nakamura, Sergio Navas et al, *Review of Particle Physics* // *Phys. Rev. D*, Vol. 86, 010001, 2012.
11. Rahman Amanullah et al, *Spectra and Hubble Space Telescope Light Curves of six type Ia supernovae* // *Astrophysical Journal*, Issue 1, 2010.
12. Sean M. Carroll, Mark Hoffman, Mark Trodden, *Can the dark energy equation-of-state parameter w be less than -1 ?* // *Physical Review D* 68, 023509, 2003.
13. Hans P Nilles, *Supersymmetry, supergravity and particle physics* // *Physics Report*, pp. 1-162.
14. M. D. Pollock, *On the quartic higher-derivative gravitational terms in the heterotic superstring theory* // *International Journal of Modern Physics*, Vol. A21, pp. 373-404, 2006.
15. I.Ya. Aref'eva, A.S. Koshelev, S.Yu. Vernov, *Exactly Solvable SFT Inspired Phantom Model* // *Theoretical and Mathematical Physics*, Vol.148, pp. 895-909, 2006.
16. Alexander A. Starobinsky, *Disappearing cosmological constant in $f(R)$ gravity* // *Gravitation and Cosmology*, Vol. 6, pp. 157, 2000.
17. Robert R. Caldwell, *A Phantom Menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state.* // *Physics Letters*, Vol. B545, pp.23-29, 2002.
18. Robert R. Caldwell et al, *Phantom energy: dark energy with $w < -1$ causes a cosmic doomsday.* // *Physical Review Letters*, Vol. 91, 071301, 2003.
19. Paul Frampton, T. Takahashi, *The Fate of Dark Energy* // *Physics Letters B*, Vol. 557, pp. 135-354, 2003.
20. Savvas Nesseris, Leandros Perivolaropoulos, *The Fate of bound systems in phantom and quintessence cosmologies* // *Physical Review D*, Vol. 70, 123529, 2004.
21. Valerio Faraoni, *Modified gravity and the stability of de Sitter space* // *Classical and Quantum Gravity*, Vol. 22, 3235, 2005.

22. Brett McInnes, *The Phantom Divide in String Gas Cosmology* // Nuclear Physics B, Vol. 718, pp. 55, 2005.
23. Pedro. F. Gonz'alez-Di'az, *k-essential phantom energy: doomsday around the corner?* // Physics Letters B, Vol. 586, pp. 1-132, 2004.
24. Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, *Final state and thermodynamics of a dark energy universe* // Physical Review D, Vol. 70, 103522, 2004.
25. Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, *Quantum de Sitter cosmology and phantom matter* // Physical Review B, Vol. 562, 147-152, 2004.
26. Salvatore Capozziello, Mariafelicia De Laurentis, Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, *Classifying and avoiding singularities in the alternative gravity dark energy models* // Physical Review D, Vol 79, 124007, 2009.
27. Emilio Elizalde, Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, *Late-time cosmology in a (phantom) scalar-tensor theory: Dark energy and the cosmic speed-up* // Physical Review D, Vol. 70, 043539, 2004.
28. Kazuharu Bamba, Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, *Future of the universe in modified gravitational theories: Approaching to the finite-time future singularity* // Journal of Cosmology and Astroparticle Physics, Vol. 0810, pp. 45-52, 2008.
29. Artyom Yurov, *Phantom scalar fields result in inflation rather than Big Rip* // The European Physical Journal Plus, pp. 126: 132, 2011
30. Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, and Shinji Tsujikawa, *Properties of singularities in the (phantom) dark energy universe* // Physical Review D, Vol 71, 063004, 2005.
31. Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, *Inhomogeneous Equation of State of the Universe: Phantom Era, Future Singularity and Crossing the Phantom Barrier* // Physical Review D, Vol. 72, 023003, 2005.
32. John D. Barrow, *Sudden Future Singularities* // Classical and Quantum Gravity, Vol. 21, pp. 79-82, 2004.
33. Hrvoje Stefancic, *Equation of state description of the dark energy transition between quintessence and phantom regimes* // Journal of Physics: Conference Series, Vol. 39, pp. 182-184, 2006.
34. Paul H. Frampton, Kevin J. Ludwick, Robert J. Scherrer, *The Little Rip* // Physical Review D, Vol 84, 063003, 2011.
35. Artyom V. Astashenok, Shin'ichi Nojiri, Sergei D. Odintsov, Artyom V. Yurov, *Phantom Cosmology without Big Rip Singularity* // arXiv:1201.4056v2.

DERIVATION OF THE EOS LEADING TO THE CROSSING OF THE PHANTOM DIVIDE

A.A. Yurova, A.V. Yurov, V.K. Belyaev

Application of the EoS method allows to describe all kinds of equations of state leading to four types of singularities at nonzero value of the scale factor. In this paper, we consider the effect of crossing the phantom divide and raised the question of the form of the corresponding equation of state. It is shown that the point of crossing the phantom divide linked to a branch point of the equation of state.

phantom divide, equation of state, evolution of the Universe