УДК 514.75

ПСЕВДОТЕНЗОР КРИВИЗНЫ ГРУППОВОЙ СВЯЗНОСТИ НА ПЛОСКОСТНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.В. Вялова

ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет»,
Россия, 236022, г. Калининград, Советский проспект, 1
E-mail: vyalova.alexa@mail.ru

В многомерном проективном пространстве плоскостная поверхность рассмотрена как многообразие плоских образующих. С поверхностью ассоциировано главное расслоение, в котором задана групповая связность. Найдены выражения объекта кривизны групповой связности и дифференциальные сравнения на компоненты этого объекта. Доказана теорема, что объект кривизны групповой связности в главном расслоении, ассоциированном с плоскостной поверхностью, является псевдотензором.

проективное пространство, плоскостная поверхность,главное расслоение, групповая связность, объект кривизны групповой связности, псевдотензор

В работе индексы принимают следующие значения:

$$I,\ldots=\overline{1,n};\quad a,\ldots=\overline{1,h};\quad \xi,\ldots=\overline{h+1,n};\quad i,\ldots=\overline{h+1,m};\quad \alpha,\ldots=\overline{m+1,n}.$$

Отнесем n-мерное проективное пространство P_n к подвижному реперу $\{A,A_I\}$, деривационныеформулы вершин которого определяются уравнениями [1,2]:

$$dA=\theta A+\omega^I A_I,$$

$$dA_I=\theta A_I+\omega_I^J A_J+\omega_I A,$$

где форма θ играет роль множителя пропорциональности, а структурные формы $\omega^I,\omega_J^I,\omega_I$ проективной группы $GP(n)$, эффективно действующей в пространстве P_n, удовлетворяют уравнениям Картана [1]:

$$D\omega^I=\omega^J\wedge\omega_J^I,$$

$$D\omega_J^I=\omega_J^K\wedge\omega_K^I+\delta_J^I\omega_K\wedge\omega^K+\omega_J\wedge\omega^I,$$

$$D\omega_I=\omega_I^J\wedge\omega_J.$$

В проективном пространстве P_n рассмотрим h-мерную плоскость L_h $(1\le h<n-1)$ и осуществим специализацию подвижного репера $R=\{A,A_a,A_\xi\}$, помещая вершины A,A_a на плоскость L_h. Пусть плоскость L_h описывает r-мерное семейство B_r, причем $m=h+r<n$. Многообразие B_r называется плоскостной

поверхностью [3], а в случае $h=1$ – линейчатой поверхностью. Уравнения плоскостной поверхности B_r имеют вид [4,5]:

$$\omega^\alpha = \Lambda_i^\alpha \omega^i, \quad \omega_a^i = \Lambda_{aj}^i \omega^j, \quad \omega_a^\alpha = \Lambda_{ai}^\alpha \omega^i. \quad (1)$$

Внешние дифференциалы базисных форм выражаются по формулам

$$d\omega^i = \omega^j \wedge \theta_j^i \quad (\theta_j^i = \omega_j^i - \Lambda_{aj}^i \omega^a + \Lambda_j^\alpha \omega_\alpha^i). \quad (2)$$

Продолжая систему (1), получаем, что компоненты фундаментального объекта 1-го порядка $\Lambda^1 = \{\Lambda_i^\alpha, \Lambda_{aj}^i, \Lambda_{ai}^\alpha\}$ удовлетворяют следующей системе дифференциальных уравнений

$$\Delta\Lambda_{(i)}^\alpha - \Lambda_{ai}^\alpha \omega^a + \omega_i^\alpha = \Lambda_{ij}^\alpha \omega^j, \qquad \Delta\Lambda_{a(j)}^i + \Lambda_{aj}^\alpha \omega_\alpha^i - \delta_j^i \omega_a = \Lambda_{ajk}^i \omega^k,$$
$$\Delta\Lambda_{a(i)}^\alpha + \Lambda_{ai}^j \omega_j^\alpha - \Lambda_i^\alpha \omega_a = \Lambda_{aij}^\alpha \omega^j, \quad (3)$$

причем $\Lambda_{[ij]}^\alpha = 0, \quad \Lambda_{a[jk]}^i = 0, \quad \Lambda_{a[ij]}^\alpha = 0$, а дифференциальный оператор Δ действует следующим образом:

$$\Delta\Lambda_{a(j)}^i = d\Lambda_{aj}^i - \Lambda_{bj}^i \omega_a^b - \Lambda_{ak}^i \theta_j^k + \Lambda_{aj}^k \omega_k^i.$$

С поверхностью B_r ассоциируем главное расслоение $G(B_r)$, базой которого является сама поверхность B_r, расслоенным пространством – проективная группа $GP(n)$, а типовым слоем – подгруппа стационарности $G \subset GP(n)$ образующей L_h, причем $\dim G_1 = (n-h)(n+1) + h^2$ – число компонент вторичной формы:

$$\omega = \{\omega^a, \omega_b^a, \omega_a, \omega_j^i, \omega_i^\alpha, \omega_\alpha^i, \omega_\beta^\alpha, \omega_i, \omega_\alpha, \omega_i^a, \omega_\alpha^a\}.$$

Структурные уравнения главного расслоения $G(B_r)$ состоят из уравнений (2) и следующих:

$$D\omega^a = \omega^b \wedge \omega_b^a + \omega^i \wedge \theta_i^a, \quad D\omega_a = \omega_a^b \wedge \omega_b + \omega^i \wedge \omega_{ai},$$
$$D\omega_b^a = \omega_b^c \wedge \omega_c^a + \delta_b^a \omega_c \wedge \omega^c + \omega_b \wedge \omega^a + \omega^i \wedge \omega_{bi}^a, \qquad (4)$$

$$D\omega_j^i = \omega_j^\xi \wedge \omega_\xi^i + \delta_j^i \omega_a \wedge \omega^a + \omega^k \wedge \omega_{jk}^i,$$
$$D\omega_i^\alpha = \omega_i^\xi \wedge \omega_\xi^\alpha + \omega^j \wedge \omega_{ij}^\alpha, \quad D\omega_\alpha^i = \omega_\alpha^\xi \wedge \omega_\xi^i + \omega^j \wedge \omega_{\alpha j}^i, \qquad (5)$$
$$D\omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\xi \wedge \omega_\xi^\alpha + \delta_\beta^\alpha \omega_a \wedge \omega^a + \omega^i \wedge \omega_{\beta i}^\alpha,$$

$$D\omega_i = \omega_i^a \wedge \omega_a + \omega_i^\xi \wedge \omega_\xi, \quad D\omega_\alpha = \omega_\alpha^a \wedge \omega_a + \omega_\alpha^\xi \wedge \omega_\xi,$$
$$D\omega_i^a = \omega_i^b \wedge \omega_b^a + \omega_i^\xi \wedge \omega_\xi^a + \omega_i \wedge \omega^a, \qquad (6)$$
$$D\omega_\alpha^a = \omega_\alpha^b \wedge \omega_b^a + \omega_\alpha^\xi \wedge \omega_\xi^a + \omega_\alpha \wedge \omega^a,$$

где $\theta_i^a = \omega_i^a + \Lambda_i^\alpha \omega_\alpha^a, \quad \omega_{ai} = \Lambda_{ai}^\varsigma \omega_\varsigma, \quad \omega_{bi}^a = \Lambda_{bi}^\xi \omega_\xi^a - \delta_b^a(\omega_i + \Lambda_i^\alpha \omega_\alpha),$

$$\omega_{jk}^i = -\Lambda_{ak}^i \omega_j^a - \delta_j^i(\omega_k + \Lambda_k^\alpha \omega_\alpha) - \delta_k^i \omega_j, \quad \omega_{ij}^\alpha = -\Lambda_{aj}^\alpha \omega_i^a - \Lambda_j^\alpha \omega_i,$$
$$\omega_{\alpha j}^i = -\Lambda_{aj}^i \omega_\alpha^a - \delta_j^i \omega_\alpha, \quad \omega_{\beta i}^\alpha = -\Lambda_{ai}^\alpha \omega_\beta^a - \delta_\beta^\alpha(\omega_i + \Lambda_i^\gamma \omega_\gamma) - \Lambda_i^\alpha \omega_\beta. \qquad (7)$$

Замечание. *Построенное расслоение* $G(B_r)$ *является главным, так как.структурные уравнения (2), (4)-(6) – частный случай структурных уравнений главного расслоения [6, 7].*

Ассоциированное расслоение $G(B_r)$ содержит простейшее главное факторрасслоение проективных реперов $P(B_r)$ со структурными уравнениями (2, 4) с той же базой и типовым слоем – проективной факторгруппой $P = GP(h)$ группы G, действующей на образующей L_h, а также простое факторрасслоение $H(B_r)$ со структурными уравнениями (2), (4), (5), где H – расширение проективной факторгруппы P, действующее в L_h и проективномфакторпространстве $P_{n-h-1} = P_n / L_h$.

Замечание. *Напомним определение простой и простейшей подструктур [8]. Пусть дана некоторая структура S. Подструктуру S_0 структуры S будем называть простой, если она не является объединением двух подструктур S_1 и S_2 структуры S, т.е. $S_0 \neq S_1 \cup S_2$. Простую подструктуру S_0 назовем простейшей, если она, в свою очередь, не обладает подструктурой, т.е. не существует $S_1 \subset S_0$. В качестве структуры S и её подструктур в работе рассматриваются главное расслоение и его подрасслоения, объект групповой связности и его подобъекты, тензор кривизны групповой связности и его подтензоры.*

Групповая связность в главном расслоении $G(B_r)$ задается по Лаптеву с помощью поля объекта связности $\varGamma = \{\varGamma_i^a, \varGamma_{ai}, \varGamma_{bi}^a, \varGamma_{jk}^i, \varGamma_{ij}^\alpha, \varGamma_{\alpha j}^i, \varGamma_{\beta i}^\alpha, \varGamma_{ij}, \varGamma_{\alpha i}, \varGamma_{ij}^a, \varGamma_{\alpha i}^a\}$. Дифференциальные уравнения компонент объекта связности имеют вид:

$$
\begin{aligned}
&\Delta\varGamma_{(i)}^a - \varGamma_{bi}^a\omega^b + \theta_i^a = \overline{\varGamma}{}_{ij}^a\omega^j, \quad \Delta\varGamma_{a(i)} + \varGamma_{ai}^b\omega_b + \omega_{ai} = \varGamma_{aij}\omega^j,\\
&\Delta\varGamma_{b(i)}^a + \delta_b^a(\varGamma_{ci}\omega^c - \varGamma_i^c\omega_c) + \varGamma_{bi}\omega^a - \varGamma_i^a\omega_b + \omega_{bi}^a = \varGamma_{bij}^a\omega^j,\\
&\Delta\varGamma_{j(k)}^i + \varGamma_{jk}^\alpha\omega_\alpha^i - \varGamma_{\alpha k}^i\omega_j^\alpha - \delta_j^i(\varGamma_k^a\omega_a - \varGamma_{ak}\omega^a) + \omega_{jk}^i = \varGamma_{jkl}^i\omega^l,\\
&\Delta\varGamma_{i(j)}^\alpha - \varGamma_{\beta j}^\alpha\omega_i^\beta + \varGamma_{ij}^k\omega_k^\alpha + \omega_{ij}^\alpha = \varGamma_{ijk}^\alpha\omega^k,\\
&\Delta\varGamma_{\alpha(j)}^i + \varGamma_{\alpha j}^\beta\omega_\beta^i - \varGamma_{kj}^i\omega_\alpha^k + \omega_{\alpha j}^i = \varGamma_{\alpha jk}^i\omega^k,\\
&\Delta\varGamma_{\beta(i)}^\alpha - \varGamma_{ji}^\alpha\omega_\beta^j + \varGamma_{\beta i}^j\omega_j^\alpha + \delta_\beta^\alpha(\varGamma_{ai}\omega^a - \varGamma_i^a\omega_a) + \omega_{\beta i}^\alpha = \varGamma_{\beta ij}^\alpha\omega^j,
\end{aligned}
\tag{8}
$$

$$
\begin{aligned}
&\Delta\varGamma_{i(j)} - \varGamma_{aj}\omega_i^a + \varGamma_{ij}^a\omega_a + \varGamma_{ij}^\xi\omega_\xi - \varGamma_{\alpha j}\omega_i^\alpha = \varGamma_{ijk}\omega^k,\\
&\Delta\varGamma_{\alpha(i)} + \varGamma_{\alpha i}^\xi\omega_\xi - \varGamma_{ai}\omega_\alpha^a + \varGamma_{\alpha i}^a\omega_a - \varGamma_{ji}\omega_\alpha^j = \varGamma_{\alpha ij}\omega^j,\\
&\Delta\varGamma_{i(j)}^a - \varGamma_{bj}^a\omega_i^b + \varGamma_{ij}^\xi\omega_\xi^a - \varGamma_{\alpha j}^a\omega_i^\alpha - \varGamma_j^a\omega_i + \varGamma_{ij}\omega^a = \varGamma_{ijk}^a\omega^k,\\
&\Delta\varGamma_{\alpha(i)}^a + \varGamma_{\alpha i}^\xi\omega_\xi^a - \varGamma_{bi}^a\omega_\alpha^b - \varGamma_{ji}^a\omega_\alpha^j - \varGamma_i^a\omega_\alpha + \varGamma_{\alpha i}\omega^a = \varGamma_{\alpha ij}^a\omega^j.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Замечание. *Над пфаффовыми производными $\overline{\varGamma}{}_{ij}^a$ объекта $\varGamma_i^a$ поставлена черта; это означает, что они не совпадают с компонентами $\varGamma_{ij}^a$ объекта $\varGamma$.*

Из дифференциальных уравнений компонент объекта $\varGamma$ видно, что совокупность функций $\varGamma_0 = \{\varGamma_i^a, \varGamma_{ai}, \varGamma_{bi}^a\} \subset \varGamma$ образует простейший подобъект проективной связности. Выделяется также простой подобъект $\varGamma_1 = \{\varGamma_0, \varGamma_{ij}^\alpha, \varGamma_{\beta i}^\alpha, \varGamma_{jk}^i, \varGamma_{\alpha j}^i\}$. На основе вышесказанного может быть сформулирована следующая теорема.

Теорема 1. *Объект групповой связности $\varGamma$ содержит единственный простейший подобъект $\varGamma_0$ и единственный простой подобъект $\varGamma_1$, задающие груп-*

повые связности соответственно в факторрасслоениях $P(B_r)$ *и* $H(B_r)$ *ассоциированного расслоения* $G(B_r)$.

Получены выражения объекта кривизны $R=\{R^a_{ij}, R^a_{bij}, R_{aij}, R^i_{jkl}, R^\alpha_{ijk}, R^i_{\alpha jk}, R^\alpha_{\beta ij}, R_{ijk}, R_{\alpha ij}, R^a_{ijk}, R^a_{\alpha ij}\}$ групповой связности Γ

$$
\begin{aligned}
&R_{aij}=\Gamma_{a[ij]}-\Gamma^b_{a[i}\Gamma_{/b/j]}, \quad R^a_{ij}=\Gamma^a_{[ij]}-\Gamma^b_{[i}\Gamma^a_{/b/j]},\\
&R^a_{bij}=\Gamma^a_{b[ij]}-\Gamma^c_{b[i}\Gamma^a_{/c/j]}-\delta^a_b\Gamma_{c[i}\Gamma^c_{j]}-\Gamma_{b[i}\Gamma^a_{j]},\\
&R^i_{jkl}=\Gamma^i_{j[kl]}-\Gamma^\xi_{j[k}\Gamma^i_{/\xi/l]}-\delta^i_j\Gamma_{a[k}\Gamma^a_{l]}, \ R^\alpha_{ijk}=\Gamma^\alpha_{i[jk]}-\Gamma^\xi_{i[j}\Gamma^\alpha_{/\xi/k]},\\
&R^i_{\alpha jk}=\Gamma^i_{\alpha[jk]}-\Gamma^\xi_{\alpha[j}\Gamma^i_{/\xi/k]}, \ R^\alpha_{\beta ij}=\Gamma^\alpha_{\beta[ij]}-\Gamma^\xi_{\beta[i}\Gamma^\alpha_{/\xi/j]}-\delta^\alpha_\beta\Gamma_{a[i}\Gamma^a_{j]},\\
&R_{ijk}=\Gamma_{i[jk]}-\Gamma^a_{i[j}\Gamma_{/a/k]}-\Gamma^\xi_{i[j}\Gamma_{/\xi/k]}, \ R_{\alpha ij}=\Gamma_{\alpha[ij]}-\Gamma^a_{\alpha[i}\Gamma_{/a/j]}-\Gamma^\xi_{\alpha[i}\Gamma_{/\xi/j]},\\
&R^a_{ijk}=\Gamma^a_{i[jk]}-\Gamma^b_{i[j}\Gamma^a_{/b/k]}-\Gamma^\xi_{i[j}\Gamma^a_{/\xi/k]}-\Gamma_{i[j}\Gamma^a_{k]},\\
&R^a_{\alpha ij}=\Gamma^a_{\alpha[ij]}-\Gamma^b_{\alpha[i}\Gamma^a_{/b/j]}-\Gamma^\xi_{\alpha[i}\Gamma^a_{/\xi/j]}-\Gamma_{\alpha[i}\Gamma^a_{j]}.
\end{aligned}
\tag{10}
$$

Для нахождения дифференциальных сравнений для компонент объекта кривизны, найдём дифференциальные сравнения на пфаффовы производные компонент объекта связности Γ. Для этого продифференцируем внешним образом дифференциальные уравнения для компонент объекта связности (8), (9) и применим к полученным квадратичным уравнениям лемму Картана:

$$
\begin{aligned}
&\Delta\overline{\Gamma}^a_{(i)(j)}-\Gamma^a_k\theta^k_{ij}+\Gamma^b_i\omega^a_{bj}-\Gamma^a_{bij}\omega^b-\Gamma^a_{bi}\theta^b_j+\omega^a_{ij}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma_{a(i)(j)}-\Gamma_{ak}\omega^k_{ij}-\Gamma_{ak}\theta^k_{ij}-\Gamma_{bi}\omega^b_{aj}+\Gamma^b_{aij}\omega_b+\Gamma^b_{ai}\omega_{bj}+\omega_{aij}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^a_{b(i)(j)}-\Gamma^a_{bk}\theta^k_{ij}-\Gamma^a_{ci}\omega^c_{bj}+\delta^a_b(\Gamma_{cij}\omega^c+\Gamma_{ci}\theta^c_j-\Gamma^c_{ij}\omega_c-\Gamma^c_i\omega_{cj})+\\
&\quad+\Gamma^c_{bi}\omega^a_{cj}+\Gamma_{bij}\omega^a+\Gamma_{bi}\theta^a_j-\Gamma^a_{ij}\omega_b-\Gamma^a_i\omega_{bj}+\omega^a_{bij}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^i_{j(k)(l)}-\Gamma^i_{mk}\theta^m_{jl}+\Gamma^\xi_{jk}\omega^i_{\xi l}+\delta^i_j(\Gamma_{akl}\omega^a+\Gamma_{ak}\theta^a_l-\Gamma^a_{kl}\omega_a-\Gamma^a_k\omega_{al})+\\
&\quad+\Gamma^\alpha_{jkl}\omega^i_\alpha-\Gamma^i_{\alpha kl}\omega^\alpha_j-\Gamma^i_{\alpha k}\omega^\alpha_{jl}+\omega^i_{jkl}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^\alpha_{i(j)(k)}-\Gamma^\alpha_{il}\theta^l_{jk}-\Gamma^\alpha_{\xi j}\omega^\xi_{ik}-\Gamma^\alpha_{\beta jk}\omega^\beta_i+\Gamma^l_{ijk}\omega^\alpha_l+\Gamma^\xi_{ij}\omega^\alpha_{\xi k}+\omega^\alpha_{ijk}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^i_{\alpha(j)(k)}-\Gamma^i_{\alpha l}\theta^l_{jk}-\Gamma^i_{\xi j}\omega^\xi_{\alpha k}+\Gamma^\xi_{\alpha j}\omega^i_{\xi k}+\Gamma^\beta_{\alpha jk}\omega^i_\beta-\Gamma^i_{ljk}\omega^l_\alpha+\omega^i_{\alpha jk}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^\alpha_{\beta(i)(j)}-\Gamma^\alpha_{\beta k}\theta^k_{ij}+\Gamma^\xi_{\beta i}\omega^\alpha_{\xi j}+\delta^\alpha_\beta(\Gamma_{aij}\omega^a+\Gamma_{ai}\theta^a_j-\Gamma^a_{ij}\omega_a-\Gamma^a_i\omega_{aj})-\\
&\quad-\Gamma^\alpha_{\xi i}\omega^\xi_{\beta j}-\Gamma^\alpha_{kij}\omega^k_\beta+\Gamma^k_{\beta ij}\omega^\alpha_k+\omega^\alpha_{\beta ij}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma_{i(j)(k)}-\Gamma_{\alpha jk}\omega^\alpha_i-\Gamma_{\alpha j}\omega^\alpha_{ik}+\Gamma^\xi_{ijk}\omega_\xi+\Gamma^a_{ijk}\omega_a+\Gamma^a_{ij}\omega_{ak}-\Gamma_{ajk}\omega^a_i-\\
&\Gamma_{lj}\omega^l_{ik}-\Gamma_{il}\theta^l_{jk}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma_{\alpha(i)(j)}-\Gamma_{kij}\omega^k_\alpha-\Gamma_{ki}\omega^k_{\alpha j}+\Gamma^a_{\alpha ij}\omega_a+\Gamma^a_{\alpha i}\omega_{aj}-\Gamma_{aij}\omega^a_\alpha+\Gamma^\xi_{\alpha ij}\omega_\xi-\\
&\Gamma_{\beta i}\omega^\beta_{\alpha j}-\Gamma_{\alpha k}\omega^k_{ij}-\Gamma_{\alpha k}\theta^k_{ij}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^a_{i(j)(k)}+\Gamma_{ijk}\omega^a+\Gamma_{ij}\theta^a_k-\Gamma^a_{jk}\omega_i-\Gamma^a_{\alpha jk}\omega^\alpha_i-\Gamma^a_{\alpha j}\omega^\alpha_{ik}+\Gamma^\xi_{ijk}\omega^a_\xi-\\
&\quad-\Gamma^a_{bjk}\omega^b_i-\Gamma^a_{bj}\omega^b_{ik}+\Gamma^b_{ijk}\omega^a_b+\Gamma^b_{ij}\omega^a_{bk}-\Gamma^a_{lj}\omega^l_{ik}-\Gamma^a_{il}\theta^l_{jk}\equiv 0,\\
&\Delta\Gamma^a_{\alpha(i)(j)}+\Gamma_{\alpha ij}\omega^a+\Gamma_{\alpha i}\theta^a_j-\Gamma^a_{ij}\omega_\alpha-\Gamma^a_{kij}\omega^k_\alpha-\Gamma^a_{ki}\omega^k_{\alpha j}-\Gamma^a_{bij}\omega^b_\alpha+\\
&\quad+\Gamma^\xi_{\alpha ij}\omega^a_\xi+\Gamma^b_{\alpha i}\omega^a_{bj}-\Gamma^a_{\beta i}\omega^\beta_{\alpha j}-\Gamma^a_{\alpha k}\theta^k_{ij}\equiv 0,
\end{aligned}
\tag{11}
$$

где, например,

$$\Delta\Gamma^a_{(i)(j)} = d\Gamma^a_{ij} - \Gamma^a_{kj}\theta^k_i - \Gamma^a_{ik}\theta^k_j + \Gamma^b_{ij}\omega^a_b,$$

а символ ≡ означает сравнение по модулю базисных форм ω^i.

Дифференцируя выражения (10) для R и учитывая при этом дифференциальные уравнения (8) и(9) для компонент объекта связности Γ, а также сравнения (11) для пфаффовых производных компонент объекта Γ, получим дифференциальные сравнения на компоненты объекта кривизны R

$$\begin{aligned}
&\Delta R^a_{(i)(j)} - R^a_{bij}\omega^b \equiv 0, \qquad \Delta R_{a(i)(j)} + R^b_{aij}\omega_b \equiv 0,\\
&\Delta R^a_{b(i)(j)} + \delta^a_b(R_{cij}\omega^c - R^c_{ij}\omega_c) - R^a_{ij}\omega_b + R_{bij}\omega^a \equiv 0,\\
&\Delta R^i_{j(k)(l)} + R^\alpha_{jkl}\omega^i_\alpha - R^i_{\alpha kl}\omega^\alpha_j - \delta^i_j R^a_{kl}\omega_a + \delta^i_j R_{akl}\omega^a \equiv 0,\\
&\Delta R^\alpha_{i(j)(k)} + R^l_{ijk}\omega^\alpha_l \equiv 0, \quad \Delta R^i_{\alpha(j)(k)} + R^\beta_{\alpha jk}\omega^i_\beta - R^i_{ljk}\omega^l_\alpha \equiv 0,\\
&\Delta R^\alpha_{\beta(i)(j)} + R^k_{\beta ij}\omega^\alpha_k - R^\alpha_{kij}\omega^k_\beta + \delta^\alpha_\beta(R_{aij}\omega^a - R^a_{ij}\omega_a) \equiv 0, \quad (12)\\
&\Delta R_{i(j)(k)} - R_{\alpha jk}\omega^\alpha_i + R^\xi_{ijk}\omega_\xi + R^a_{ijk}\omega_a - R_{ajk}\omega^a_i \equiv 0,\\
&\Delta R_{\alpha(i)(j)} + R^\xi_{\alpha ij}\omega_\xi - R_{aij}\omega^a_\alpha + R^a_{\alpha ij}\omega_a - R_{kij}\omega^k_\alpha \equiv 0,\\
&\Delta R^a_{i(j)(k)} + R_{ijk}\omega^a + R^\xi_{ijk}\omega^a_\xi - R^a_{\alpha jk}\omega^\alpha_i - R^a_{bjk}\omega^b_i - R^a_{jk}\omega_i \equiv 0,\\
&\Delta R^a_{\alpha(i)(j)} + R^\xi_{\alpha ij}\omega^a_\xi - R^a_{bij}\omega^b_\alpha - R^a_{kij}\omega^k_\alpha + R_{\alpha ij}\omega^a - R^a_{ij}\omega_\alpha \equiv 0.
\end{aligned}$$

Определение. *Усеченным объектом [9] или псевдотензором [10] называется объект, не являющийся геометрическим объектом, обращение которого в нуль имеет инвариантный смысл.*

Из дифференциальных сравнений для компонент объекта кривизны R (12) и определения следует

Теорема 2. *Объект кривизны R групповой связности Γ является псевдотензором, содержащим единственный простейший $R_0 = \{R_{aij}, R^a_{bij}, R^a_{ij}\}$ и единственный простой $R_1 = \{R_0, R^\alpha_{ijk}, R^i_{jkl}, R^\alpha_{\beta ij}, R^i_{\alpha jk}\}$ подпсевдотензоры, которые являются объектами кривизны связностей Γ_0 и Γ_1 в факторрасслоениях $P(B_r)$ и $H(B_r)$ соответственно.*

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кобяси, Ш. Группы преобразований в дифференциальной геометрии / Ш. Кобяси. – М.: Наука, 1986. – 224 с.

2.Лумисте, Ю.Г. Индуцированные связности в погруженных проективных и аффинных расслоениях / Ю.Г. Лумисте // Уч. зап.Тартуск. ун-та. – 1965. – Вып. 177. – С. 6-41.

3. Гейдельман, Р.М. О плоскостных поверхностях / Р.М. Гейдельман, Л.З. Кругляков // Доклады АН СССР. – 1974. – Т. 219. – №1. – С.19-22.

4. Шевченко, Ю.И. Оснащения плоскостной поверхности, рассматриваемой с трех точек зрения / Ю.И. Шевченко // Диф. геом. многообр. фигур. — Калининград. – 1993. –Вып. 24. – С. 112-123.

5. Скрягина (Вялова), А.В. Пучок связностей 1-го типа, индуцированный оснащением Бортолотти плоскостной поверхности / А.В. Скрягина (Вялова) // Проблемы мат. и физ. наук.– Калининград, 2000. – С.35-38.

6. Евтушик, Л.Е. Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях / Л.Е. Евтушик[и др.] // Проблемы геометрии / ВИНИТИ. – М., 1979. – Т. 9. –С. 5-247.

7. Лаптев, Г.Ф. Структурные уравнения главного расслоенного многообразия / Г.Ф. Лаптев // Тр. геом. семинара. / ВИНИТИ. – М., 1969. – Т. 2. – С.161-178.

8. Шевченко, Ю.И. Оснащенияцентропроективных многообразий / Ю.И. Шевченко. – Калининград, 2000. – 113 с.

9.Остиану, Н.М. Геометрических объектов теория / Н.М. Остиану // Мат. энц. – М., 1984. – Т. 1. – С.937.

10. Шевченко, Ю.И. Оснащения голономных и неголономных гладких многообразий / Ю.И. Шевченко. – Калининград, 1998. – 83 с.

PSEVDOTENSOR OF CURVATURE OF THE GROUP CONNECTION ON THE PLANE SURFACE

A.V. Vyalova

In many projective space the plane surface as a manifold of planes is considered. The group connection is given in associated principal bundle.The expressions for the curvature object and differential comparisons for the components of this object are found. It is proved, that the object of curvature of group connection in a principal bundle associated with the plane surface is psevdotensor.

projective space, plane surface, principal bundle, group connection,object of curvature of group connection, psevdotensor