

УДК 532:639.2

КОЭФФИЦИЕНТ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ
КРИВОЛИНЕЙНОГО КАНАТА

И. М. Ахмедов, В. А. Наумов

THE DRAG HYDRODYNAMIC COEFFICIENT OF A CURVED ROPE

I. M. Akhmedov, V. A. Naumov

Канаты широко используются в различных отраслях промышленности и на транспорте, являются важной частью орудий промышленного рыболовства. Во многих орудиях лова форма каната отличается от прямолинейной. Чтобы найти силу лобового сопротивления, действующую на криволинейный канат, необходимо знать интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления. Проанализированы опубликованные экспериментальные данные. Эмпирическая зависимость интегрального коэффициента сопротивления от угла провиса является возрастающей, а от относительной стрелы прогиба – имеет минимум. Последний эффект является следствием применения при расчете коэффициента сопротивления в качестве определяющего размера длины хорды, а не всего каната. Для сравнения результатов экспериментов разных авторов использован приведенный коэффициент сопротивления криволинейного каната, величина которого изменяется от нуля до единицы. Имеющиеся экспериментальные данные преобразованы в одинаковые координаты: приведенный интегральный коэффициент сопротивления криволинейного каната – угол провиса. Показано, что этот коэффициент сопротивления криволинейного каната во всех случаях возрастает с увеличением угла провиса. Численным методом решена краевая задача равновесия гибкой нерастяжимой нити нейтральной плавучести, закрепленной в двух точках в однородном потоке. Результаты расчета хорошо согласуются с опытными данными. Критерием подобия задачи в квадратичной области гидродинамического сопротивления является безразмерная сила натяжения в вершине криволинейного каната. При решении краевой (дифференциальной) задачи локальный коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейной нити полностью определяется коэффициентами сопротивления цилиндрического стержня бесконечного удлинения (для продольного и поперечного обтекания) и местным углом атаки.

канат, равновесие, гидродинамические силы, коэффициент сопротивления, система уравнений, критерии подобия, численный метод

Ropes are widely used in various industries and transport, are an important part of the tools of commercial fishing. Many of the fishing gear shape of the rope is different from straightforward. To find the force of drag acting on a curvilinear rope, you need to know the integral hydrodynamic drag coefficient. Published experimental data are analyzed. The empirical dependence of the integral drag coefficient on the deflection angle is increasing. It has a minimum on relative deflection. The latter effect is a

consequence of the use in the drag coefficient calculation as a key determinant of the chord length size, not just rope. The integral drag coefficient of curvilinear rope are used for comparison of experimental results of different authors, the value of which varies from zero to one. The experimental data are transformed into the same coordinates: the integral drag coefficient of curvilinear rope and slack angle. It is shown that the drag coefficient of curvilinear rope increases with deflection angle increasing. Numerical method solved the boundary value problem of equilibrium of a flexible, inextensible string of neutral buoyancy, fixed at two points in a uniform flow. The calculation results are in good agreement with experimental data. The similarity criterion tasks quadratic in the field of hydrodynamic resistance is a dimensionless force of tension in the curved top of the rope. When solving boundary value (differential) the tasks to the local coefficient of drag hydrodynamic of the curved filament is completely determined by the coefficients of the drag of an infinite cylindrical rod elongation (longitudinal and transverse flow) and the local attack angle.

rope, balance, hydrodynamic forces, drag coefficient, the system of equations, similarity criteria, numerical method

Канаты являются важной частью орудий промышленного рыболовства. Во многих случаях форма каната отличается от прямолинейной [1-5]. Чтобы найти силу лобового сопротивления, действующую на криволинейный канат, необходимо знать интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления C_x^o :

$$R_x = 0,5 \cdot C_x^o \cdot \rho \cdot F \cdot V^2, \quad C_x^o = \int_0^L C_x(S) ds, \quad (1)$$

где ρ – плотность воды; V – скорость; F – характерная площадь; L – длина каната.

Локальный коэффициент гидродинамического сопротивления $C_x(S)$ в общем случае зависит от числа Рейнольдса Re , местного угла атаки α и других безразмерных характеристик каната [4, 6]:

$$Re = V \cdot d / \nu,$$

где d – диаметр каната, ν – коэффициент кинематической вязкости воды.

Опубликованы результаты экспериментальных исследований зависимости коэффициента C_x^o каната от его характеристик прогиба [1, 4, 5]. На рис. 1: f_0 – отнесенная стрела прогиба ($f_0 = f / \ell$), φ – угол провиса нити (см. рис. 2).

В [1, 5] приведены результаты морских опытов, проведенных во Франции с буксировкой веревок. Были определены коэффициент гидродинамического сопротивления и форма дуги, которую принимает буксируемая веревка, когда хорда, соединяющая ее концы, горизонтальна и перпендикулярна направлению движения. В качестве определяющей площади приняли произведение длины хорды AB на диаметр d . Коэффициент гидродинамического сопротивления рассчитывали в [1] по формуле (2)

$$C_e = \frac{R_x}{0,5 \cdot \ell \cdot d \cdot \rho \cdot V^2}. \quad (2)$$

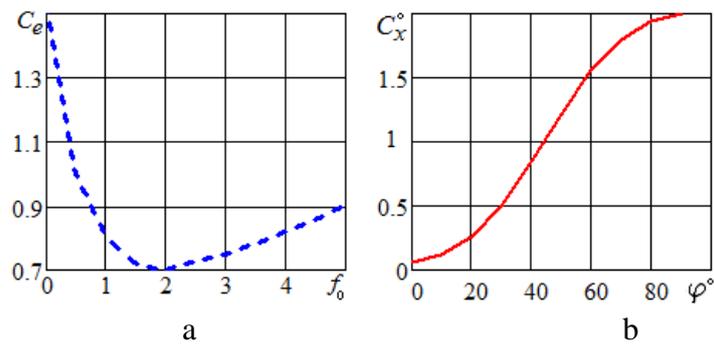


Рис. 1. Интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейной нити: а – по данным опытов [5], б – по данным опытов [4]
 Fig. 1. Integral drag hydrodynamic coefficient of the curved filament: а – according to the experiments [5], б – according to the experiments [4]

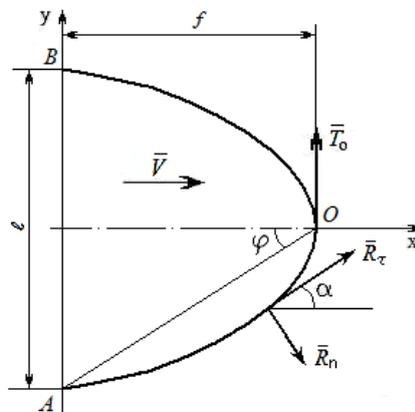


Рис. 2. Схема равновесия нити, закрепленной в двух точках в однородном потоке
 Fig. 2. Scheme balance thread, pinned at two points in a uniform fluid flow

На первый взгляд, поведение кривых на рис. 1а и 1б различается, причем не только количественно, но и качественно. Рассмотрим эту ситуацию подробнее. По рис. 2 угол провиса можно выразить через относительную стрелу прогиба:

$$\varphi = \arctg \left(0,5 \cdot \ell / f \right) \approx \arctg \left(0,5 / f_0 \right). \quad (3)$$

В [4] в качестве характерной площади принята величина $F = Ld$. Откуда связь между коэффициентами определяется следующей формулой:

$$C_e = C_x^o \cdot \ell / L. \quad (4)$$

Для оценки отношения в формуле (4) в первом приближении будем считать форму нити параболической:

$$X(Y) = f \cdot \left(-4 \cdot \left(Y / \ell \right)^2 \right).$$

Длину дуги (нити) можно вычислить с помощью интеграла

$$L = 2 \cdot \int_0^{\ell/2} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial X}{\partial Y} \right)^2} dY = 2 \cdot \int_0^{\ell/2} \sqrt{1 + \left(\frac{8f \cdot Y}{\ell^2} \right)^2} dY. \quad (5)$$

Далее будем полагать, что область гидродинамического сопротивления – квадратическая, локальный коэффициент сопротивления зависит только от угла

атаки. Чтобы сравнить результаты экспериментов разных авторов, будем пользоваться приведенным коэффициентом сопротивления каната, величина которого изменяется от нуля до единицы:

$$c_x = \left(C_x^0 - C_0 \right) / \left(C_{90} - C_0 \right), \quad (6)$$

где C_{90} , C_0 – коэффициенты сопротивления прямолинейного каната при поперечном и продольном обтекании соответственно.

На рис. 3 показаны результаты экспериментальных исследований, пересчитанные по формулам (3)-(6) в одинаковых координатах. Точки 2 близки к точкам 1 при небольших углах провиса, но лежат заметно ниже при $\varphi > 45^\circ$. Возможно, это обусловлено приближенным описанием формы нити параболой. Для проверки найдем форму нити, решая систему уравнений ее равновесия.

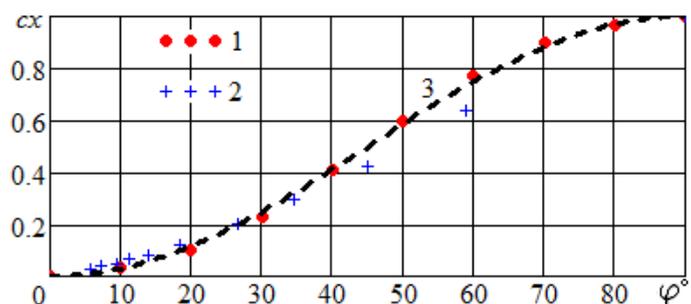


Рис. 3. Зависимость приведенного коэффициента лобового сопротивления каната от угла провиса: 1 – по данным опытов [5], 2 – по [4], 3 – результаты расчета
 Fig. 3. Dependence of drag reduced coefficient of the rope on the deflection angle:

1 – according to the experiments [5], 2 – [4], 3 – calculation results

Осевая симметрия позволяет искать решение только на дуге OA . Уравнения равновесия плоской гибкой нити в проекциях на нормальную и касательную оси (см. рис. 2) в общем виде записываются [7]:

$$T \frac{d\alpha}{dS} + P_n = 0, \quad \frac{dT}{dS} + P_\tau = 0, \quad (7)$$

где T – величина локальной силы натяжения нити; P_n , P_τ – проекции внешних сил (на единицу длины нити) на нормальную и касательную оси соответственно; S – дуговая координата.

С учетом выбранных направлений осей на рис. 2 уравнения (7) примут вид

$$T \frac{d\alpha}{dS} + R_n = 0, \quad \frac{dT}{dS} + R_\tau = 0. \quad (8)$$

Воспользуемся для расчета локального коэффициента лобового сопротивления каната $C_x(\alpha)$ формулой, которая дает наилучшее согласие с экспериментальными данными:

$$C_x = C_0 + \left(C_{90} - C_0 \right) \sin^n \alpha. \quad (9)$$

Обычно в формуле (9) принимают $n = 1$, но в [8] показано, что с опытными данными лучше всего согласуются результаты расчета при $n = 2,7$.

Зависимость локального коэффициента подъемной силы от угла атаки α вычисляем, как в [5]:

$$C_y = C_{90} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \cos \alpha. \quad (10)$$

Полагаем, что в квадратичной области сопротивления коэффициенты гидродинамического сопротивления нити можно принять равными

$$C_{90} = 1,2; \quad C_0 = 0,04.$$

Тогда величины нормальной R_n и касательной R_τ составляющих силы гидродинамического сопротивления на единицу длины нити [5, 9]

$$R_n = \left(2 + (k_1 - k_2) \cdot (\sin \alpha)^{2,7} + k_1 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha \right) \sin \alpha, \quad (11)$$

$$R_\tau = \left(2 + (k_1 - k_2) \cdot (\sin \alpha)^{2,7} - k_1 \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin \alpha \right) \cos \alpha, \quad (12)$$

где k_1 – сила гидродинамического сопротивления на единицу длины нити при поперечном обтекании; k_2 – при продольном обтекании:

$$k_1 = 0,5 \cdot C_{90} \cdot d \cdot \rho \cdot V^2, \quad k_2 = 0,5 \cdot C_0 \cdot d \cdot \rho \cdot V^2, \quad (13)$$

Граничные условия при $S = 0$ (точка O):

$$T(0) = T_0, \quad \alpha(0) = \pi/2. \quad (14)$$

Математическая постановка задачи включает дифференциальные уравнения (8), уравнения (15) для нахождения координат нити (знак минус в правых частях (13) обусловлен противоположным направлением отсчета координат X , Y и дуговой координаты S [9]) и граничные условия.

$$\frac{dX}{dS} = -\cos \alpha, \quad \frac{dY}{dS} = -\sin \alpha. \quad (15)$$

Граничными условиями к системе дифференциальных уравнений (6), (13) являются значения угла и силы натяжения в точке O (14) и координаты точки A

$$X(L/2) = 0; \quad Y(L/2) = 0. \quad (16)$$

Поставленная таким образом задача является краевой, так как граничные условия заданы в двух точках нити.

Для приведения задачи к безразмерной форме в качестве характерных величин целесообразно выбрать длину нити L и силу $k_1 \cdot L$. Введем безразмерные переменные величины

$$\tau = \frac{T}{L \cdot k_1}, \quad rn = \frac{R_n}{k_1}, \quad r\tau = \frac{R_\tau}{k_1}, \quad x = \frac{X}{L}, \quad y = \frac{Y}{L}, \quad \sigma = \frac{S}{L}. \quad (17)$$

Размерные переменные величины выражаем через безразмерные

$$T = \tau \cdot L \cdot k_1, \quad X = Lx, \quad Y = Ly, \quad S = L\sigma$$

и подставляем в (8)

$$\tau \frac{Lk_1}{L} \cdot \frac{d\alpha}{d\sigma} + k_1 \cdot rn = 0, \quad \frac{Lk_1}{L} \cdot \frac{d\tau}{d\sigma} + q \cdot \sin \alpha - k_1 \cdot r\tau = 0. \quad (18)$$

Обе части (15) делим на k_1 и подставляем выражения для сил. В результате получим систему дифференциальных уравнений равновесия в безразмерной форме с граничными условиями:

$$\tau \cdot \frac{d\alpha}{d\sigma} + \left(\chi + (1 - \chi) \cdot (\sin \alpha)^{2,7} + \cos^2 \alpha \cdot \sin \alpha \right) \sin \alpha = 0, \quad (19)$$

$$\frac{d\tau}{d\sigma} - \left(\chi + (1 - \chi) \cdot (\sin \alpha)^{2,7} - \sin^3 \alpha \right) \cos \alpha = 0, \quad (20)$$

$$\frac{dx}{d\sigma} = -\cos\alpha, \quad \frac{dy}{d\sigma} = -\sin\alpha, \quad \chi = \frac{k_2}{k_1} = \frac{C_0}{C_{90}} = \frac{1}{30}, \quad (21)$$

$$x(0,5) = 0, \quad y(0,5) = 0, \quad \tau(0) = \tau_0, \quad \alpha(0) = \frac{\pi}{2}. \quad (22)$$

Критерием подобия задачи является граничное условие τ_0 – безразмерная сила натяжения в точке O . Однако количество критериев подобия увеличится, если будет рассматриваться не квадратичная область гидродинамического сопротивления, а течение со сравнительно небольшими числами Рейнольдса.

Система уравнений (19)-(21) с граничными условиями (22) была решена численным методом в среде Mathcad с помощью операторов Given-Odesolve [9]. Заметим, что в указанной постановке не только форма нити, но и положение точек A, B априорно неизвестны. Решение позволяет найти форму нити, угол провиса и интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления:

$$C_x^o = 2 \cdot \int_0^{0,5} \left(\chi + (1 - \chi) \cdot (\sin\alpha(\sigma))^{2,7} \right) d\sigma. \quad (23)$$

На рис. 3 видно, что результат расчета по формуле (21), линия 3, хорошо согласуется с опытными данными. На рис. 4 представлена рассчитанная форма нити при шести значениях τ_0 . По правому рис. 5 может показаться, что с возрастанием номера кривой ее длина уменьшается. В действительности - это визуальный эффект, обусловленный разным масштабом осей координат. Проверка безразмерной длины нити по рассчитанным координатам показала отклонение от единицы не более 0,1 %:

$$2 \cdot \int_0^{0,5} \sqrt{\left(\frac{dx}{d\sigma}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\sigma}\right)^2} d\sigma = 1,0.$$

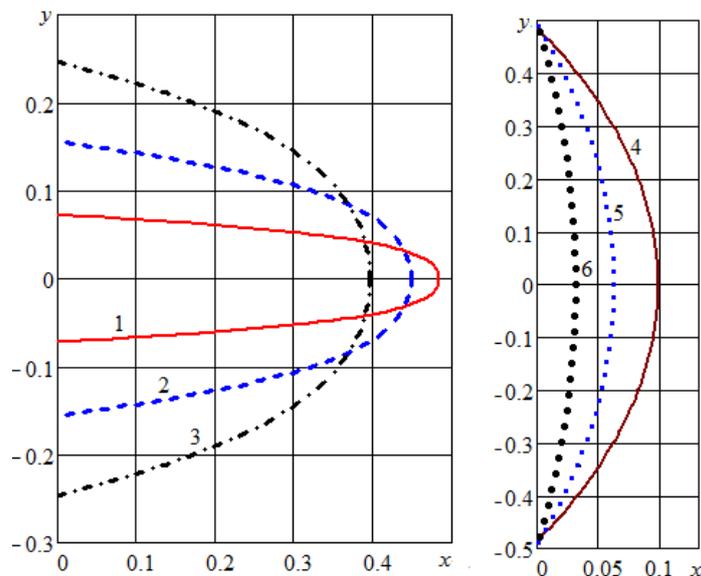


Рис. 4. Форма каната при различных значениях граничного условия:
 1 – $\tau_0 = 0,04$; 2 – $\tau_0 = 0,12$; 3 – $\tau_0 = 0,3$; 4 – $\tau_0 = 2,5$; 5 – $\tau_0 = 4,0$; 6 – $\tau_0 = 8,0$
 Fig. 4. The shape of the rope at different values of boundary conditions:

$$1 - \tau_0 = 0,04; 2 - \tau_0 = 0,12; 3 - \tau_0 = 0,3; 4 - \tau_0 = 2,5; 5 - \tau_0 = 4,0; 6 - \tau_0 = 8,0$$

Выводы

1. Результаты решения краевой задачи равновесия гибкой нити хорошо согласуются с опытными данными.
2. Только интегральный коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейной нити является убывающей функцией угла провиса.
3. При решении краевой (дифференциальной) задачи локальный коэффициент гидродинамического сопротивления криволинейной нити полностью определяется коэффициентами сопротивления цилиндрического стержня бесконечного удлинения C_0 , C_{90} и углом атаки.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ЛИТЕРАТУРНЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Баранов, Ф. И. Техника промышленного рыболовства / Ф. И. Баранов. – Москва: Пищепромиздат, 1960. – 695 с.
2. Matuda K., Sannomiya N. Theory and design of bottom drift net. Results of numerical analysis on the motion of gear // Bul. of the Jap. Soc. of Scien. Fish. –1977. – No 43. – P. 679-687.
3. Lee C.W., Lee G.H., Cha B.J., Kim H.Y., Lee J.H. Physical modeling for underwater flexible systems dynamic simulation // Ocean engineering. – 2005. – No 32. – P. 331-347.
4. Белов, В. А. Гидродинамика нитей, сетей и сетных конструкций: монография / В. А. Белов. – Калининград: Изд-во КГТУ, 2000. – 201 с.
5. Розенштейн, М. М. Механика орудий рыболовства: учебник / М. М. Розенштейн, А. А. Недоступ. – Москва: Моркнига, 2011. – 527 с.
6. Недоступ, А. А. Методы расчета пассивных сетных орудий внутреннего и прибрежного рыболовства / А. А. Недоступ. – Калининград: Изд-во КГТУ, 2010. – 280 с.
7. Меркин, Д. Р. Введение в механику гибкой нити / Д. Р. Меркин. – Москва: Наука, 1980. – 240 с.
8. Наумов, В. А. Коэффициенты гидродинамического сопротивления цилиндрического стержня / В. А. Наумов, И. М. Ахмедов // Водопользование и задачи гидромеханики: сборник научных трудов. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВПО «КГТУ», 2015.
9. Наумов, В. А. Прикладная математика: учеб. пособие по решению профессиональных задач в среде Mathcad / В. А. Наумов. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВПО «КГТУ», 2014. – 144 с.

REFERENCES

1. Baranov F. I. *Tekhnika promyshlennogo rybolovstva* [Commercial fishery techniques]. Moscow, Pishchepromizdat, 1960, 695 p.

2. Matuda K., Sannomiya N. Theory and design of bottom drift net. Results of numerical analysis on the motion of gear. Bul. of the Jap. Soc. of Scien. Fish. 1977, no 43, pp. 679-687.

3. Lee C. W., Lee G. H., Cha B. J., Kim H. Y., Lee J. H. Physical modeling for underwater flexible systems dynamic simulation. Ocean engineering. 2005, no 32, pp. 331-347.

4. Belov V. A. *Gidrodinamika nitey, setey i setnykh konstruksiy* [Hydro-dynamics of strings, grids and net constructions]. Kaliningrad, izd-vo KGTU, 2000, 201 p.

5. Rozenshteyn M. M., Nedostup A. A. *Mekhanika orudiy rybolovstva: uchebnik* [Mechanics of fishing gear: student's book]. Moscow, Morkniga, 2011, 527 p.

6. Nedostup A. A. *Metody rascheta passivnykh setnykh orudiy vnutrennego i pribrezhnogo rybolovstva* [Calculation methods of passive netting gear of inland and offshore fishery]. Kaliningrad, izd-vo KGTU, 2010, 280 p.

7. Merkin D. R. *Vvedenie v mekhaniku gibkoy niti* [Introduction to mechanics of an elastic string]. Moscow, Nauka, 1980, 240 p.

8. Naumov V. A., Akhmedov I. M. *Vodopol'zovanie i zadachi gidromekhaniki: Sbornik nauchnykh trudov* [Water management and problems of hydromechanics: collection of research papers]. Kaliningrad, izd-vo FGBOU VPO «KGTU», 2015.

9. Naumov V. A. *Prikladnaya matematika: uchebnoe posobie po resheniyu professional'nykh zadach v srede Mathcad* [Applied mathematics: coursebook for solving job tasks in Mathcad]. Kaliningrad, izd-vo FGBOU VPO «KGTU», 2014, 144 p.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Ахмедов Исфендия Махмуд-оглы – Калининградский государственный технический университет; аспирант кафедры водных ресурсов и водопользования

Akhmedov Isfendia Makhmud-ogly – Kaliningrad State Technical University; the Post-graduate student of Water Resources and Water Management Department

Наумов Владимир Аркадьевич – Калининградский государственный технический университет; доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой водных ресурсов и водопользования; e-mail: van-old@rambler.ru

Naumov Vladimir Arkadievich – Kaliningrad State Technical University; Doctor of Technical Sciences, Professor, Chairholder of Water Resources and Water Management Department; e-mail: van-old@rambler.ru