ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»

Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

Н.О. Кириллов, канд. техн. наук, доцент

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СУДОВОЖДЕНИЯ

Методические указания и контрольные задания
для студентов специальности 26.05.05 «Судовождение»
заочной формы обучения
(2-е издание, переработанное и дополненное)

Калининград
Издательство БГАРФ
2019

УДК 656.61.052:51(07)

Математические основы судовождения: метод. указания и контрольные задания для студентов заочной формы обучения / сост.: Н.О. Кириллов. – 2-е изд., перераб. и доп. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2019. – 137 с.

Методические указания и контрольные задания составлены в соответствии с действующей программой дисциплины «Математические основы судовождения» и Международной конвенцией о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года, с поправками. Предназначены для студентов специальности 26.05.05 «Судовождение» заочной формы обучения БГАРФ.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Балтийской государственной академии рыбопромыслового флота.

Рецензент: Бондарев В.А., д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры судовождения БГАРФ

ОГЛАВЛЕНИЕ

ОБЩИЕ ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Дисциплина МОС является базовой для подготовки инженера-судоводителя по курсам навигации, мореходной астрономии, технических средств судовождения, управления судном и автоматизации судовождения, поскольку показывает принципы математического, в том числе и автоматического решения большого количества практических задач судовождения.

Сущность дисциплины «Математические основы специальности» и цель ее изучения

Целью изучения дисциплины является подготовка высококвалифицированного инженера-судоводителя, способного на основе полученных знаний, умений и навыков обеспечить навигационную безопасность плавания, а также воспитать высокую ответственность за выполнение своих служебных обязанностей в вопросах судовождения.

Дисциплина рассматривает понятие систем координат и положение физических тел не вообще, а на поверхности Земли, описываемой различными математическими моделями на примерах решения задач, имеющих практически значимое содержание для надежного и безопасного мореплавания.

Предметом изучения дисциплины являются следующие объекты:

- математические модели Земли;
- системы координат, используемые в судовождении;
- основы сферической тригонометрии;
- счисление пути и координат места судна;
- основные понятия и определения картографии;
- ортодромия, локсодромия и их свойства;
- элементы навигационной информации и их погрешности;
- навигационные параметры и их изолинии;
- градиенты навигационных параметров;
- основные законы распределения случайных погрешностей навигационных параметров;

- взаимосвязь погрешностей и методика оценки точности измерений навигационных параметров;
- методика определения и оценки точности места судна по двум навигационным параметрам;
- методика определения и оценки точности места судна с использованием избыточных навигационных параметров;
- методика оценки точности счисления;
- методика оценки навигационной безопасности плавания.

Дисциплина имеет статус обязательной, относится к циклу ЕН и является частью национально-регионального учебного плана.

При изучении дисциплины используются базовые понятия как для курса школьной, так и курса высшей (включая базовые понятия математической статистики) математики. Дисциплина на основе общематематических понятий о системах координат и способах изображения сложных поверхностей на плоскости дает доступные образному представлению определения фундаментальных понятий картографии, таких как карта, план, картографическая проекция и картографическая сетка. Кроме того, дисциплина освещает основные понятия метрологии, такие как отсчет показаний измерительного устройства, результат измерения и математическая обработка серии измерений. Статистические приемы математической обработки навигационной информации используются для получения вероятнейших значений навигационных параметров, что является основой для обеспечения навигационной безопасности судовождения. На этой основе даются фундаментальные понятия способов определения координат места судна как методом счисления, так и методом обсервации.

Без усвоения и осознания судоводителем вышеуказанных вопросов невозможно выполнять требования руководящих документов по обеспечению безопасности судовождения, таких как ПДМНВ, СОЛАС, Резолюций ИМО и др.

Полученные в процессе изучения дисциплины знания, умения и навыки являются базовыми при изучении таких дисциплин, как «Навигация», «Мореходная астрономия», «Технические средства судовождения», «Управление судном» и «Автоматизация судовождения».

В результате изучения дисциплины студент-заочник должен

Знать:

- базовые (фундаментальные) определения, относящиеся к данной дисциплине;
- правила использования Мореходных таблиц;
- основные требования руководящих документов по обеспечению навигационной безопасности судовождения;
- основные законы распределения случайных погрешностей навигационных параметров;
- основные источники возникновения погрешностей навигационных параметров, формулы и алгоритмы по их вычислению и учету;
- основные методы обработки навигационной информации;
- основные задачи и методы их решения по оценке навигационной безопасности судовождения.

Уметь:

- выполнять расчеты для плавания по ортодромии и локсодромии;
- выполнять расчеты значений навигационных параметров и их градиентов;
- выполнять расчеты для плавания по счислению с оценкой его точности;
- выполнять расчеты для определения обсервованных координат места судна с оценкой их точности, в том числе и при использовании избыточной навигационной информации;
- выполнять расчеты по оценке навигационной безопасности судовождения.

Владеть:

- способностью за достаточно короткий срок решать конкретные задачи по определению счислимых и обсервованных координат места судна, оценке их точности и навигационной безопасности судовождения различными способами (по формулам, с помощью Мореходных таблиц и с применением вычислительной техники);
- навыками выполнения необходимых навигационных расчетов при использовании официальных справочных зданий – Мореходных таблиц, Наставления по организации штурманской

службы на судах флота рыбной промышленности, Устава службы на судах флота рыбной промышленности.

Значение дисциплины «Математические основы специальности» в профессиональной подготовке специалиста и взаимосвязь ее с другими изучаемыми дисциплинами

Важнейшей и пока полностью нерешенной остается проблема обеспечения навигационной безопасности судов. Возросшая интенсивность плавания, продолжающееся освоение новых районов Мирового океана увеличивают опасность навигационных происшествий и не прощают пренебрежительного отношения судоводителей к вопросам судовождения. Практически во всех случаях навигационных происшествий их первопричиной становились либо нарушения руководящих документов по безопасности судовождения, либо низкая специальная подготовка судоводителей.

Современные технические средства и методы навигации способны обеспечить навигационную безопасность плавания судна только в том случае, если судоводительский состав имеет не только необходимую теоретическую подготовку и твердые практические навыки в решении задач судовождения, но и умеют грамотно применять эти знания и навыки в конкретной обстановке плавания судна. Какой бы сложной и высокоавтоматизированной ни была современная штурманская техника, сама по себе она не решает задачи гарантированного обеспечения навигационной безопасности плавания. Ее может и должен решать только человек, специалист-мореплаватель, соответствующим образом подготовленный и несущий личную ответственность за безопасность плавания.

Дисциплина *«Математические основы специальности»* изучается на основе знаний студента-заочника, полученных по высшей математике, физике и сферической тригонометрии, а знания по дисциплине используются при изучении курсов *«Навигация»*, *«Мореходная астрономия»*, *«Технические средства судовождения»*, *«Радионавигационные приборы и системы»* и *«Безопасность мореплавания»*.

Организация изучения дисциплины «Математические основы специальности» при заочной форме обучения

При заочной форме обучения дисциплина «Математические основы специальности» изучается на 3 курсе: аудиторных занятий – 24 часа, из них на лекции – 12 часов, на лабораторные занятия – 12 часов.

Формы контроля – 2 контрольные работы, курсовая работа, зачет и экзамен в VI семестре.

Основным методом изучения дисциплины студентом-заочником является самостоятельное изучение учебного материала по рекомендованной литературе. Самостоятельная работа является главным условием формирования глубоких и прочных знаний, поэтому оптимальная организация самостоятельной учебной работы имеет решающее значение при выполнении учебного плана.

С этой целью рекомендуется следующий порядок изучения дисциплины:

- ознакомиться с содержанием программы и методических указаний по данной теме;
- прочитать весь учебный материал указанных источников (при первом чтении составить общее представление об изучаемых вопросах и выделить особо трудные или неясные места, не задерживаясь на математических выводах);
- затем провести детальное изучение материала, в процессе которого усвоить теоретические положения, математические зависимости и их выводы.

Для лучшего усвоения изучаемого материала следует завести рабочую тетрадь и кратко записывать главное – формулировки, значения новых терминов и названий, формулы и порядок (алгоритм) выполнения практических задач. Составлять конспект следует предельно аккуратно. Теоретический материал рекомендуется сопровождать решением примеров. Хорошо и аккуратно составленные записи помогут в дальнейшем при подготовке к зачетам, экзаменам и при выполнении контрольных работ.

Если студент-заочник работает на судне, то при изучении наиболее сложных для понимания вопросов следует консультироваться у грамотных штурманов судна, а другие студенты-заочники – у ведущего преподавателя кафедры судовождения БГАРФ. На кафедре можно получить необходимые пособия.

При самостоятельном изучении дисциплины можно воспользоваться учебными программами Интернета.

Зачет по дисциплине проводится в форме индивидуального собеседования по контрольным работам и отдельным теоретическим вопросам.

Прием курсовой работы проводится в виде защиты, на которой студент-заочник должен показать знания по рассмотренным в курсовой работе теоретическим вопросам и умения производить выполненные в работе вычисления конкретных задач судовождения.

Итоговый экзамен после семестра проводится только после защиты курсовой работы по установленной для вузов методике: билет с задачей – 30-минутная подготовка – ответ на вопросы билета, дополнительные вопросы.

ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН ЗАНЯТИЙ

Наименование разделов и тем программ дисциплины	Заочная форма обучения	
	лекции	лабор. занятия
Введение. Основные понятия, термины и определения. Предмет и задачи дисциплины	0,5	0,5
Раздел 1. Математические модели Земли, основные точки, линии и плоскости. Тема 1.1. Формы Земли, геоид, эллипсоид вращения. Тема 1.2. Основные точки, линии и плоскости на модели Земли. Тема 1.3. Радиусы кривизны основных сечений Земли	1	1
Раздел 2. Системы координат, используемые в судовождении. Тема 2.1. Декартова система координат. Тема 2.2. Географическая система координат. Тема 2.3. Полярная система координат	0,5	0,5

Раздел 3. Основы сферической тригонометрии. Тема 3.1. Сферический треугольник. Тема 3.2. Основные теоремы и формулы для решения сферического треугольника. Тема 3.3. Построение и решение сферических треугольников в судовождении	0,5	0,5
Раздел 4. Счет направлений, расстояний и скорости судна на земной поверхности. Тема 4.1. Ортодромия, ее уравнение и свойства. Расчет длины и направления ортодромии на плоскости и на сфере. Тема 4.2. Локсодромия. Расчет длины и направления локсодромии на плоскости и на сфере. Тема 4.3. Курс, пеленг, курсовой угол. Системы счета. Истинные и компасные направления. Тема 4.4. Счет расстояний и скорости судна на земной поверхности. Морская миля, кабельтов, узел	0,5	0,5
Раздел 5. Основные понятия и определения картографии. Тема 5.1. Картографические проекции и их классификация. Тема 5.2. Масштабы карты. Графическая точность решения задач на карте. Тема 5.3. Прямая равноугольная цилиндрическая проекция Меркатора	0,5	0,5
Раздел 6. Навигационная информация и ее элементы. Навигационные параметры и их изолинии. Тема 6.1. Навигационные параметры и способы их определения. Тема 6.2. Изолинии основных навигационных параметров.	0,5	0,5
Раздел 7. Градиенты навигационных параметров. Тема 7.1. Понятие градиента навигационного параметра. Тема 7.2. Вычисление направлений и модулей градиентов для различных навигационных параметров	0,5	0,5
Раздел 8. Определение координат места судна по измерениям двух навигационных параметров. Тема 8.1. Определение координат места судна по измерениям двух навигационных параметров методом изолиний. Тема 8.2. Линия положения, ее элементы и уравнение. Тема 8.3. Аналитическое и графическое определение координат места судна по измерениям двух навигационных параметров методом линий положения	1	1
Раздел 9. Точность навигационных параметров. Тема 9.1. Частота и вероятность события. Случайная величина. Тема 9.2. Погрешности навигационных элементов. Абсолютные, относительные, случайные, систематические, частные и повторяющиеся погрешности. Полная погрешность навигационного параметра. Тема 9.3. Основные законы распределения случайных погрешностей навигационных параметров, их вероятностные и статистические характеристики	1	1

Раздел 10. Оценка точности навигационных параметров. Тема 10.1. Вероятнейшее значение навигационного параметра. Тема 10.2. Расчет среднеквадратической погрешности навигационного параметра методом абсолютной привязки, методом внутренней сходимости и по размаху. Тема 10.3. Расчет необходимого числа измерений навигационного параметра	1	1
Раздел 11. Взаимосвязь погрешностей навигационных параметров. Тема 11.1. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Тема 11.2. Обработка взаимозависимых равноточных измерений навигационных параметров. Тема 11.3. Обработка взаимозависимых неравноточных измерений навигационных параметров	1	1
Раздел 12. Оценка точности обсервованного места судна, полученного по измерениям двух навигационных параметров. Тема 12.1. Ромб погрешностей, эллипс погрешностей. Тема 12.2. Радиальная среднеквадратическая и предельная погрешности	0,5	0,5
Раздел 13. Определение координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров. Тема 13.1. Обобщенный метод наименьших квадратов. Тема 13.2. Аналитические способы определения координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров по методу наименьших квадратов. Тема 13.3. Графоаналитические способы определения координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров	1	1
Раздел 14. Оценка точности координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров. Тема 14.1. Вычисление элементов и построение эллипса погрешностей с использованием избыточных измерений навигационных параметров. Тема 14.2. Вычисление радиальной среднеквадратической и предельной погрешностей координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров. Тема 14.3. Определение координат вероятнейшего места судна методом осреднения мест. Оценка точности осредненного места	1	1
Раздел 15. Оценка точности счисления. Тема 15.1. Коэффициент точности счисления и методы его расчета. Тема 15.2. Оценка точности координат счислимого и счислимо-обсервованного места судна. Тема 15.3. Уточнение счислимых координат места судна по измерениям одного навигационного параметра. Тема 15.4. Корректируемое и обсервационное счисление. Тема 15.5. Оптимальная линейная динамическая фильтрация Калмана	1	1
Итого	12	12

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Кириллов Н.О. Определение места судна, оценка его точности и навигационной безопасности плавания. – Калининград: Изд-во БГАРФ, 2012. – 198 с.
2. Кожухов В.П., Григорьев В.В., Лукин А.М. Математические основы судовождения. – М.: Транспорт, 1993. – 200 с.
3. Мореходные таблицы МТ-2000. – СПб.: ГУНиО МО РФ, 2000. – 575 с.
4. Мореходные таблицы МТ-75. – Л.: ГУНиО МО СССР, 1975. – 322 с.

Дополнительная литература

5. Груздев Н.М. Оценка точности морского судовождения. – М.: Транспорт, 1989. – 191 с.
6. Михайловский А.П. и др. Практическое кораблевождение. – Л.: ГУНиО МО СССР, 1989. – 896 с.
7. Наставление по организации штурманской службы на морских судах флота рыбной промышленности СССР. – Л., 1989. – 135 с.

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ЕЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ

Введение

Методические указания

Введение предваряет изучение основного содержания учебной дисциплины и предоставляет обучающемуся возможность узнать о целях дисциплины, ее содержании и месте в подготовке инженера-судоводителя. В результате изучения введения обучающийся должен получить ясное и твердое представление о значении судовождения в выполнении народно-хозяйственных планов, обеспечении безопасного и экономически оправданного перехода судна из одного пункта поверхности Земли в другой и обеспечении сохранности человеческих жизней, судна и груза.

В общем значении термин «судовождение» принято понимать как цикл наук, которые изучают условия, средства и способы вождения судов и включает в себя следующие учебные дисциплины: математические основы специальности, навигацию, лоцию и промысловую навигацию, мореходную астрономию, управление судном, навигационную гидрометеорологию, безопасность мореплавания, автоматизацию промыслового судовождения и технические средства судовождения.

Математические основы специальности как научная дисциплина лежат в основе наук судоводительского цикла. МОС служат общим фундаментом для изучения других дисциплин судовождения; эта дисциплина дает общую методическую и математическую базу для решения большого числа навигационных задач, вырабатывает у специалистов-судоводителей общий взгляд на судовождение и понимание диалектического единства способов судовождения и общность их теоретического фундамента.

Современное судовождение основывается на достижениях как фундаментальных (математики, физики, астрономии и др.), так и прикладных (вычислительной техники, радиоэлектроники, океанографии, картографии и др.) наук. Следовательно, обучающемуся необходимо проследить влияние этих наук на развитие наук судовождения, а также использование их достижений на развитие технических средств навигации.

Материал введения дает возможность получить представление об основных этапах развития мирового и отечественного судовождения и мореплавания.

Литература: [1, с. 6, 2, с. 3]

Вопросы для самоконтроля

1. Какие основные задачи решает судовождение?

2. Назовите учебные дисциплины, составляющие цикл наук «Судовождение».

3. Какие задачи решает учебная дисциплина «Математические основы специальности»?

4. Какие достижения фундаментальных и прикладных наук последних десятилетий используются в судовождении?

5. Как развивалось мореплавание и судовождение в нашей стране? Какова роль отечественных моряков и ученых в развитии судовождения?

Раздел 1. Математические модели Земли, основные точки, линии и плоскости. Темы 1.1–1.3

Методические указания

Материал данной темы является основополагающим для последующего изучения самой дисциплины МОС и таких дисциплин, как навигация, мореходная астрономия, автоматизация судовождения. Основные понятия, которые изучаются в этой теме, широко используются в других науках судоводительского цикла.

В зависимости от требуемой точности задачи судовождения решают на сфероидической или сферической поверхности Земли. Поэтому курсант должен глубоко изучить и уметь оперировать такими понятиями, как геоид, уровенная поверхность геоида, эллипсоид вращения (земной сфероид), референц-эллипсоид, сфера (шар), плоскость; знать параметры референц-эллипсоида Ф.Н. Красовского, который принят в СССР в качестве фигуры Земли, ПЗ-90 и WGS-84, служащих основой при использовании глобальных спутниковых навигационных систем (СНС).

При этом следует выделить, что навигационные карты в разных странах издаются на основе своих референц-эллипсоидов, это приводит к расхождению в координатах одних и тех же пунктов Земли. Во избежание ошибок при плавании вблизи берегов рекомендуется переходить с карты советского издания на иностранную и обратно по истинному пеленгу и расстоянию с карты до берегового ориентира. Выделить условия замены сфероида шаром и практического использования шара в качестве фигуры Земли.

При изучении сечений земного сфероида разными плоскостями выделить экваториальное сечение и три сечения в данной точке эллипсоида – два нормальных (меридианное и по первому вертикалу) и одно косое (по параллели). Линии сечений по меридиану и первому вертикалу представляют собой плоские эллипсы, а линии сечений по экватору и параллели – плоские окружности.

Обучающемуся необходимо получить формулы (сделать вывод) радиусов кривизны параллели, меридиана и первого вертикала в заданной широте, а также радиус средней кривизны. На основе полученных формул радиусов кривизны дать вывод формул для определения длины дуг параллели и меридиана, причем длину дуги меридиана привести для следующих вариантов: от экватора до параллели с широтой, для разности широт не более 15°.

Необходимо также особо выделить длину одной минуты дуги меридиана, которая является единицей длины для измерения расстояний на море (морская миля – м. миля). Следует подчеркнуть, что морская миля является переменной величиной, которая зависит от широты, а работа лагов основана на использовании постоянной величины мили, которая называется стандартной морской милей.

Обучающемуся следует знать различия между морской и стандартной милями. Здесь следует также ознакомиться с одной частью морской мили – кабельтовым (кбт).

Литература: [2, с. 38–59]

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определения геоида, уровенной поверхности, эллипсоида вращения.
2. Какие параметры определяют размеры эллипсоида вращения?
3. Напишите формулы, определяющие сжатие и эксцентриситет эллипсоида вращения.
4. Дайте определение референц-эллипсоида. Назовите численные значения параметров референц-эллипсоида Ф.Н. Красовского, ПЗ-90 и WGS-84.
5. Дайте определения основных элементов и линий земного эллипсоида: полюса, полярной оси, экватора, параллели, меридиана, первого вертикала.
6. Назовите основные сечения земного эллипсоида.

7. Дайте определения радиусов кривизны параллели, меридиана и первого вертикала в заданной точке земного эллипсоида.

8. Напишите формулы, определяющие радиусы кривизны экватора, параллели, меридиана и первого вертикала.

9. Что называется средним радиусом кривизны земного эллипсоида в данной точке? Каково его назначение?

10. Напишите и объясните формулы для вычисления длин дуг параллели и меридиана в разных случаях.

11. Дайте определения морской мили и стандартной морской мили и их выражения в метрах.

Раздел 2. Системы координат, используемые в судовождении. Темы 2.1–2.3

Методические указания

Положение любой точки на поверхности Земли определяется двумя координатами. Отыскание координат места судна в море составляет одну из самых главных задач судовождения. В зависимости от характера, целей и точности решаемых задач в судовождении и картографии нашли применение несколько систем координат, а именно: географическая система координат, система координат с геоцентрической, приведенной широтой, косая и полярная системы координат, система плоских прямоугольных координат.

Одни системы применяются в судовождении, другие – в картографии. Самое широкое применение нашли географические широта и долгота.

Географическая система является основной системой координат. Обучающийся должен твердо знать определения, систему счета и наименования (знаки) географических координат, разностей широт и долгот, а также изменения этих координат при перемещении судна по земной поверхности. Рекомендуется уделить большое внимание решению примеров, при этом аналитическое решение (по формулам) следует проверять графическими примерами (чертежами). При изучении других систем координат обратить внимание на то, какие координатные линии (плоскости) сфероида (шара) используются, пределы изменения координат в этих системах; рассмотреть связь этих координат с географическими, уметь переходить от одних координат к другим и знать случаи применения каждой из названных систем.

Литература: [6, с. 24–28]

Вопросы для самоконтроля

1. Назовите системы координат точки на земной поверхности. 2. Какие координатные линии используются в каждой системе?

3. Что называется географической широтой и географической долготой? Каковы пределы их измерения?

4. Что называется геоцентрической и приведенной широтой? Каковы пределы их изменения?

5. Дайте определения разности широт и разности долгот. Укажите пределы их изменения с учетом знака.

6. Напишите зависимости между географической и геоцентрическими широтами.

7. В чем состоит сущность полярных координат? В каких случаях они применяются?

8. В чем состоит сущность системы прямоугольных координат?

9. Напишите формулы для их вычисления через географическую широту и эксцентриситет эллипсоида вращения.

10. Как исчисляются на сфере географическая широта и долгота?

Раздел 3 Основы сферической тригонометрии. Темы 3.1–3.3

Методические указания

Изучение данной темы вызвано тем, что во многих задачах судовождения поверхность Земли принимается в виде сферы.

И решение многих теоретических и практических вопросов сводится к решению сферических треугольников. Поэтому обучающийся должен уметь получать основные формулы сферической тригонометрии, а их словесные формулировки знать наизусть.

Необходимо овладеть навыками решения таких треугольников при задании их элементов в символах и в градусной мере. Это решение выполняют обычно с помощью таблиц логарифмов тригонометрических функций (табл. 5-а) и таблиц логарифмов сумм (табл. 3-а) и разностей (табл. 3-б) МТ-75. В этом случае процесс вычисления ускоряется применением рациональных расчетных, схем, образцы которых приведены в МГ-75.

Для решения сферических треугольников можно использовать вычислительную технику, при этом составляемые программы следует накапливать.

Элементарные и малые сферические треугольники широко используются в судовождении при рассмотрении разных теоретических вопросов. При этом необходимо отметить, что малым сферическим треугольником является такой, у которого все стороны малы – такой треугольник можно считать плоским и решать его по формулам плоской тригонометрии.

Элементарным сферическим треугольником считают такой, у которого одна из сторон и противолежащий ей угол очень малы – для решения такого треугольника используются упрощенные формулы.

Литература: [1, с. 17–33]

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте понятие сферического угла и укажите способы его измерения.
2. Как образуется сферический треугольник?
3. Как измеряются углы и стороны сферического треугольника?
4. Напишите формулу косинуса стороны сферического треугольника.
5. Напишите формулу косинуса угла сферического треугольника.
6. Напишите формулу синуса сферического треугольника.

7. Напишите формулу четырех рядом лежащих элементов сферического треугольника.

8. Как происходит исследование расчетных формул на знаки?

9. Назовите основные типы вычисления углов по таблицам логарифмов тригонометрических функций МТ-75.

Раздел 4. Счет направлений, расстояний и скорости судна на земной поверхности. Темы 4.1–4.4

Методические указания

При рассмотрении локсодромии следует отметить, что эта линия пересекает все меридианы под одним и тем же углом. Этот угол есть ни что иное, как курс судна.

Плавание по локсодромии с использованием в качестве курсоуказателя компаса является весьма удобным и простым. Поэтому обучающийся должен вывести уравнения, которые позволяют вычислить длину и направление локсодромии. На основе уравнения локсодромии вывести формулы аналитического счисления. Эти формулы являются алгоритмом автоматизированного счисления.

Необходимо отметить разницу между средней и промежуточной широтами, и в каких случаях эти широты используются при вычислении разности долгот. Обучающемуся следует усвоить, что локсодромия не является кратчайшим расстоянием между двумя точками на сфере. Изучая эту тему, следует подчеркнуть, что при решении практических задач судовождения в качестве фигуры Земли принимают сферу. Это приводит к упрощению решения задач. Прямая и обратная геодезические задачи преобразовываются в прямую и обратную навигационные задачи. Следовательно, следует сформулировать эти задачи.

Второй важнейшей навигационной линией на поверхности сферы служит ортодромия, или дуга большого круга. При изучении этой темы обучающийся должен уяснить, какие параметры определяют положение ортодромии на поверхности сферы, получить уравнение ортодромии через ее параметры и через координаты двух точек на поверхности шара, а также получить уравнения для вычисления длины ортодромии между двумя точками и направления (азимута) ортодромии в любой ее точке.

При этом рекомендуется отметить, как выражается математически направление ортодромии в начальной и конечной точках. Из свойств ортодромии следует выделить два: ортодромия пересекает разные меридианы под разными углами и расстояние по ортодромии является кратчайшим между двумя точками на сфере.

Учет расхождений между направлениями ортодромии на разных меридианах осуществляется с помощью угла схождения меридианов. Поэтому необходимо знать сущность и вывести формулу угла схождения меридианов.

Судоводитель обычно ведет учет перемещения судна на меркаторской карте. На этой карте локсодромия изображается прямой линией, а ортодромия – кривой, выпуклостью обращенной к ближайшему полюсу. В общем случае в одной и той же точке направления ортодромии и локсодромии не совпадают – направления этих линий отличаются на величину ортодромической поправки. Ортодромическая поправка необходима для приведения ортодромических направлений, которые получает судоводитель в результате измерения радиопеленгов.

Поэтому следует получить формулы для вычисления ортодромической поправки. При этом надо отметить, что на больших расстояниях (более 500–600 миль) ортодромическую поправку необходимо выделять для места судна и для места ориентира.

Обучающийся должен усвоить, что редукция есть разность локсодромического и ортодромического расстояний между двумя точками на сфере.

При изучении систем счета направлений в море следует наизусть выучить определения курса, пеленга и курсового угла, усвоить различия между истинными и компасными направлениями.

При изучении счета расстояний и скорости судна на земной поверхности следует наизусть выучить определения морской мили, кабельтов и узла.

Литература: [6, с. 28–33, 89–92]

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте определение ортодромии. Опишите свойства ортодромии.

2. Назовите параметры ортодромии и напишите формулы для их вычисления.

3. Как вычислить направление ортодромии?

4. Как вычислить расстояние по ортодромии между двумя точками на сфере?

5. Что называется схождением меридианов и как его вычислить?

6. Что называется ортодромической поправкой и для чего она предназначена?

7. Как вычислить ортодромическую поправку и редукцию расстояния на малых и больших расстояниях?

8. Дайте определение локсодромии. Напишите уравнения на сфере и земном сфероиде.

9. Расскажите свойства локсодромии.

10. Выведите формулы для разности широт и разности долгот.

11. В каких единицах выражаются разность широт и разность долгот?

12. Дайте определения курса, пеленга и курсового угла.

13. Дайте определения морской мили, кабельтова и узла.

Раздел 5. Основные понятия и определения картографии. Темы 5.1–5.3

Методические указания

Важность изучения данной темы определяется тем, что карта является основным пособием по мореплаванию для обеспечения безопасного плавания; на карте наглядно и просто показывается перемещение судна из одного пункта земной поверхности в другой и производятся расчеты и графические построения, связанные с контролем места и маневрированием судна. Карта является плоской моделью навигационного пространства.

Поэтому первоначально следует оценить условия, при которых изображается одна поверхность на другой. Затем изучить основные понятия картографии: карту, план, картографические проекции и сетки, главный и частный, численный и линейный масштабы карты, а также эллипс искажений, который характеризует степень искажений изображения земной поверхности в любой точке карты.

Следует отметить, что от масштаба карты зависит точность измерения расстояний, которая характеризуется предельной точностью масштаба. Обучающийся должен уметь вычислять предельную точность масштаба и переходить от численного масштаба к линейному и наоборот.

Построить любую карту – это значит условно изобразить на плоскости меридианы и параллели. Условное изображение параллелей и меридианов на карте называется картографической сеткой. При изучении картографических сеток следует выделить два обстоятельства:

- построение картографических сеток подчинено определенному математическому закону;
- вид картографических сеток зависит от взаимного положения центральной точки и Северного полюса Земли.

В этой связи необходимо рассмотреть нормальные, поперечные и косые картографические сетки.

Затем необходимо рассмотреть классификацию картографических проекций по характеру искажений (равноугольные, равновеликие, равнопромежуточные и произвольные) и по виду параллелей и меридианов нормальной картографической сетки (конические, цилиндрические, азимутальные и условные). При этом подчеркнуть математические условия равноугольности и те проекции, которые используются в судовождении. Навигационная морская карта является пособием для судоводителя при решении навигационных задач.

Вначале надо уяснить сущность основных требований, которые предъявляются к навигационной морской карте, при этом следует отметить, что выполнение этих требований обеспечивает несложное решение задач судовождения с использованием простых штурманских инструментов. Такая карта строится в проекции Меркатора.

Поэтому надо уделить самое пристальное внимание изучению теории меркаторской карты, ее свойств и характера изменения масштабов. Обратить особое внимание на понимание сущности и различий между меридиональной частью и разностью широт, разностью долгот и отшествием. Иметь четкое представление об экваториальной и меркаторской милях. Здесь рекомендуется ознакомиться с табл. 26 и 27 МТ-75.

Литература: [2, с. 60–72, 6, с. 61–84]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется картой, планом, картографической проекцией, картографической сеткой?
2. Что называется главным, частным, численным и линейным масштабами?
3. Объясните понятия «предельная точность масштаба».
4. Какие картографические сетки (проекции) называются нормальными, экваториальными и косыми?
5. Назовите свойства и математическое условие равноугольных проекций.
6. Какие из произвольных проекций и почему нашли применение в судовождении?
7. Объясните принцип построения нормальной цилиндрической проекции.
8. Назовите и обоснуйте основные требования, которые предъявляются к морской навигационной карте.
9. Выведите уравнение прямой цилиндрической проекции (проекции Меркатора).
10. Напишите и объясните уравнение меридиональных частей и разности меридиональных частей.
11. Дайте определение экваториальной и меркаторской мили.
12. Что называется единицей карты?
13. В чем различие разности широт и разности меридиональных частей, разности долгот и отшествия? Как они измеряются?
14. В чем сущность промежутка практически постоянного масштаба? Где используется этот промежуток?
15. Как изменяется масштаб на меркаторской карте?

Раздел 6. Навигационная информация и ее элементы. Навигационные параметры и их изолинии. Темы 6.1–6.2

Методические указания

Одной из основных задач судовождения является выбор целенаправленного, наиболее выгодного с точки зрения эффективного выполнения рейсового задания и безопасного в навигационном отношении пути судна, а также контроль его действительного местоположения и фактических элементов движения. Эта задача решается на основе определения места судна и оценки его точности на любой заданный момент времени.

Место судна в море определяется двумя методами: методом счисления и методом обсерваций.

Счисление – это процесс непрерывного и последовательного учета элементов движения судна – пути и пройденного расстояния относительно исходной точки, производимый с целью определения и прогнозирования места судна на любой заданный момент времени. То есть счисление основано на непрерывном учете направления и величины перемещения судна во времени.

Исходной информацией для счисления являются данные о курсе и скорости, вырабатываемые автономными судовыми техническими средствами судовождения – курсоуказателями, лагами и инерциальными системами.

Однако полностью учесть влияние течения и ветра на движение судна невозможно. Кроме того, с течением времени накапливаются погрешности автономных судовых технических средств судовождения. Все это обусловливают необходимость периодической коррекции счислимых курса, скорости и места судна по результатам обсерваций.

Обсервация – это процесс определения места судна по измерениям навигационных параметров относительно наземных и небесных навигационных ориентиров.

Таким образом, обучающийся должен понять, что основным методом решения задач судовождения является комплексное использование счислимой и обсервованной навигационной информации.

Навигационной информацией называется комплекс сведений, определяющих положение судна и элементы его движения. Следует уяснить, что величины, составляющие навигационную информацию, называются навигационными элементами, и что входит в их состав.

Навигационные элементы являются результатом измерений. Так, при расчете счислимого места судна измеряются время, курс, пройденное судном расстояние или скорость. При определении места судна измеряются навигационные параметры относительно навигационных ориентиров: пеленги, расстояния, разность расстояний, высоты или азимуты светил, глубины. При расчете маневра расхождения со встречным судном измеряются его полярные координаты – пеленги и расстояния.

Измерением называется физический процесс сравнения измеряемой величины с единицей измерения (эталоном). Однократное измерение данной навигационной величины называют наблюдением.

Измерение производится с помощью приборов или инструментов. В процессе измерения участвует также оператор, производящий измерения, объект измерения и внешняя среда.

Обучающийся должен понять, что измерения навигационных элементов, а следовательно, и навигационная информация в целом, классифицируются по нескольким признакам и знать эти признаки.

Далее необходимо усвоить, что одним из важнейших составляющих элементов навигационной информации являются навигационные параметры.

Навигационным параметром называется измеряемая на судне величина, связанная определенной функциональной зависимостью с положением судна относительно навигационного ориентира.

В качестве навигационных ориентиров используются наземные и небесные объекты: как естественные, так и искусственные.

К наземным ориентирам относятся маяки, радиомаяки, вершины гор, знаки, рельеф дна, приметные искусственные сооружения, радионавигационные станции и др.

К небесным ориентирам относятся звезды, Солнце, Луна, планеты и искусственные спутники Земли.

Измеряемыми на судне величинами могут быть направление на ориентир, расстояние до него, разность расстояний или направлений, высота светила и т. д.

Навигационные параметры могут быть получены как непосредственным измерением (визуальный пеленг, курсовой угол и др.), так и опосредованно путем измерения и преобразования физических величин, связанных определенной функциональной зависимостью с навигационным параметром (например, получение дистанции до ориентира по времени прохождения радиосигнала).

Навигационной изолинией называется геометрическое место точек на земной поверхности, в которой каждая точка соответствует одному и тому же значению навигационного параметра.

Каждому навигационному параметру соответствует своя навигационная изолиния, занимающая определенное положение на земной поверхности. Обучающийся должен знать основные навигационные параметры и соответствующие им навигационные изолинии.

Следует понять, что измерив навигационный параметр U, можно заключить, что в момент измерения судно будет находиться на навигационной изолинии, соответствующей этому параметру.

Литература: [1, с. 34–39, 45–48, 2, с. 123–133]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется навигационной информацией?
2. Какими методами определяется место судна в море?
3. Какие элементы составляют навигационную информацию?
4. Что называется навигационным параметром?
5. Перечислите основные навигационные параметры.
6. Что называется навигационной изолинией?
7. Перечислите основные навигационные изолинии.
8. Что называется счислением?
9. Что называется обсервацией?

Раздел 7. Градиенты навигационных параметров. Темы 7.1–7.2

Методические указания

При изучении данной темы необходимо понять, что градиентом навигационного параметра в общем случае называется вектор, характеризующий максимальное изменение навигационного параметра в данной точке, т. е. характеризует величину изменения навигационного параметра на единицу расстояния. Градиент, как вектор, характеризуется величиной (модулем) и направлением.

Модуль градиента навигационного параметра есть предел отношения бесконечно малого приращения навигационного параметра к соответствующему смещению навигационной изолинии.

Градиент навигационного параметра направлен по нормали к навигационной изолинии или к линии положения в сторону, соответствующую увеличению навигационного параметра.

Градиент навигационного параметра имеет размерность единицы измерения навигационного параметра на единицу расстояния.

Следует изучить изолинии основных навигационных параметров, формулы для расчета модулей и направлений градиентов этих параметров.

Литература: [1, с. 45–48, 2, с. 141–148]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется градиентом навигационного параметра?
2. Что называется модулем градиента навигационного параметра?
3. Что называется направлением градиента навигационного параметра?
4. Чему равны модуль и направление градиента пеленга?
5. Чему равны модуль и направление градиента дистанции?
6. Чему равны модуль и направление градиента разности пеленгов?
7. Чему равны модуль и направление градиента разности дистанций?

Раздел 8. Определение координат места судна по измерениям двух навигационных параметров. Темы 8.1–8.3

Методические указания

При изучении данной темы прежде всего необходимо понять, что такое линия положении.

Каждому измеренному навигационному параметру (пеленгу, расстоянию, вертикальному и горизонтальному углу и т.д.) соответствует своя вполне определенного вида изолиния. Однако прокладка изолиний для большинства навигационных параметров на навигационной карте представляет определенные трудности, которые обусловлены различными обстоятельствами.

Поэтому практически некоторые изолинии на карте не прокладываются, а короткие их отрезки заменяются отрезками прямых линий или малыми по длине отрезками прямых, касательных к изолинии вблизи счислимого места.

Линией положения называется отрезок прямой, проведенный по касательной к изолинии на кратчайшем расстоянии от счислимого места судна.

Линия положения, по сравнению с изолинией, обладает рядом преимуществ, что и обусловило столь широкое ее использование в практике судовождения.

Следует знать наизусть уравнение линии положения в общем виде и элементы линии положения.

Следует разобраться, что для определения обсервованного места судна необходимо измерить как минимум два навигационных параметра. Тогда обсервованное место судна получится в точке пересечения двух навигационных изолинией (метод изолиний). Эту точку можно найти либо путем графической прокладки изолиний на морской навигационной карте, либо аналитически.

Однако при всей кажущейся простоте данного метода он обладает существенными недостатками:

- многие навигационные изолинии достаточно сложно проложить на морской навигационной карте, поскольку они изображаются сложными кривыми;

- некоторые навигационные изолинии при их прокладке на морской навигационной карте пересекаются не в одной, а в двух точках, вследствие чего возникает неоднозначность решения;

- при прокладке некоторых навигационных изолиний на морской навигационной карте ориентиры, от которых необходимо эти изолинии проложить, находятся вне пределов данного листа карты.

В этом случае вместо навигационных изолиний используются соответствующие им линии положения, которые при графическом решении наносятся на карту не относительно навигационного ориентира, а относительно счислимого места судна.

Поскольку линии положения – это прямая линия, то и наносить ее на морскую навигационную карту намного проще, чем изолинию. Кроме того, поскольку линии положения – это касательная к изолинии, проведенная на кратчайшем расстоянии от счислимого места судна, то устраняется и возможная многозначность решения, так как в данном случае из двух возможных точек пересечения изолиний выбирается ближайшая к счислимому месту судна.

Обучающийся должен понять, что метод линий положения предусматривает нахождение обсервованного места судна либо графическим решением задачи путем нахождения точки пересечения линий положения, либо совместным аналитическим решением системы уравнений линий положения.

Следует понять, что использование метода линий положения заметно упростит решение задачи определения обсервованного места судна.

Обучающийся должен знать порядок графического решения задачи отыскания обсервованного места судна по двум линиям положения непосредственно на морской навигационной карте и на планшете.

Литература: [1, с. 67–73, 2, с. 138–141]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется линией положения?
2. Напишите уравнение линии положения в общем виде.
3. Перечислите элементы линии положения.
4. Перечислите причины замены изолинии линией положения.
5. Изложите порядок графического решения задачи отыскания обсервованного места судна по двум линиям положения на морской навигационной карте.
6. Изложите порядок графического решения задачи отыскания обсервованного места судна по двум линиям положения на планшете.

Раздел 9. Точность навигационных параметров. Темы 9.1–9.2

Методические указания

Изучение данной темы необходимо начать с изучения основных положений теории вероятности.

Следует понять, что случайным событием (явлением) называется такое, которое при определенных условиях может произойти либо не произойти. Вероятностью случайного события называется объективная возможность его появления при определенных условиях. Частотой появления события (статистической вероятностью) называется отношение числа появления события при испытаниях к общему числу испытаний.

Следует изучить теоремы о повторении опытов, сложении и умножении вероятностей.

Случайной величиной называется величина, которая в результате опыта может принимать то или иное значение, но неизвестно заранее – какое именно.

Законом распределения случайной величины называется всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями этой величины и соответствующим им вероятностями. Пользуясь этим законом, можно рассчитать вероятность появления случайной величины, не выходящей по величине за определенные пределы, и наоборот – рассчитать значения пределов, внутри которых находится случайная величина с заданной вероятностью. Для дискретных (прерывных) случайных величин это могут быть функция распределения, ряд распределения, многоугольник распределения, а для непрерывных величин – функция распределения, плотность распределения, кривая распределения.

Числовой характеристикой случайной величины называется параметр, в сжатой форме выражающий наиболее существенные особенности распределения данной случайной величины. Важнейшими из них являются: характеристика положения – математическое ожидание и характеристика рассеивания – дисперсия.

Следует изучить, какие законы распределения и в каких случаях используются в судовождении, обратив особое внимание на нормальный закон распределения.

Далее следует разобрать, что навигационные измерения, как и любые измерения, неизбежно сопровождаются погрешностями. Погрешности измерений навигационных элементов появляются под воздействием разнообразных факторов. Эти факторы действуют по разным законам и разным направлениям и результат их влияния практически предсказать очень трудно.

Погрешностью измерения называется разница между измеренным и истинным значениями навигационного элемента.

Далее следует уяснить, что все погрешности по своим свойствам и характеру воздействия на результат подразделяются на систематические, случайные и грубые (промахи).

К систематическим погрешностям относятся такие погрешности, которые остаются постоянными или закономерно изменяющимися для всех навигационных измерений рассматриваемой совокупности. Систематические погрешности являются следствием неучтенного постоянного или закономерно изменяющегося воздействия факторов. Важнейшим свойством систематических погрешностей является их определенность по величине и знаку. Систематические погрешности чаще всего функционально связаны с методами, условиями и средствами измерений. Систематические погрешности могут и должны быть определены и исключены из результатов всех измерений. Этого можно достичь введением поправок, выверкой приборов и применением более рациональной методики измерений.

Поправкой измерительного прибора называется его систематическая погрешность, взятая с обратным знаком.

Следует обратить внимание, что сами систематические погрешности в свою очередь подразделяются на постоянные и переменные.

Случайными считаются такие погрешности, величина и знак которых изменяются от измерений к измерению одной и той же величины в данных условиях. Эти погрешности появляются в результате совместного действия большого числа разнообразных факторов. При этом каждый фактор проявляется случайно. При выполнении серии измерений одного и того же навигационного параметра получают некоторую совокупность случайных погрешностей. Эта совокупность погрешностей обнаруживает определенную закономерность.

Следует обратить внимание, что математические выражения такой закономерности определяет закон распределения случайных погрешностей. Зная закон распределения случайных погрешностей, можно определить вероятность появления случайных погрешностей и их численные характеристики (математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическую погрешность).

Применительно к измерениям навигационных элементов, а в особенности навигационных параметров, случайные погрешности по характеру их проявления можно подразделить на частные и общие (повторяющиеся).

Частной случайной погрешностью называется случайная погрешность, возникающая только за счет влияния непосредственно условий измерений – случайных погрешностей измерительных приборов, погрешностей органов чувств человека, влияния параметров окружающей среды.

Общей (повторяющейся) случайной погрешностью называется случайная погрешность определения поправки прибора, характеризующая точность определения этой поправки. Характер проявления этой погрешности состоит в следующем.

Влияние систематической погрешности на измерение устраняется путем учета поправки, равной по величине и противоположной по знаку значению систематической погрешности. Определение такой поправки в большинстве случаев выполняется по ограниченному числу наблюдений, где статистической оценкой истинного значения случайной величины служит значение математического ожидания (среднего арифметического) случайной величины. Поэтому полной компенсации случайных погрешностей при определении поправки не происходит и сама систематическая погрешность (поправка) будет содержать погрешность случайную.

Таким образом, величина (общей) повторяющейся случайной погрешности является статистической оценкой точности определения систематической погрешности (поправки), определенной при ограниченном количестве наблюдений.

Обучающийся должен четко понимать, что после введения поправок, компенсирующих систематическую погрешность измерительного прибора, полная случайная погрешность будет состоять из двух составляющих:

- из частной случайной погрешности измерения;
- из общей (повторяющейся) случайной погрешности определения поправки (равной по величине и обратной по знаку систематической погрешности) измерительного прибора, характеризующей точность определения этой поправки.

К грубым погрешностям или промахам относятся такие погрешности, численные значения которых выходят за пределы, допустимые для данного рода измерений или вычислений. Основными причинами их появления являются в большинстве случаев невнимательность и неопытность, а также халатность наблюдателя. Грубые погрешности заранее учесть невозможно, но их можно предупредить путем тщательного контроля измерений и обработки этих измерений. Измерения, которые содержат грубые погрешности, должны быть исключены из серии наблюдений.

Литература: [1, с. 7–32, 2, с. 78–110]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется случайным событием?
2. Что называется вероятностью?
3. Что называется частотой?

4. Что называется законом распределения случайной величины?

5. Какие законы распределения случайной величины и в каких случаях применяются в судовождении?

6. Что называется погрешностью?

7. Что называется систематической погрешностью?

8. Что называется случайной погрешностью?

9. Что называется промахом?

10. Что называется частной погрешностью?

11. Что называется повторяющейся погрешностью?

12. Что называется поправкой?

Раздел 10. Оценка точности навигационных параметров. Темы 10.1–10.3

Методические указания

При изучении данной темы следует понять, что под математической обработкой навигационной информации понимается определение вероятнейших значений ее элементов и оценка их годности (на промах), правильности (на наличие и величину систематических погрешностей) и точности (на наличие и величину случайных погрешностей).

Обычно при навигационных измерениях истинное значение измеряемой величины неизвестно. Поэтому вместо истинного значения навигационного параметра в практике судовождения используется так называемое вероятнейшее значение, которое очень близко к математическому ожиданию измеряемой величины. Вероятнейшему значению измеренного навигационного параметра соответствует максимальная плотность вероятности, т.е. вероятнейшему значению результатов измерений отвечает наименьшая погрешность (максимальная точность).

Результат каждого измерения имеет свою случайную погрешность. Частота появления тех или иных погрешностей зависит от точности измерений и определяется законом случаев распределения. Навигационные измерения в большинстве случаев подчинены нормальному закону распределения, одной из характеристик которого является среднеквадратическая погрешность. Среднеквадратическая погрешность (СКП) служит статистическим показателем точности навигационных измерений.

Величину СКП единственного измерения нельзя использовать как некую поправку для исправления результатов измерений. СКП показывает лишь диапазон, в котором с той или иной вероятностью заключены реализации случайных погрешностей (хотя эти погрешности остаются неизвестными).

Среднеквадратическая погрешность может быть определена только из серии измерений. Среднеквадратическая погрешность является удобной оценкой точности навигационного параметра, так как она обладает постоянной вероятностью, достаточно устойчива при небольшом количестве измерений и чувствительна к большим погрешностям. Среднеквадратическая погрешность имеет размерность измеряемого навигационного параметра.

Если известно истинное значение навигационного параметра, то определение среднеквадратической погрешности его измерения выполняется способом абсолютной привязки.

Если истинное значение измеряемого навигационного параметра неизвестно, то используется вероятнейшее значение навигационного параметра.

За вероятнейшее значение измеряемого навигационного параметра при равноточных наблюдениях принимают среднее арифметическое значение.

Тогда определение среднеквадратической погрешности можно выполнить двумя способами:

- способом внутренней сходимости – по отклонению от вероятнейшего значения навигационного параметра;
- по размаху.

Среднее арифметическое (вероятнейшее) значение навигационного параметра, полученное по ограниченному числу измерений, по сути также является случайной величиной. В общем случае оно содержит случайную погрешность, обусловленную неполной взаимной компенсацией случайных погрешностей отдельных измерений.

Интервал, в пределах которого с заданной вероятностью находится истинное значение навигационного параметра, называется доверительным интервалом. Границы такого интервала называются доверительными границами. Вероятность того, что истинное значение навигационного параметра находится в заданном интервале, называется доверительной вероятностью Р.

Далее следует разобрать, как рассчитываются границы доверительного интервала при малом и большом количестве наблюдений и как производится расчет необходимого числа измерений навигационного параметра.

Литература: [1, с. 50–59, 2, с. 110–120]

Вопросы для самоконтроля

1. Какие измерения считаются равноточными и независимыми?
2. Как выполняется расчет вероятнейшего значения навигационного параметра при равноточных независимых измерениях?
3. Как выполняется расчет вероятнейшего значения навигационного параметра при равноточных независимых измерениях?
4. Как выполняется расчет среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра при равноточных независимых измерениях методом абсолютной привязки?
5. Как выполняется расчет среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра при равноточных независимых измерениях методом внутренней сходимости?
6. Как выполняется расчет среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра при равноточных независимых измерениях по размаху?
7. Что называется доверительным интервалом?
8. Что называется границами доверительного интервала?
9. Как выполняется расчет границ доверительного интервала при малом числе измерений?
10. Как выполняется расчет границ доверительного интервала при большом числе измерений?

Раздел 11. Взаимосвязь погрешностей навигационных параметров. Темы 11.1–11.3

Методические указания

При изучении данной темы следует понять, что неравноточными называются такие измерения, у которых различны их среднеквадратические погрешности. Такие измерения получаются тогда, когда они производятся в различных условиях, различными наблюдателями, различными по точности приборами или методами (например, в разных сериях производится различное количество наблюдений).

При обработке неравноточных измерений среднее арифметическое уже не будет являться вероятнейшим значением навигационного параметра, так как более точные измерения должны оказывать на конечный результат большее значение.

Для обработки таких наблюдений используется численная величина, называемая весом наблюдений. Вес служит сравнительной оценкой качества отдельных или серии измерений. Если известна среднеквадратическая погрешность измерений, то вес является величиной, обратно пропорциональной квадрату среднеквадратической погрешности.

Вероятнейшим значением навигационного параметра $U_в$ при неравноточных измерениях будет являться так называемое средневзвешенное (весовое среднее, весовая арифметическая середина) значение.

Иногда наименьший из весов удобнее считать равным единице и вычислить веса остальных измерений относительно него.

Для оценки точности неравноточных измерений используется так называемая среднеквадратическая погрешность единицы веса, т. е. среднеквадратическая погрешность такого измерения, вес которого принят за единицу.

Далее следует разобрать, как выполняется расчет среднеквадратической погрешности вероятнейшего и единичного (отдельного) значения навигационного параметра при неравноточных независимых наблюдениях.

Далее следует разобрать, что взаимозависимыми измерениями считаются такие навигационные измерения, в формировании погрешностей которых участвуют как частные случайные, так и повторяющиеся (общие) случайные погрешности.

Наиболее распространенным источником взаимной связи являются повторяющиеся (общие) случайные погрешности общих поправок, которыми исправляются все навигационные измерения из какой-то данной серии. Это связано с тем, что сама поправка навигационного параметра определяется с некоторой случайной погрешностью, а поскольку данной поправкой исправляются все измерения, то она получила название повторяющейся.

Зависимость между частными и повторяющимися погрешностями носит не функциональный, а вероятностный характер. Такая зависимость называется корреляционной. Корреляционная зависимость проявляется статистическими методами, так как эта взаимосвязь завуалирована влиянием многих случайных факторов.

Степень корреляционной зависимости двух навигационных параметров характеризуется безразмерной величиной, называемой коэффициентом корреляции r.

Коэффициент корреляции изменяется в пределах от 0 до 1. Если $r = 0$, т. е. $m_o = 0$, то навигационные параметры считаются полностью независимыми, если $r = 1$, то навигационные параметры считаются полностью взаимозависимыми.

Если в обработке навигационной информации участвуют не два, а несколько навигационных параметров, то их зависимость между собой характеризуется корреляционной матрицей.

Коэффициенты корреляции используются при расчете вероятнейших значений навигационных параметров и оценке их точности.

Далее следует разобрать, как выполняется расчет вероятнейшего значения навигационного параметра и его СКП при неравноточных взаимозависимых измерениях.

Литература: [1, с. 59–67, 2, с. 115–120]

Вопросы для самоконтроля

1. Какие измерения считаются неравноточными и независимыми?

2. Что называется весом измерения?

3. Как выполняется расчет вероятнейшего значения навигационного параметра при неравноточных независимых измерениях?

4. Как выполняется расчет среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра при неравноточных независимых измерениях?

5. Какие измерения считаются неравноточными и взаимозависимыми?

6. Что называется коэффициентом корреляции?

7. В каких пределах измеряется коэффициент корреляции?

8. Как выполняется расчет вероятнейшего значения навигационного параметра при неравноточных взаимозависимых измерениях?

9. Как выполняется расчет среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра при неравноточных взаимозависимых измерениях?

Раздел 12. Оценка точности обсервованного места судна, полученного по измерениям двух навигационных параметров. Темы 12.1–12.2

Методические указания

При изучении данной темы следует понять, что вследствие влияния случайных и систематических погрешностей истинная линия положения не совпадает с рассчитанной по результатам измерений и с определенной вероятностью находится в пределах так называемой полосы положения.

Если систематические погрешности линии положения отсутствуют или пренебрежимо малы (правильно и достаточно точно учтены все поправки, компенсирующие систематические погрешности), то действительное место судна будет находиться где-то в пределах площади, образованной пересечением двух полос положения. Фигура, образованная пересечением границ двух полос положения, называется ромбом погрешностей.

При всей своей простоте ромб погрешностей не дает строгой математической оценки вероятностей по различным направлениям. Наилучшей характеристикой распределения действительного места судна относительно точки пересечения линий положения является вписанный в ромб погрешностей эллипс погрешностей.

Далее следует разобрать, как вычисляются значения полуосей эллипса погрешностей.

Следует отметить, что оценка точности обсервованного места судна эллипсом погрешностей является наиболее математически строгой оценкой, однако требует достаточно большого количества вычислений, что не всегда оправдано условиями плавания.

Эллипс погрешностей с достаточной для судовождения точностью можно построить приближенно, вписав его в образованной полосами положения ромб погрешностей.

Для упрощения оценки точности обсервованного места судна эллипс погрешностей заменяют круговой, или радиальной погрешностью.

Далее следует разобрать, как вычисляются значения радиальной среднеквадратической и предельной (с заданной вероятностью) погрешностей.

Литература: [1, с. 73–76, 2, с. 148–156]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется полосой положения?
2. Что называется эллипсом погрешностей?
3. Какова вероятность нахождения судна внутри единичного эллипса погрешностей?
4. Как выполняется расчет радиальной среднеквадратической погрешности через элементы эллипса погрешностей?
5. Как выполняется расчет радиальной среднеквадратической погрешности через значения СКП линий положения?
6. Как от среднеквадратической погрешности перейти к предельным погрешностям с вероятностями 0,95 и 0,997?

Раздел 13. Определение координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров. Темы 13.1–13.3

Методические указания

При изучении данной темы следует понять, что две линии положения всегда пересекаются в одной точке.

Однако при такой обсервации невозможно обнаружить и оценить неизбежные погрешности наблюдений, ошибки вычислений и промахи. Для получения более точного и надежного места необходимо выполнить дополнительные, или избыточные измерения навигационного параметра, по которым легко обнаружить промахи, оценить, исключить влияние систематических и уменьшить влияние случайных погрешностей линий положения. Так, например, третья избыточная линия положения повышает точность обсервации примерно на 15–20%.

Однако из-за неизбежных погрешностей измерения навигационных параметров при графическом решении задачи определения обсервованного места судна три, четыре и более линий положения в одной точке, как правило, не пересекаются, а образуют так называемую фигуру погрешностей.

Существуют различные вероятностные способы решения данной системы уравнений, однако в общем случае решение, как правило, осуществляется так называемым методом наименьших квадратов.

Сущность метода наименьших квадратов заключается в отыскании таких значений вероятнейших поправок к счислимым координатам, при которых сумма квадратов невязок являлась бы величиной минимально.

Далее следует разобрать аналитические и графические способы нахождения вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов.

Аналитическое нахождение вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов выполняется либо методом определителей, либо методом итераций (методом Зейделя).

Графически определение координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров, выполнятся способом весов (центрографический способ), способом противомедиан или способом биссектрис.

Литература: [1, с. 73–88, 2, с. 16–168]

Вопросы для самоконтроля

1. Почему при наличии избыточных линий положения образуется так называемая фигура погрешностей?
2. В чем заключается сущность метода наименьших квадратов?
3. Как аналитически выполняется нахождение вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов способом определителей?
4. Как аналитически выполняется нахождение вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов способом итераций (методом Зейделя)?
5. Как графически выполняется нахождение вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов способом весов (центрографическим способом)?
6. Как графически выполняется нахождение вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов способом противомедиан?
7. Как графически выполняется нахождение вероятнейшего места судна по методу наименьших квадратов способом биссектрис?

Раздел 14. Оценка точности координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров. Темы 14.1–14.3

Методические указания

При изучении данной темы следует понять, что оценка точности вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров, так же как и обсервованного места судна, полученного по измерениям двух навигационных параметров, может быть выполнена либо эллипсом погрешностей, либо радиальной среднеквадратической погрешностью.

Следует изучить формулы расчета элементов эллипса погрешностей через построение полигона весов.

Следует изучить аналитические формулы расчета элементов эллипса погрешностей и радиальной среднеквадратической погрешности вероятнейших координат места судна.

Далее следует изучить упрощенные формулы расчета радиальной среднеквадратической погрешности вероятнейших координат места судна.

Литература: [1, с. 88–92, 2, с. 168–181]

Вопросы для самоконтроля

1. Как аналитически рассчитать элементы эллипса погрешностей вероятнейших координат места судна?

2. Как рассчитать элементы эллипса погрешностей вероятнейших координат места судна способом построения полигона весов?

3. Как аналитически рассчитать элементы эллипса погрешностей вероятнейших координат места судна?

4. Как рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность вероятнейших координат места судна через элементы эллипса погрешностей?

5. Как упрощенно рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность вероятнейших координат места судна для трех неравноточных независимых линий положения?

6. Как упрощенно рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность вероятнейших координат места судна для трех равноточных независимых линий положения?

7. Как упрощенно рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность вероятнейших координат места судна для четырех равноточных независимых линий положения?

Раздел 15. Оценка точности счисления. Темы 15.1–15.5

Методические указания

При изучении данной темы первоначально необходимо уяснить, что счислением называется последовательный дискретный или непрерывный расчет координат места судна по известным элементам движения и времени плавания.

Далее необходимо разобрать сущность счисления, разобрать виды счисления и по каким признакам производится классификация видов счислении.

Точность счисления пути судна зависит от точности учитываемых элементов счисления. Для расчета среднеквадратической погрешности счисления используется коэффициент счисления, зависящий от района плавания, степени изученности течений и точности их учета, от гидрометеорологических условий плавания, от типа судна, состава его технических средств навигации и точности учета элементов счисления.

Необходимо разобрать способы расчета значения коэффициента счисления и уяснить, как рассчитывается радиальная среднеквадратическая погрешность счислимого места судна.

Счислимо-обсервованным местом судна называется обсервованное место, полученное по результатам обработки двух навигационных параметров, измеренных в разные моменты времени. Особенностью счислимо-обсервованного места является то, что в погрешность определения координат, помимо погрешностей измерения и обработки навигационных параметров, входит и погрешность счисления, т. е. при прочих равных условиях точность счислимо-обсервованного места всегда ниже точности обсервованного.

Примерами получения счислимо-обсервованного места судна являются такие способы определения координат, как способ крюйс-пеленга и астрономический способ определения по разновременно измеренным высотам Солнца.

Далее необходимо разобраться, как рассчитывается радиальная среднеквадратическая погрешность счислимо-обсервованного места судна.

При изучении способа уточнения места судна по одному измеренному навигационному параметру необходимо усвоить порядок нахождения места судна и уяснить, что точность уточненного места судна оценивается, как правило, только эллипсом погрешностей, поскольку с математической точки зрения оценивать точность такого места радиальной СКП некорректно.

Обсервационное счисление – это метод определения координат и элементов движения судна, основанный на комплексированном использовании информации, непрерывно поступающей от автономных судовых технических средств судовождения, и информации, получаемой в результате практически непрерывного измерения навигационных параметров относительно навигационных ориентиров.

В результате совместной обработки счислимых и обсервованных данных методом оптимальной линейной динамической фильтрации Калмана производится непрерывное уточнение вероятнейших координат и элементов движения судна. Поэтому точность каждого последующего места выше точности предыдущего. Также уточняются и элементы движения судна, поскольку по невязкам вероятнейших мест уточняются элементы сноса и, следовательно, в каждом цикле повышается точность определения фактических пути и путевой скорости судна.

Необходимо подробно разобрать рекуррентную формулу оптимальной линейной динамической фильтрации Калмана и состав навигационных элементов, составляющих матрицы этой формулы.

Литература: [1, с. 92–136, 2, с.189–198]

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется счислением?
2. Какие существуют виды счисления?
3. Перечислите основные элементы счисления.
4. Что называется коэффициент счисления?
5. Как априорно рассчитать значение коэффициента счисления?
6. Как апостериорно рассчитать значение коэффициента счисления?
7. Как рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность счисления?
8. Как рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность счислимо-обсервованного места судна?
9. Как найти уточненное место судна по одному измеренному навигационному параметру?
10. Как оценить точность уточненного места судна?
11. Напишите рекуррентную формулу оптимальной линейной динамической фильтрации Калмана.
12. Перечислите основные навигационные элементы, составляющие матрицы рекуррентной формулы оптимальной линейной динамической фильтрации Калмана.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Задача 1

Тема. Перевод углов и дуг из градусной меры в радианную и обратно. Приближенные вычисления в задачах судовождения

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

1. В задачах судовождения углы и дуги окружности измеряются в радианной, градусной (дуговой) и временной мерах. Радианная мера измерения угловых величин обычно применяется в теоретических рассуждениях, основной единицей в этой мере является радиан (сокращено рад.). Градусная мера используется при решении прикладных задач; в этой мере единицами измере-

ния служат градус (град.,°), соответствующий 1/360 части окружности; градусная минута ('), т.е. 1/60 часть градуса; градусная секунда ("), равная 1/60 части дуговой минуты.

Связь между радианной и градусной мерами измерения углов (дуг) выражается как:

$$2\pi = 360°. \tag{1.1}$$

Из выражения (1.1) следует, что:

$$1 \text{ рад.} = 360°/2 \cdot 3{,}141593 = 57{,}29578 \approx 57{,}3°;$$

$$1 \text{ рад.} = 360° \cdot 60'/2 \cdot 3{,}141593 = 3437{,}74677 \approx 3438'. \tag{1.2}$$

На основе зависимостей (1.1) и (1.2) можно определить длину окружности, соответствующей углу в 1° или 1' в радианах, т.е. получить arc 1° или arc 1':

$$arc\,1° = \frac{2\pi \text{ рад.}}{360°} = \frac{1}{57{,}29578} = 0{,}01745 \text{ рад.};$$

$$arc\,1' = \frac{2\pi \text{ рад.}}{360°60'} = \frac{1}{3437{,}74677} = 0{,}0002908 \text{ рад}. \tag{1.3}$$

Следовательно, переход от градусной меры измерения к радианной можно выполнить с помощью выражений:

$$\alpha \text{ рад} = \alpha° \cdot arc1°;$$

$$\alpha \text{ рад} = \alpha' \cdot arc1'. \tag{1.4}$$

Обратный переход производится по формулам:

$$\alpha° = \alpha \text{ рад} / arc1°;$$

$$\alpha' = \alpha \text{ рад} / arc1'. \tag{1.5}$$

Переход от градусной меры в радианную и обратно можно выполнить с помощью табл. 5.9 МТ-2000 или с помощью табл. 38 МТ-75.

2. В задачах измерения времени углы и соответствующие им дуги выражаются зачастую во временных единицах. В этой системе основной единицей принят час (ч), равный 1/24 части окружности (суток). Производными от часа являются временная минута (мин, 1/60 часть часа) и временная секунда (с, 1/60 часть

временной минуты). Переход от градусной меры к временной и обратно производится с помощью равенств:

$$
\begin{array}{ll}
1ч = 15°; & 1° = 4\ мин; \\
1\ мин = 15' = 0{,}25°; & 1' = 4\ с; \\
1\ с = 15'' = 0{,}25'; & 0{,}1' = 0{,}4\ с.
\end{array}
\qquad (1.6)
$$

Эти равенства следуют из выражения 360° = 24 ч.

Переход от градусной меры к временной и обратно можно выполнить с помощью табл. 5.10 МТ-2000, с помощью табл. 39 МТ-75 или приложения 3 Морского астрономического ежегодника.

3. При решении практических задач судовождения всегда приходится иметь дело с приближенными числами. Такие числа получают в результате измерений различных навигационных величин и обработки этих измерений. При обработке производится интерполирование, вычисление функции одной или нескольких переменных, решаются интегралы, используются различные постоянные (например, основание натурального логарифма е, число π), которые сами известны приближенно, извлекаются корни и выполняются другие вычислительные операции.

При выполнении приближенных вычислений всегда следует помнить о том, какую необходимо и какую можно получить точность, т.е. сколько нужно сохранить десятичных знаков. Нет необходимости делать вычисления с большей точностью, если данные задачи не допускают или не требуют этого. Другими словами, как не следует удерживать лишнее (не соответствующее фактической точности) число цифр, так же не следует увеличивать погрешность вычислений неоправданным загрублением результатов. При вычислении надо избегать выписывания лишних знаков, ограничивая всегда числа так, чтобы в них все цифры, кроме последней, были верны, и лишь последняя была бы сомнительной.

Значащими цифрами приближенного числа считаются все цифры этого числа, кроме нулей, стоящих левее его первой отличной от нуля цифры. Эти нули служат для указания результатов. Например, цифры 0,00607; 0,607; 6,07; 607 имеют три значащих цифры; 0,00040 – две значащих цифры. Значащую цифру считают верной, если абсолютная погрешность последней (правой) цифры не превосходит половины единицы разряда этой цифры.

4. Если приближенное число содержит лишние знаки (цифры), то его следует округлить. При округлении сохраняются только верные знаки, лишние знаки отбрасываются. При округлении следует руководствоваться правилами:

- если первая из отбрасываемых цифр меньше 5, то оставшиеся десятичные знаки сохраняются без изменений, например, имеем числа 0,43435; 0,044022; 0,60000; округляем их до трехзначных цифр и получаем 0,434; 0,044; 0,600;

- если первая из отбрасываемых цифр больше 5, то последняя цифра оставшегося числа увеличивается на единицу; например, имеем число 0,60674; при округлении до трех значащих цифр получаем 0,607;

- если первая из отбрасываемых цифр равна 5, то округление производится так, чтобы последняя оставшаяся цифра была четной; например, имеем числа 27,165; 27,135; при округлении до четырех значащих цифр соответственно 27,16 и 27,14.

5. При действиях с приближенными числами рекомендуется придерживаться следующих правил подсчета нужного количества цифр:

- при сложении и вычитании приближенных чисел в результате (ответе) следует сохранить столько десятичных знаков, сколько их в данном приближенном числе с наименьшим количеством десятичных знаков;

- при умножении и делении приближенных чисел в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет данное приближенное число с наименьшим количеством значащих цифр;

- при возведении приближенного числа в куб или квадрат в результате должно быть сохранено столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближенное число;

- при извлечении из приближенного числа квадратного или кубического корня следует оставить столько значащих цифр, сколько их имеет приближенное значение подкоренного числа.

Необходимо подчеркнуть, что последняя цифра степени менее надежна, чем последняя цифра основания, а в случае извлечения корня последняя цифра корня более надежна, чем последняя цифра подкоренного выражения.

Лишнее количество знаков числа отбрасывается путем округления. Соблюдая правила округления, получают округленные числа с предельной погрешностью 0,5 единицы разряда последнего оставляемого в числе знака. Эта погрешность бывает положительной, если округление выполнено с избытком, и отрицательной – при округлении с недостатком.

Выполняя вычисления, округление промежуточных результатов надо выполнять так, чтобы сохранить верной одну сомнительную цифру. Зато конечный результат необходимо округлять так, чтобы все цифры числа были верными.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. В следующих задачах сделать перевод угловых величин из градусной меры в радианную (табл.1.1).

Таблица 1.1

Вариант	Угол	Вариант	Угол	Вариант	Угол
1	2	3	4	5	6
1	137°20'	11	153°58'	21	237°49'
2	8°33'	12	316°54'	22	9°09'
3	303°11'	13	73°16'	23	19°28'
4	10°22'	14	287°30'	24	138°31'
5	22°16'	15	25°09'	25	254°08'
6	118°38'	16	8°46'	26	310°22'
7	141°39'	17	141° 19'	27	41°50'
8	64°57'	18	15°34'	28	262°13'
9	11°32'	19	291°03'	29	102°37'
10	134°47'	20	315°13'	30	342°43'

2. В следующих задачах сделать перевод угловых величин из радианной меры в градусную (табл. 1.2).

Таблица 1.2

Вариант	Угол, рад.	Вариант	Угол, рад.	Вариант	Угол, рад.
1	2	3	4	5	6
1	3,87	11	6,21	21	0,76
2	0,42	12	1,55	22	6,25
3	4,15	13	3,11	23	5,17
4	1,22	14	5,41	24	3,88
5	2,93	15	0,75	25	1,77
6	5,16	16	1,39	26	2,22
7	6,09	17	3,37	27	4,33
8	0,88	18	5,62	28	3,14
9	2,17	19	2,48	29	1,55
10	4,54	20	4,87	30	6,28

3. В следующих задачах выполнить перевод угловых величин из временной меры в градусную (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Вариант	Время (Т)	Вариант	Время (Т)
1	2	3	4
1	21 ч 13 мин 16 с	16	22 ч 28 мин 33 с
2	16 ч 26 мин 27 с	17	02 ч 41 мин 13 с
3	11 ч 39 мин 38 с	18	05 ч 54 мин 24 с
4	06 ч 52 мин 49 с	19	08 ч 07 мин 35 с
5	01 ч 05 мин 01 с	20	11 ч 20 мин 46 с
6	05 ч 18 мин 12 с	21	14 ч 33 мин 57 с
7	09 ч 31 мин 23 с	22	17 ч 46 мин 08 с
8	13 ч 44 мин 34 с	23	20 ч 59 мин 19 с
9	17 ч 57 мин 45 с	24	00 ч 12 мин 30 с
10	23 ч 10 мин 56 с	25	03 ч 25 мин 41 с
11	02 ч 23 мин 07 с	26	06 ч 26 мин 52 с
12	06 ч 36 мин 18 с	27	09 ч 49 мин 03 с
13	10 ч 49 мин 29 с	28	12 ч 02 мин 14 с
14	14 ч 02 мин 40 с	29	15 ч 15 мин 25 с
15	18 ч 15 мин 51 с	30	18 ч 29 мин 37 с

4. В следующих задачах сделать перевод угловых величин из градусной меры во временную (табл. 1.4).

Таблица 1.4

Вариант	Угол	Вариант	Угол	Вариант	Угол
1	2	3	4	5	6
1	310°47,5'	11	283°34,5'	21	124°24,4'
2	221°39,4'	12	14°27,2'	22	215°17,3'
3	132°32,3'	13	105°20,7'	23	306°10,2'
4	43°24,0'	14	197°13,4'	24	37°03,1'
5	154°18,9'	15	288°06,1'	25	132°56,0'
6	245°10,7'	16	29°59,9'	26	223°49,7'
7	336°02,7'	17	120°52,8'	27	314°42,8'
8	67°54,4'	18	211°45,7'	28	46°35,7'
9	202°48,1'	19	302°38,6'	29	137°28,6'
10	192°41,4'	20	33°31,5'	30	239°21,5'

5. Округлить числа 0,01475, 0,009367, 0,1651, 0,6754 до двух значащих цифр.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. В задаче 1 перевод заданного угла из градусной меры в радианную выполнить по формулам (1.2) и (1.4). При делении заданного угла на 3438' необходимо этот угол выразить в дуговых минутах.

Решение проверить по табл. МТ-2000 или МТ-75.

2. В задаче 2 перевод заданного угла из радианной меры в градусную выполнить по формулам (1.2) и (1.5). Ответ дать в градусах и минутах дуги с округлением до 0,1'.

Решение проверить по табл. МТ-2000 или МТ-75.

3. В задаче 3 для перехода от временной меры в градусную следует использовать соотношения (1.6). Задачу решить вручную или с помощью микрокалькулятора, и проверить по табл. МТ-2000 или МТ-75.

При ручном решении рекомендуются следующие правила:

- число часов умножить на 15° – получим число градусов угла;

- временные минуты заданного угла разделить на 4, целое число результата деления представляет дополнительную величину градусов угла;

- остаток временных минут умножить на 15' – получим дуговые минуты заданного угла;

- временные секунды разделить на 4 с – получим дуговые минуты и их десятые доли;

- записать полный результат угла в градусной мере.

Пример: заданный угол α во временной мере равен 20 ч 39 мин 47 с. Перевести этот угол в градусную меру.

Решение:

- $20 \cdot 15° = 300°$;
- $36 : 4 = 9°$; $300° + 9° = 309°$;
- остаток $39 - 36 = 3$ мин; $3 \cdot 15' = 45'$;
- $47' : 4 = 11{,}8'$; $45' + 11{,}8' = 56{,}8'$.

Ответ: $\alpha = 309°56{,}8'$.

4. В задаче 4 переход от градусной меры во временную выполнить с помощью выражений (1.6). Задачу решить вручную или с помощью микрокалькулятора, и проверить по табл. МТ-2000 или МТ-75.

При ручном решении рекомендуется придерживаться правил:

- градусы разделить на 15°, в результате получим число часов;

- остаток от деления (градусы) умножить на 4. В результате получим минуты времени;

- дуговые минуты заданного угла разделить на 15'. Полученные целые минуты времени прибавить к ранее вычисленным;

- остаток от деления дуговых минут умножить на 4, в результате получим секунды времени;

- записать ответ в часах, минутах и секундах времени.

Пример: заданный угол α в градусной мере равен 216°42,3'. Найти значение этого угла во временной мере.

Решение:

- $216° : 15° = 14$ ч; остаток: $216° - 210° = 6°$;
- 4 мин $\cdot 6° = 24$ мин;
- $42{,}3' : 15' = 2$ мин; остаток $42{,}3'\ (2 \cdot 15') = 12{,}3'$;

24 мин + 2 мин = 26 мин;

- 4 с $\cdot 12{,}3 = 49{,}2$ с ≈ 49 с.

Ответ: α = 14 ч 26 мин 49 с.

5. Задание 5 выполняется в соответствии с правилами, изложенными в п. 4 описания работы.

Задача 2

Тема. Решение сферических треугольников по основным формулам сферической тригонометрии

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

1. Многие практические задачи судовождения решаются на сферической поверхности. Искомые навигационные элементы находят путем решения так называемого сферического треугольника, который образован пересечением трех дуг больших кругов, например, двух меридианов и дуги большого круга (ортодромии, вертикала). Дуга большого круга проходит через известные две точки на поверхности Земли. Любой сферический треугольник содержит шесть элементов: три угла и три стороны. В общем случае углы в сферическом треугольнике (рис. 2.1) принято обозначать большими буквами (например A,B,C), а противолежащие углам стороны соответствующими малыми буквами (например a, b, c). Любой сферический треугольник можно решить, если будут известны какие-либо три его элемента.

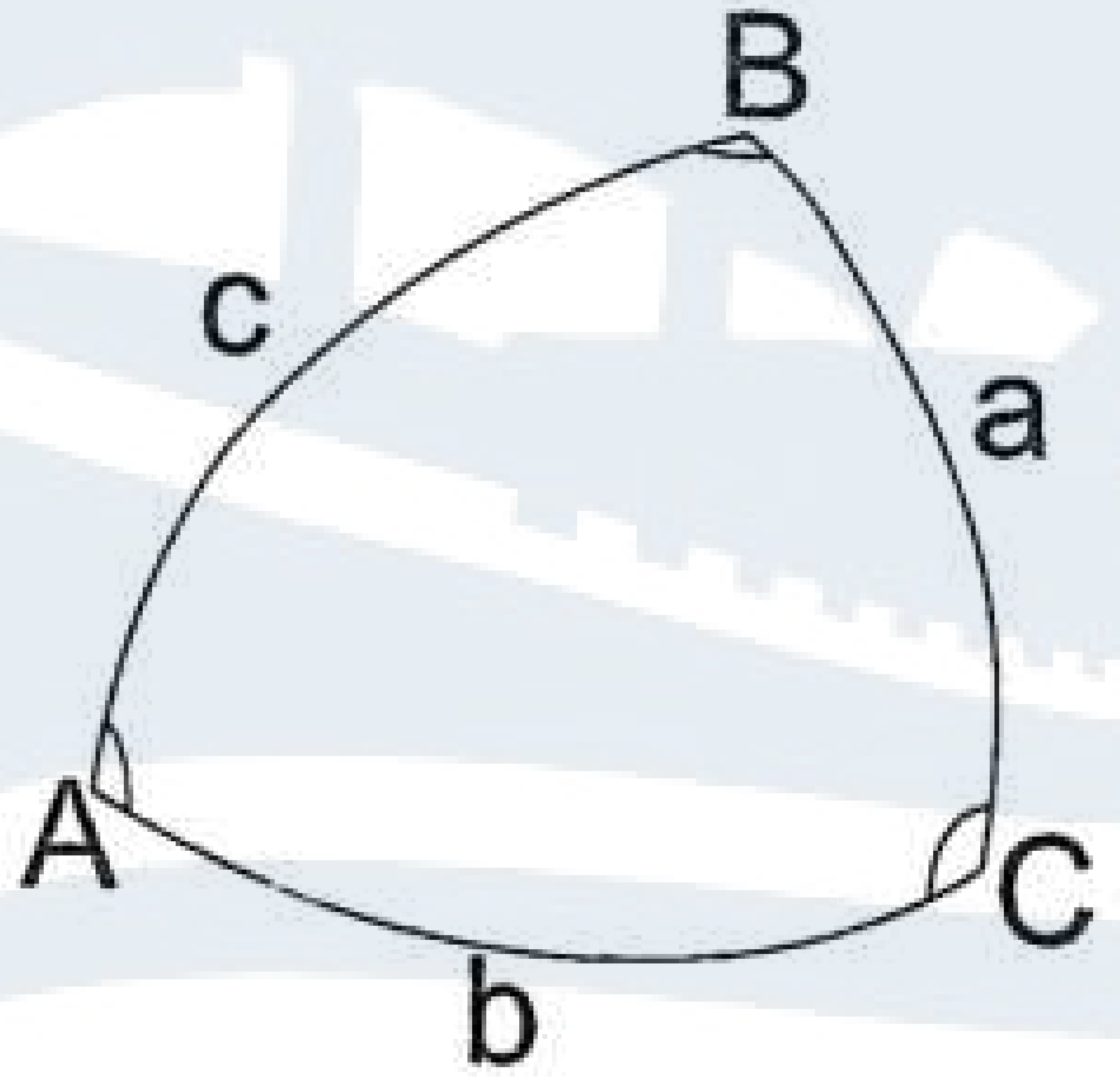

Рис 2.1. Сферический треугольник

2. Для нахождения неизвестных элементов по трем известным (заданным) элементам сферического треугольника используются четыре основные формулы сферической тригонометрии.

Формула косинуса стороны. Во всяком сферическом треугольнике косинус стороны равен произведению косинусов двух других сторон плюс произведение синусов этих же сторон на косинус угла между ними:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \qquad (2.1)$$

Формула косинуса угла. Во всяком сферическом треугольнике косинус угла равен отрицательному произведению косинусов двух других углов плюс произведение синусов этих же углов на косинус стороны между ними:

$$\cos A = - \cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a. \qquad (2.2)$$

Формула синусов. Во всяком сферическом треугольнике синусы сторон относятся как синусы противолежащих углов:

$$\frac{\sin a}{\sin b} = \frac{\sin A}{\sin B} \text{ или } \frac{\sin a}{\sin c} = \frac{\sin A}{\sin C}. \qquad (2.3)$$

Формула четырех рядом лежащих элементов (формула котангенсов). Во всяком сферическом треугольнике котангенс крайнего угла, умноженный на синус среднего угла, равен произведению котангенса крайней стороны на синус средней стороны минус произведение косинусов средних элементов:

$$\operatorname{ctg} A \sin B = \operatorname{ctg} a \sin c - \cos c \cos B; \qquad (2.4)$$

или

$$\operatorname{ctg} A = \operatorname{ctg} a \sin c \operatorname{cosec} B - \cos c \operatorname{ctg} B. \qquad (2.5)$$

3. При решении сферического треугольника необходимо все заданные величины преобразовывать в углы первой четверти. Результат вычислений получают также в первой четверти. Поэтому необходимо вычисления проводить с учетом знаков тригонометрических функций (табл. 2.1).

Лучшим решением сферического треугольника является такое, при котором искомые элементы вычисляются по заданным элементам, без использования уже найденных.

Сферические треугольники решают с помощью таблиц тригонометрических функций и средств вычислительной техники.

Таблица 2.1

Тригонометрическая функция	Четверть, в которой тригонометрическая функция имеет знак		Знак, который имеет тригонометрическая функция при отрицательных углах
	+	-	
Синус	I, II	III, IV	-
Косинус	I, IV	II, III	+
Тангенс	I, III	II, IV	-
Котангенс	I, III	II, IV	-
Секанс	I, IV	II, III	+
Косеканс	I, II	III, IV	-

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. По известным элементам косоугольного треугольника ABC углу B и сторонам *a* и *c* (табл. 2.2) найти остальные элементы – сторону *в* и углы A и C.

Таблица 2.2

Вариант	B	*a*	*c*
1	2	3	4
1	127°15,6'	137°28,4'	77°27,4'
2	34°48,5'	105°16,9'	89°02,3'
3	68°33,4'	65°38,9'	113°21,4'
4	110°2,6'	54°49,7'	48°17,5'
5	161°48,3'	77°15,4'	121°35,6'
6	83°59,4'	122°13,5'	102°44,7'
7	69°07,1'	70°41,6'	115°27,6'
8	34°24,8'	78°33,2'	47°34,2'
9	95°35,6'	65°44,3'	94°45,4'
10	156°46,1'	52°57,4'	141°56,5'
11	31°57,2'	39°09,5'	172°07,6'
12	68°08,3'	26°20,6'	39°18,6'
13	93°19,4'	13°33,7'	86°29,8'
14	124°30,5'	5°46,2'	133°40,9'

Окончание табл. 2.2

1	2	3	4
15	155°41,6'	87°59,9'	10°51,2'
16	175°52,7'	95°10,3'	57°02,1'
17	26°03,8'	103°23,1'	104°13,4'
18	57°14,9'	121°34,2'	151°24,3'
19	88°26,1'	139°45,3'	18°35,4'
20	119°37,1'	157°56,4'	65°46,5'
21	150°48,2'	175°07,5'	106°57,6'
22	4°59,3'	23°18,6'	153°08,7'
23	45°10,4'	64°29,8'	20°19,7'
24	86°21,5'	105°40,8'	67°30,9'
25	117°32,6'	146°51,9'	114°41,1'
26	148°43,7'	8°02,4'	161°52,2'
27	173°54,8'	49°13,1'	28°03,2'
28	24°05,9'	92 24,2'	75°14,3'
29	55°16,3'	133 35,3'	122°25,4'
30	86°27,1'	163 46,4'	169°36,5'

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Сделать схематический чертеж сферического треугольника ABC (рис. 2.1) и отметить данные и искомые элементы.

2. Выбрать необходимую формулу сферической тригонометрии, которая связывает три известных элемента с четвертым – искомым.

3. Выбранную формулу привести к рабочему виду, для чего неизвестный элемент перевести в левую часть, а известные – в правую часть, упростить формулу на базе формул приведения тригонометрических функций или другим путем.

4. Исследовать формулу на знаки, руководствуясь табл. 2.1. На основе анализа знаков тригонометрических функций определяются знаки I и II слагаемых правой части формулы и устанавливается, какой вспомогательный логарифм α или β необходим для решения задачи и определения четверти, которой принадлежит искомый элемент.

5. Составить рациональную схему вычислений и расписать в нее расчетную формулу.

6. Привести заданные значения элементов сферического треугольника к углам первой четверти.

7. Из табл. 5-а МТ-75 выбрать логарифмы тригонометрических функций и записать их в схему.

8. Вычислить сумму логарифмов тригонометрических функций, т. е. найти I и II слагаемые расчетной формулы и определить большее из них.

9. Вычислить разность между большим и меньшим слагаемыми и получить величину аргумента, значение аргумента написать под меньшим слагаемым в схему вычислений.

10. По величине аргумента при (+I сл, +II сл) или (-I сл, -II сл) из табл. 3-а МТ-75 «Логарифмы суммы α» выбрать величину α, а при (+I сл, -II сл) или (-I сл, +II сл) из табл. 3-б МТ-75 «Логарифмы разностей β» выбрать величину β; значение α или β подписать под большим слагаемым.

11. Сложить большее слагаемое с величиной α или β и получить логарифмы тригонометрических функций искомого угла (искомой стороны).

12. Обратным входом в табл. 5-а МТ-75 по полученному логарифму тригонометрической функции найти искомый угол (искомую сторону) с округлением до 0,1'. Найденный угол (сторона) находится в первой четверти, т. е. до 90°. Используя табл. 2.3, найти искомый угол в пределах от 0 до 180°.

Таблица 2.3

Знаки и соотношения абсолютных величин слагаемых	В какой четверти находится искомый элемент	Значение искомого элемента
+I, +II	1-я четверть	*x*
-I, -II	2-я четверть	*180°-x*
+I, -II I>II	1-я четверть	*x*
I<II	2-я четверть	*180°-x*
-I, +II I>II	2-я четверть	*180°-x*
I<II	1-я четверть	*x*

13. Сделать контроль вычислений, применив форму синусов. Значения тригонометрических функций можно получить либо с помощью Мореходных табл. МТ-2000 или МТ-75 (Таблица нату-

ральных значений тригонометрической функций), либо с помощью вычислительной техники.

Пример: дано: B = 141°31,2'; *a* = 107°48,6'; *c* = 71°15,4'.
Найти *в*, A, C.
Решение:
1. Сторона *в* находится по формуле косинуса стороны:

$$\overset{-}{\cos b} = \overset{+}{\cos a}\ \overset{+}{\cos c} + \overset{+}{\sin a \sin c \cos B}\ \overset{-}{} \qquad (2.6)$$

2. Для того чтобы исследовать формулу (2.6) на знаки, необходимо поставить над формулой знаки (+) или (-). В результате получается: I слагаемое – отрицательное и II слагаемое – отрицательное. Следовательно, необходимо выбирать величину α из табл. 3-а МТ-75.

Таблица 2.4

Данные	lg		lg	
a = 107°48,6' (72°11,4')	cos	9,48552	sin	9,97868
c = 71°15,4'	cos	9,50693	sin	9,97634
B = 141°31,2' (38°28,8')	-	-	cos	9,89366
	I	8,99247	II	9,84868
	Арг.	0,85621	α	0,05662
	в'	36°28,7'	cos*в'*	9,90530

3. Записать исходные данные в схему вычислений (табл. 2.4) и приведя их к углам первой четверти (180°- x), с помощью табл. 5-а и 3-а МТ-75 найти величину *в*.

4. Так как I и II слагаемые – отрицательные, то искомое значение стороны *в'* находится во второй четверти, т. е. *в* = 180°– – *в'* = 143°31,3'.

5. Угол A находится по формуле четырех рядом лежащих элементов:

$$\overset{-}{\operatorname{ctg} A} = \overset{+}{\operatorname{ctg} a}\ \overset{+}{\sin c} \operatorname{cosec} B - \overset{+}{\cos c}\ \overset{-}{\operatorname{ctg} B}. \qquad (2.7)$$

6. Исследовав формулу (2.7) на знаки, получим: I слагаемое – отрицательное, а II слагаемое – положительное. Следовательно, величину β необходимо выбирать из табл. 3-б МТ-75.

Таблица 2.5

Данные	lg		lg	
a = 107°48,6' (72°11,4')	ctg	9,50686	-	-
c = 71°15,4'	sin	9,97634	cos	9,50695
B = 141°31,2' (38°28,8')	cosec	0,20604	ctg	0,09970
	I	9,68924	II	9,60665
	β	9,23836	Арг.	0,08259
	ctgA'	8,92760	A'	85°09,7'

7. Записать исходные данные в схему вычислений (табл. 2.5) и, приведя заданные элементы сферического треугольника к величинам первой четверти (180°- x), с помощью табл. 5-а и 3-б МТ-75 находим величину угла A' в первой четверти.

8. Определить угол A. Так как I слагаемое – отрицательное, а II слагаемое – положительное, и по абсолютной величине I слагаемое > II слагаемого, то искомый угол будет во второй четверти, т. е. A = 180°- A' = 94°50,3'.

9. Угол C находится также по формуле четырех рядом лежащих элементов:

$$\overset{+}{\text{ctg}}\, C = \overset{+}{\text{ctg}}\, c\ \overset{+}{\sin}\, a\ \text{cosec}\, B - \overset{-}{\cos}\, a\ \overset{-}{\text{ctg}}\, B. \tag{2.8}$$

10. После исследования формулы (2.8) на знаки тригонометрических функций получим: слагаемое I – положительное и слагаемое II – отрицательное. Следовательно, величину β необходимо выбирать из табл. 3-б МТ-75.

Таблица 2.6

Данные	lg		lg	
a = 107°48,6' (72°11,4')	sin	9,97868	cos	9,48552
c = 71°15,4'	ctg	9,53062	-	-
B = 141°31,2' (38°28,8')	cosec	0,20604	ctg	0,09970
	I	9,71534	II	9,59512
	β	9,41313	Арг.	0,13012
	ctgC'	9,12847	C'	82°20,6'

11. Записать исходные данные в расчетную схему (табл. 2.6) и, приведя элементы сферического треугольника к значениям первой четверти (180°- х), с помощью табл. 5-а, 3-а МТ-75 находится значение угла С' в первой четверти.

Полученный угол С' является искомым, так как имеем: слагаемое I – положительное, а слагаемое II – отрицательное, и по абсолютной величине I слагаемое >II слагаемого. Следовательно, С = С' = 82°20,6'.

12. Контроль вычислений выполняется по теореме синусов (табл. 6-а МТ-75):

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}. \qquad (2.9)$$

После вычислений: $\frac{0{,}99644}{0{,}95208} = \frac{0{,}62222}{0{,}59454} = \frac{0{,}99109}{0{,}94687} = 1{,}04659$, следовательно, искомые величины вычислены верно.

Задача 3

Тема. Решение сферических треугольников в навигационных задачах

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

1. В судовождении очень часто приходится вычислять разности широт и долгот, длину и направление ортодромии и локсодромии. Эти линии проходят обычно через две точки на поверхности Земли, именуемые, как правило, пунктом отхода и пунктом прихода. В большинстве случаев навигационные задачи решаются на поверхности Земли, принимаемой за сферу. Поэтому и математические выражения, которые используются для решения навигационных задач, получают применительно к сферической поверхности.

2. Разностью широт Δφ называется дуга меридиана между параллелями пункта прихода φ_2 и пункта отхода φ_1 (рис. 3.1):

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1. \qquad (3.1)$$

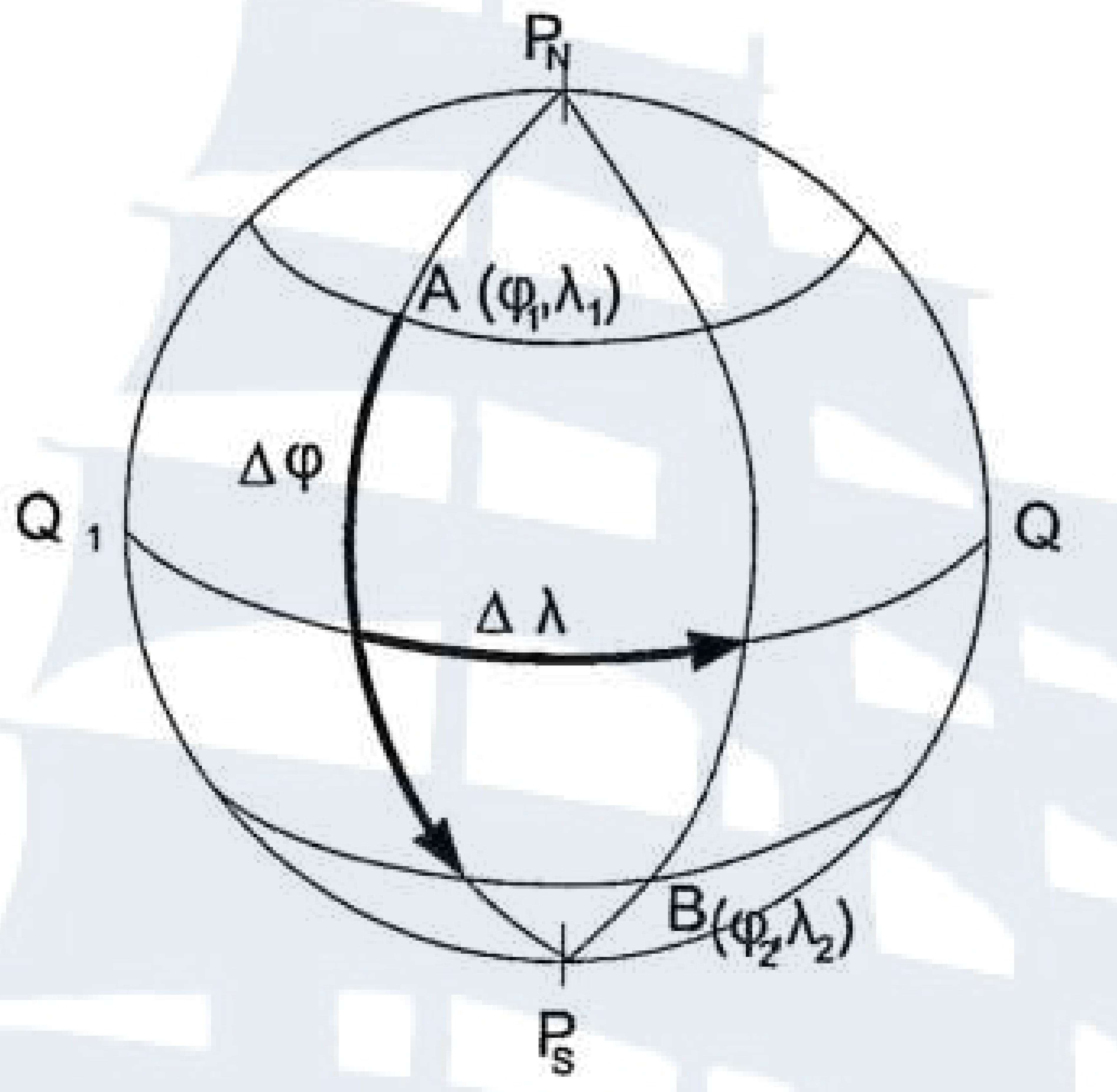

Рис. 3.1. Разность широт

Разность широт измеряется в пределах от 0 до 180° и имеет наименование к N или к S. При математических вычислениях вместо наименования используются знаки (+) или (-) соответственно.

Разностью долгот $\Delta\lambda$ называется наименьшая из дуг экватора между меридианами пункта прихода λ_2 и пункта отхода λ_1 (рис. 3.2):

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 . \tag{3.2}$$

Разность долгот измеряется в пределах от 0 до 180° и имеет наименование к E или к W. При вычислениях вместо наименования используются знаки (+) или (-) соответственно. Если разность долгот будет больше 180° ($\Delta\lambda' > 180°$), то ее вычитают из 360°, т. е.

$$\Delta\lambda = 360° - \Delta\lambda' . \tag{3.3}$$

В этом случае наименование (знак) разности долгот следует сменить на противоположный.

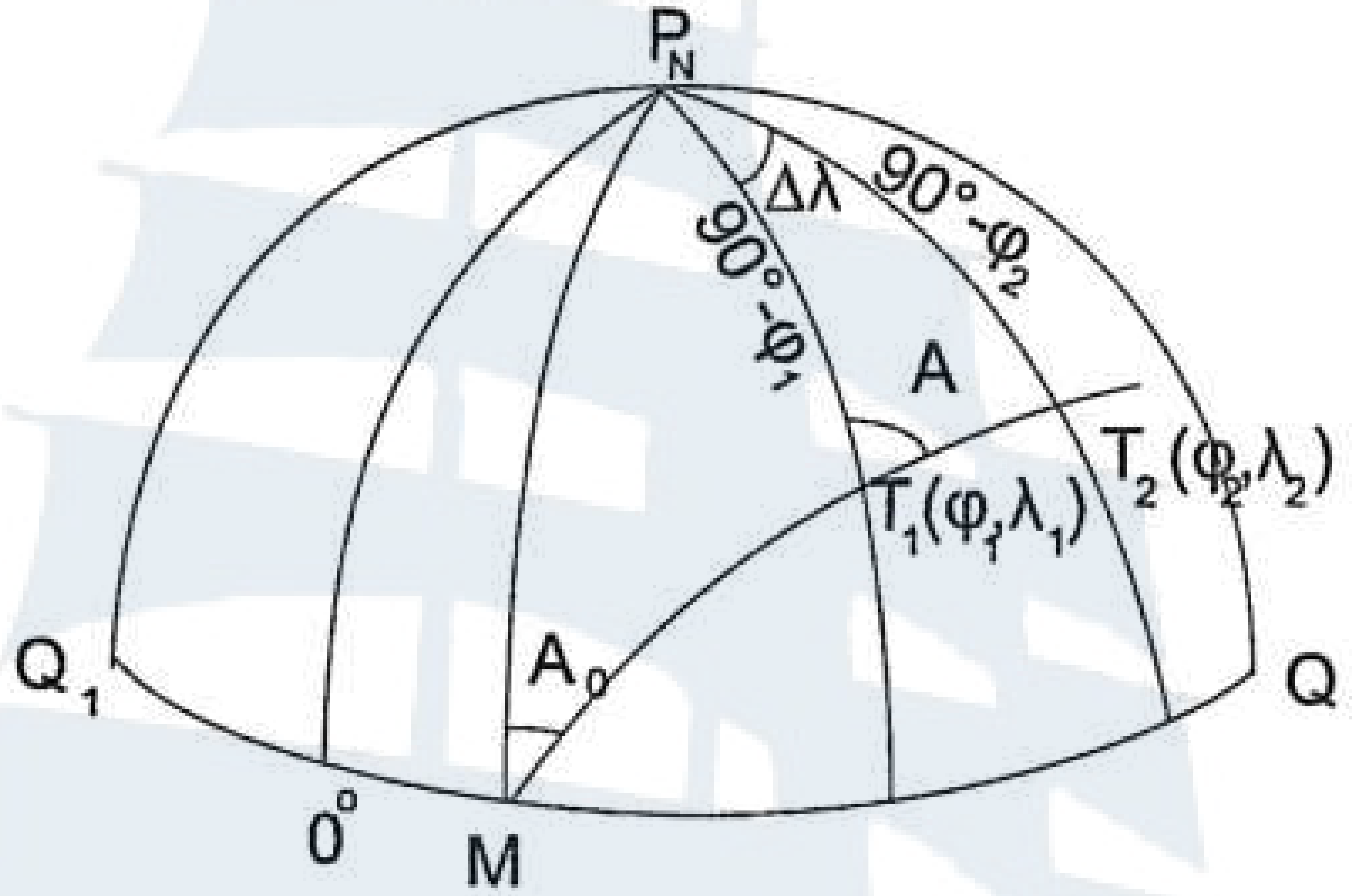

Рис. 3.2. Разность долгот

3. Ортодромия есть геометрическое место точек на поверхности Земли-сферы, в которых значение пеленга (азимута, курса) А, взятого из некоторой точки Т, является постоянной величиной. Отметим основные свойства ортодромии:

- она является дугой большого круга и служит кратчайшим расстоянием между двумя точками на поверхности сферы;
- через две точки на поверхности сферы $T_1(\varphi_1, \lambda_1)$ и $T_2(\varphi_2, \lambda_2)$ можно провести только одну ортодромию (рис. 3.3);
- ортодромия пересекает разные меридианы под разными углами, т. е. $A_1 \neq A_2$.

Длина ортодромии $S_{орт}$ вычисляется из сферического треугольника по формуле косинуса стороны:

$$\cos S_{орт} = \cos(90° - \varphi_1)\cos(90° - \varphi_2) + \sin(90° - \varphi_1)\sin(90° - \varphi_2)\cos(\lambda_2 - \lambda_1), \quad (3.4)$$

или:

$$\cos S_{орт} = \sin\varphi_1 \sin\varphi_2 + \cos\varphi_1 \cos\varphi_2 \cos\Delta\lambda. \quad (3.5)$$

Направление ортодромии в точке T_1 ($ОртП_1 = A_1$) определяется по формуле котангенсов:

$$\mathrm{ctg}\,A_1 \sin(\lambda_2 - \lambda_1) = \mathrm{ctg}(90° - \varphi_2)\sin(90° - \varphi_1) - \cos(90° - \varphi_1)\cos(\lambda_2 - \lambda_1), \quad (3.6)$$

или:

$$\mathrm{ctg}A_1 = \mathrm{tg}\,\varphi_2 \cos\varphi_1 \,\mathrm{cosec}\,\Delta\lambda - \sin\varphi_1 \,\mathrm{ctg}\,\Delta\lambda. \quad (3.7)$$

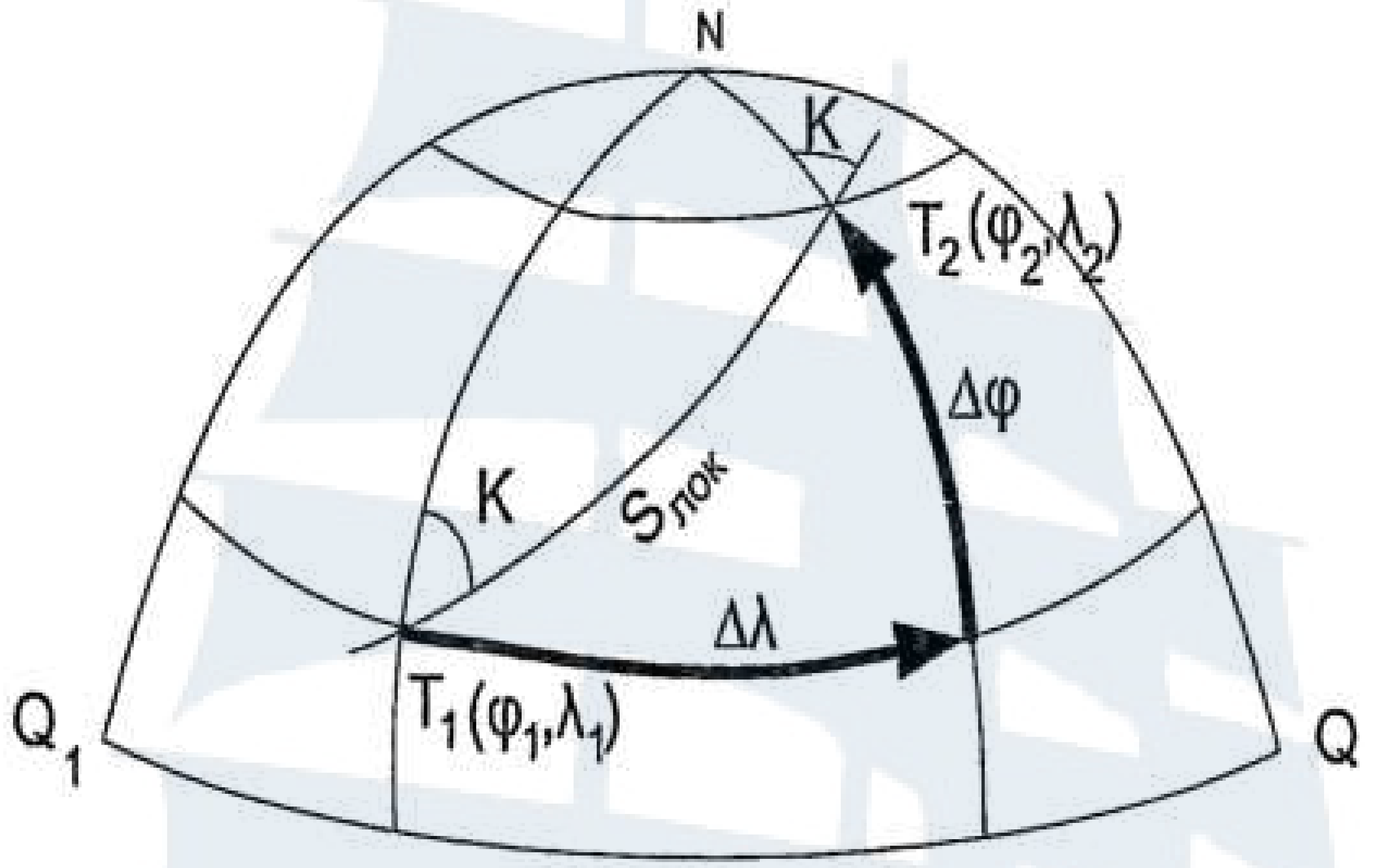

Рис. 3.3. Ортодромия

Направление в точке T_2 (из точки T_2 в точку T_1) определяется по формуле:

$$ctgA_2 = tg\ \varphi_1 \cos\varphi_2\ cosec\ (\lambda_1 - \lambda_2) - \sin\varphi_2\ ctg\ (\lambda_1 - \lambda_2). \quad (3.8)$$

Полученное направление ортодромии необходимо перевести в круговой счет.

4. Локсодромия является геометрическим местом точек на поверхности Земли, в которых значение курса есть постоянная величина (рис. 3.4). Локсодромия пересекает все меридианы под одним и тем же углом К, т. е. К = const. Локсодромия не является кратчайшим расстоянием между двумя точками на поверхности Земли. Однако плавание локсодромическим курсом имеет большие удобства и с появлением компаса является основой морской навигации.

Направление локсодромии, т. е. локсодромический курс К (пеленг), можно определить из уравнения (рис. 3.4):

$$tgK = \frac{\omega}{\Delta\varphi} = \frac{\Delta\lambda \cos\varphi_{ср}}{\Delta\varphi}, \quad (3.9)$$

где ω – отшествие (плавание по параллели);

$\Delta\varphi$ – разность широт;

$\Delta\lambda$ – разность долгот.

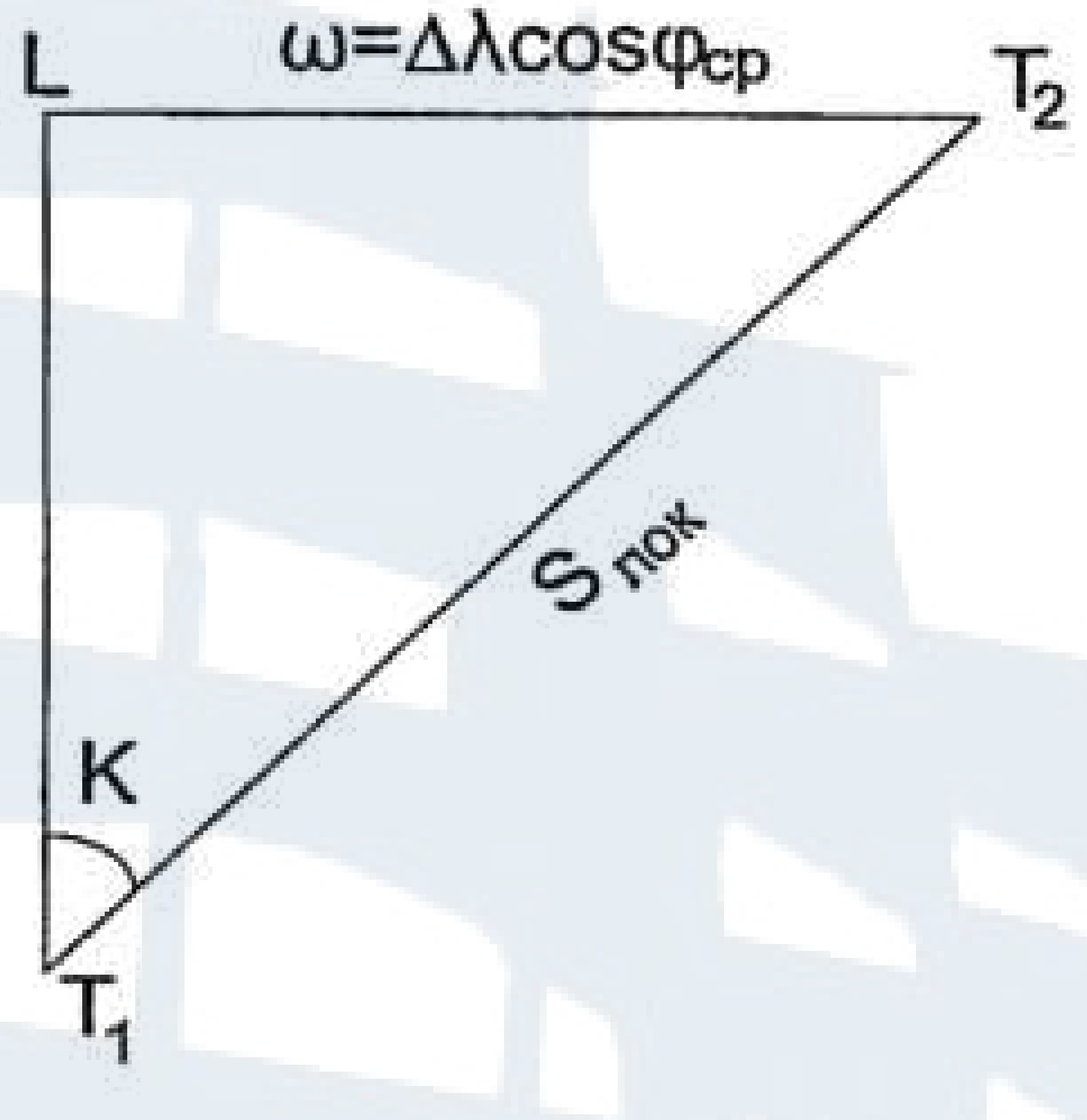

Рис. 3.4. Локсодромия

Если координаты пунктов отхода T_1 и прихода T_2 известны, то отшествие можно вычислить по формулам:

$$\omega = \Delta\lambda \cos\varphi_{ср}; \qquad (3.10)$$

$$\varphi_{ср} = (\varphi_1 + \varphi_2)/2. \qquad (3.11)$$

Длину локсодромии $S_{лок}$ между двумя заданными точками T_1 и T_2 можно вычислить по одной из формул:

$$S_{лок} = \Delta\varphi \sec K; \qquad (3.12)$$

$$S_{лок} = \omega \operatorname{cosec} K; \qquad (3.13)$$

$$S_{лок} = \sqrt{\Delta\varphi^2 + \omega^2}. \qquad (3.14)$$

Если возникает необходимость вычисления локсодромического курса на сфероиде, то рекомендуется формула:

$$tgK = \frac{\Delta\lambda}{РМЧ} = \frac{\Delta\lambda}{57{,}3\left\{\ln\left[tg\left(45^\circ + \frac{\varphi_2}{2}\right)\left(\frac{1 - e\sin\varphi_2}{1 + e\sin\varphi_2}\right)^{\frac{e}{2}}\right] - \ln\left[tg\left(45^\circ + \frac{\varphi_1}{2}\right)\left(\frac{1 - e\sin\varphi_1}{1 + e\sin\varphi_1}\right)^{\frac{e}{2}}\right]\right\}}, \qquad (3.15)$$

где e – эксцентриситет земного сфероида (e = 0,081813324);

РМЧ – разность меридиональных частей.

Разность меридиональных частей (значение в фигурных скобках) можно получить из табл. 2.28а МТ-2000 или из табл. 26 МТ-75 по известным φ_1 и φ_2.

На поверхности сфероида длину локсодромии рекомендуется вычислять по формуле:

$$S_{лок} = \frac{\Delta\varphi}{РМЧ}\sqrt{\Delta\lambda + РМЧ^2}\,. \tag{3.16}$$

При вычислении длин ортодромии и локсодромии следует учитывать, что $S_{орт}$, $S_{лок}$, $\Delta\varphi$ и ω выражаются в морских милях, а $\Delta\lambda$ и РМЧ – в экваториальных милях.

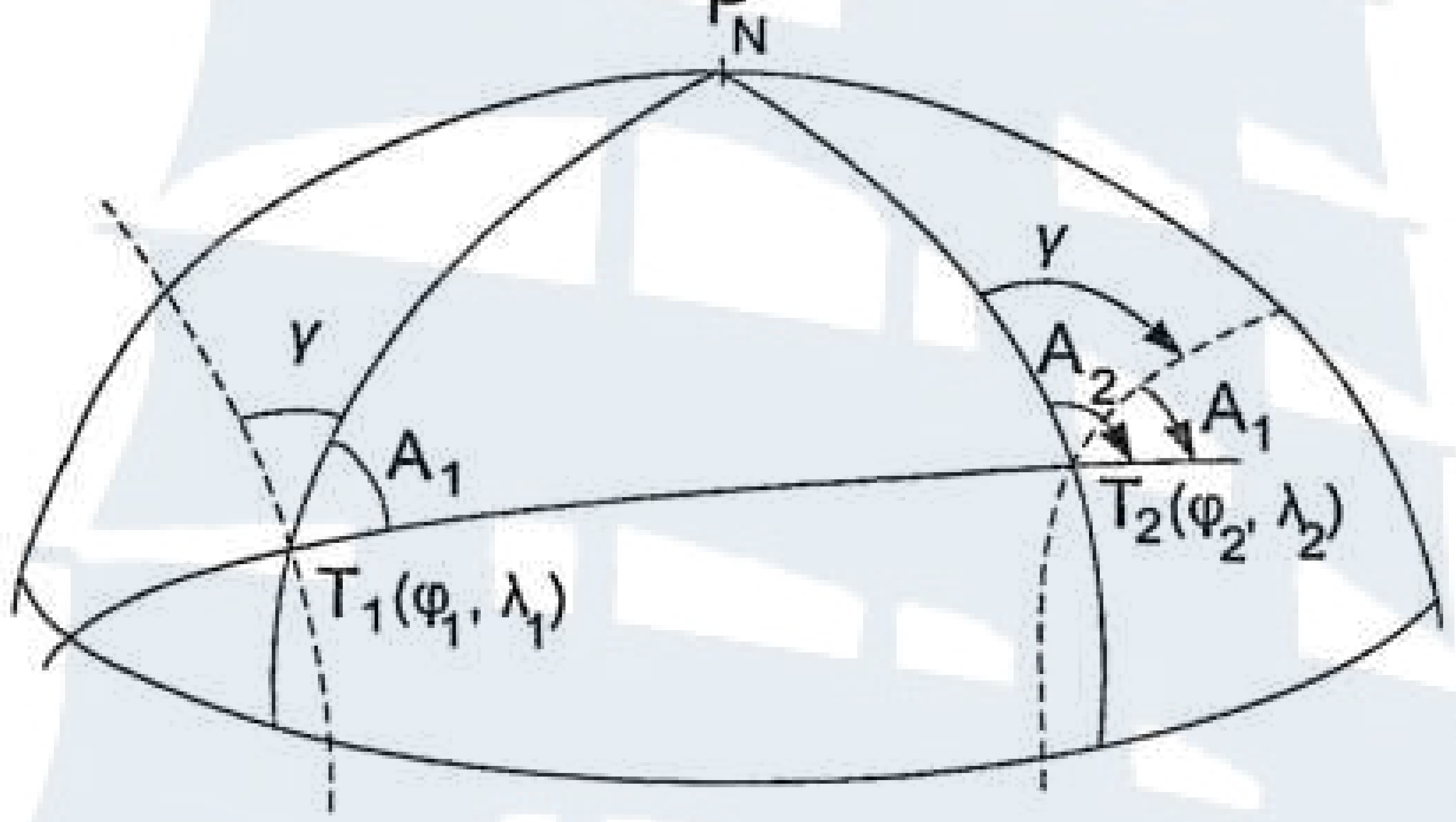

Рис. 3.5. Схождение меридианов

5. Схождением меридианов γ называется разность углов, под которыми ортодромия пересекает меридианы двух точек (рис. 3.5), т. е.

$$\gamma = A_2 - A_1\,. \tag{3.17}$$

На сравнительно небольших расстояниях между точками T_1 и T_2 (500–600 миль) разности широт и долгот будут невелики. В этом случае величину схождения меридианов можно определить по формуле:

$$\gamma = \Delta\lambda \sin s\varphi_{ср}\,. \tag{3.18}$$

Если известно направление в точке T_1, то направление в точке T_2 можно получить по формуле:

$$A_2 = A_1 + \gamma\,. \tag{3.19}$$

Знак поправки γ определяется $\Delta\lambda$ и $\varphi_{ср}$.

6. В общем случае локсодромия и ортодромия имеют различную кривизну, т.е. локсодромия и ортодромия в данной точке пе-

ресекаются под некоторым углом (рис. 3.6). Угол между локсодромией и ортодромией в данной точке называется ортодромической поправкой ψ. На сравнительно небольших расстояниях (500–600 миль) эту поправку вычисляют по формуле:

$$\psi = \frac{\gamma}{2} = \frac{\Delta\lambda}{2}\sin\varphi_{cp} \qquad (3.20)$$

Ортодромическая поправка служит для перевода ортодромических направлений (курсов, пеленгов) в локсодромическое по формуле:

$$К_{лок} = К_{орт} + \psi; \qquad (3.21)$$

$$П_{лок} = А + \psi. \qquad (3.22)$$

Ортодромическую поправку можно выбрать из табл. 2.12 МТ-2000 или из табл. 23-а (по $\varphi_{ср}$ и $\Delta\lambda$ при $\Delta\lambda \leq 5°$) и по табл. 23-б МТ-75 (по φ_1, φ_2 и $\Delta\lambda > 5°$) в остальных случаях. Ортодромическая поправка может быть положительной и отрицательной.

Знак ортодромической поправки определяется по правилу:

- в северной широте ортодромическая поправка имеет знак (+), если ортодромическое направление меньше 180°, и знак (-), если ортодромическое направление больше 180°;

- в южной широте ортодромическая поправка имеет знак (+), если ортодромическое направление больше 180°, и знак (-), если ортодромическое направление меньше 180°.

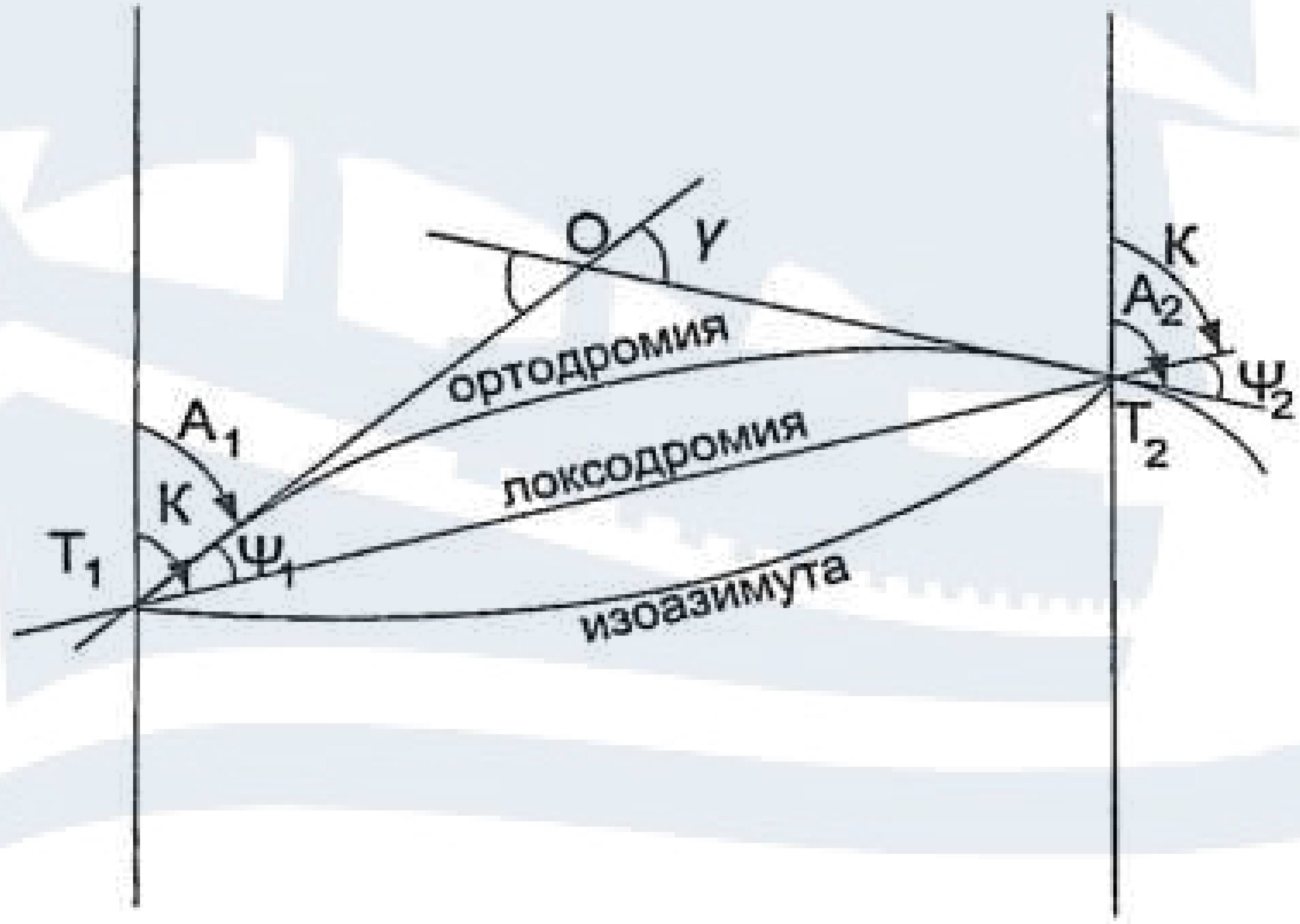

Рис. 3.6. Ортодромическая поправка

Длина локсодромии больше длины ортодромии между одними и теми же двумя точками на поверхности Земли-шара. Разность их длин называется редукцией расстояния ΔS и определяется выражением:

$$\Delta S = S_{лок} - S_{орт}. \qquad (3.23)$$

Исправления ортодромических направлений ортодромической поправкой, а также учет редукции расстояния возникает при радиопеленговании и при расчете плавания по дуге большого круга.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. По известным координатам (табл. 3.1) пункта отхода $T_1(\varphi_1, \lambda_1)$ и пункта прихода $T_2(\varphi_2, \lambda_2)$ на поверхности Земли-шара вычислить:

- направление ортодромии A_1 (ортодромический пеленг) в точке T_1 (прямое, т. е. из точки T_1, на точку T_2);
- направление ортодромии A_2 из точки T_2 на точку T_1;
- угол схождения меридианов γ в точке T_1;
- угол схождения меридианов γ в точке T_2;
- направление локсодромии $K_{орт}$ – локсодромический курс;
- расстояние (длину) по ортодромии $S_{орт}$;
- расстояние (длину) по локсодромии $S_{лок}$.

Таблица 3.1

Вариант	φ_1	λ_1	φ_2	λ_2
1	47°29,3'N	127°54,6'E	13°41,7'S	172°11,2'E
2	43°25,4'N	110°43,4'W	17°37,8'S	33°07,3'W
3	39°21,5'S	37°39,5'E	21°33,9'N	21°03,4'W
4	35°17,6'S	39°42,6'W	28°40,4'N	117°16,7'W
5	31°13,7'N	48°49,1'W	35°47,1'S	151°23,2'W
6	27°09,8'N	12°56,2'E	42°54,2'S	97°31,7'E
7	23°05,9'S	21°03,3'E	45°01,3'N	100°38,2'E
8	19°01,8'S	62°10,6'E	48°08,4'N	179°47,3'E
9	15°55,1'N	105°17,7'W	51°15,5'S	136°54,4'W

Окончание табл. 3.1

Вариант	φ_1	λ_1	φ_2	λ_2
10	11°48,2'N	148°24,8'W	54°22,6'S	95°01,6'W
11	8°41,3'S	107°31,9'W	57°29,7'N	54°08,6'W
12	5°34,4'S	66°38,4'E	60°35,8'N	13°15, 7'W
13	12°27,5'N	15°45,1'E	63°42,9'N	152°22,8'E
14	19°29,6'N	26°52,2' E	66°49,2'S	141°29,9'E
15	26°13,7'S	67°59,3'E	57°56,1'N	100°37,2'E
16	33°06,8'S	108°06,6'E	48°03,2'N	59°44,2'E
17	40°59,9'N	149°13,5'E	39°10,3'S	48°51,2'E
18	47°51,9'N	10°20,6'W	30°17,4'S	62°58,4'E
19	54°45,1'S	51°27,7'E	21°24,5'N	103°05,4'E
20	61°38,2'S	92°34,9'E	12°31,6'N	144°12,6'E
21	68°31,3' N	133°41,0'E	3°38,7'S	5°19,7'E
22	59°24,4'N	174°48,2'W	10°45,8'S	46°26,8'W
23	50°17,5'S	35°55,3'E	17°52,9'N	87°33,9'W
24	41°10,6'S	76°02,4'W	24°59,0'N	128°40,1'W
25	32°03,7'N	117°09,5'W	31°06,1'S	169°47,8'W
26	23°56,8'N	158°46,6 '	38°13,2'S	80°54,9'E
27	14°49,9'S	19°13,7'W	45°20,3'N	86°02,7'W
28	5°42,0'S	60°30,8'E	52°27,8'N	112°08,1'E
29	16°35,1'N	101°37,9'E	47°32,5'S	153°15,2'E
30	27°28,2'S	140°44,2'E	38°39,6'N	66° 13,4'E

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

Вычисления A_1, A_2, $S_{орт}$, $S_{лок}$, $K_{лок}$, $\Delta\lambda$, ω, γ и ψ выполняются с использованием таблиц логарифмов тригонометрических функций по расчетным схемам, рассмотренным ранее, либо с использованием вычислительной техники.

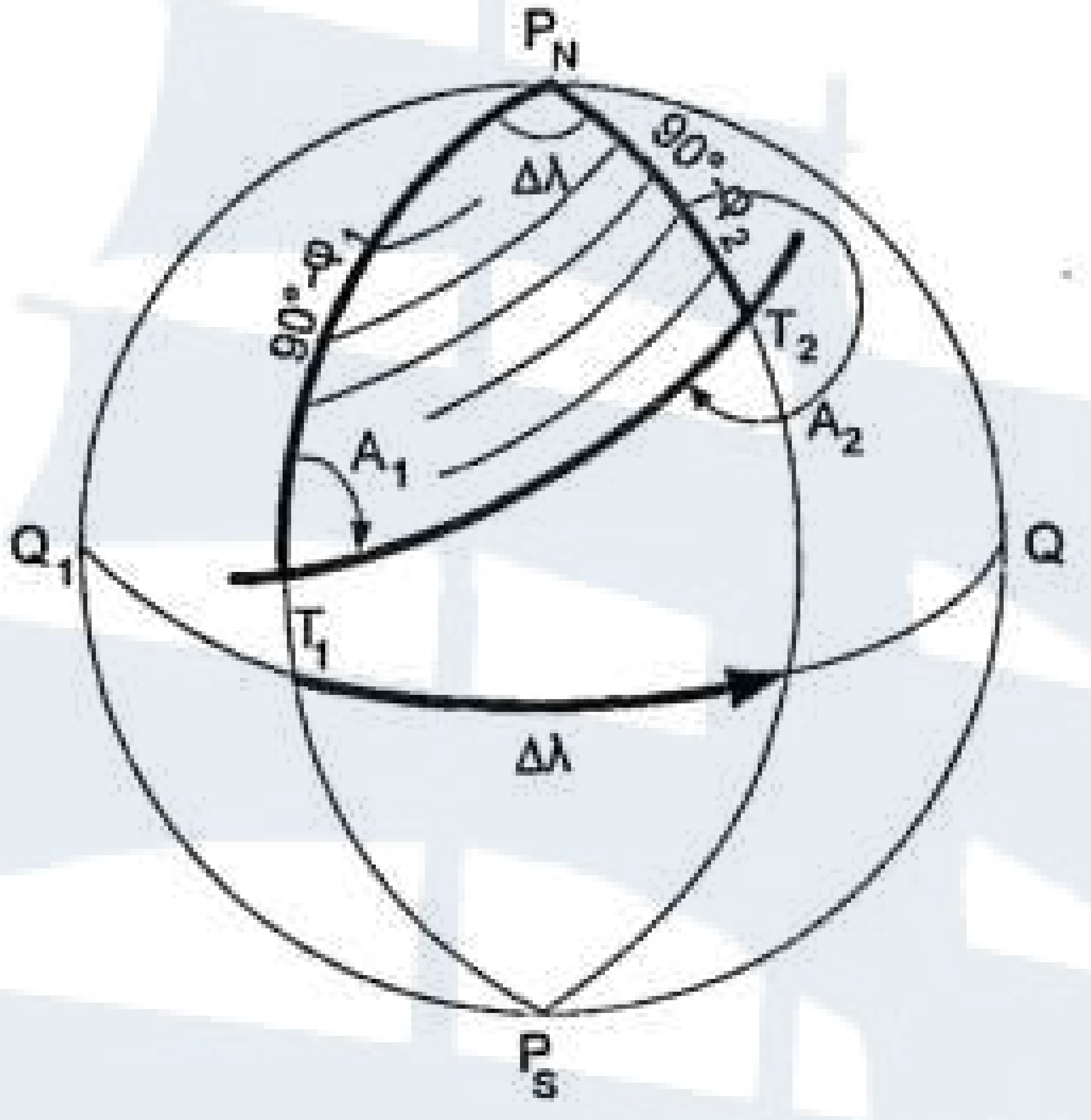

Рис. 3.7. Сферический треугольник на земной сфере для северной широты

1. Сделать схематический чертеж сферического треугольника $T_1P_NT_2$, на котором T_1 – место судна, T_2 – место ориентира, P_N, P_S – Северный и Южный полюса Земли (рис. 3.7 – для северной широты и рис. 3.8 – для южной широты). В этом сферическом треугольнике известны две стороны – ($90° – φ_1$) и ($90° – φ_2$) и угол между ними, который равен разности долгот $Δλ$ ($Δλ_1$).

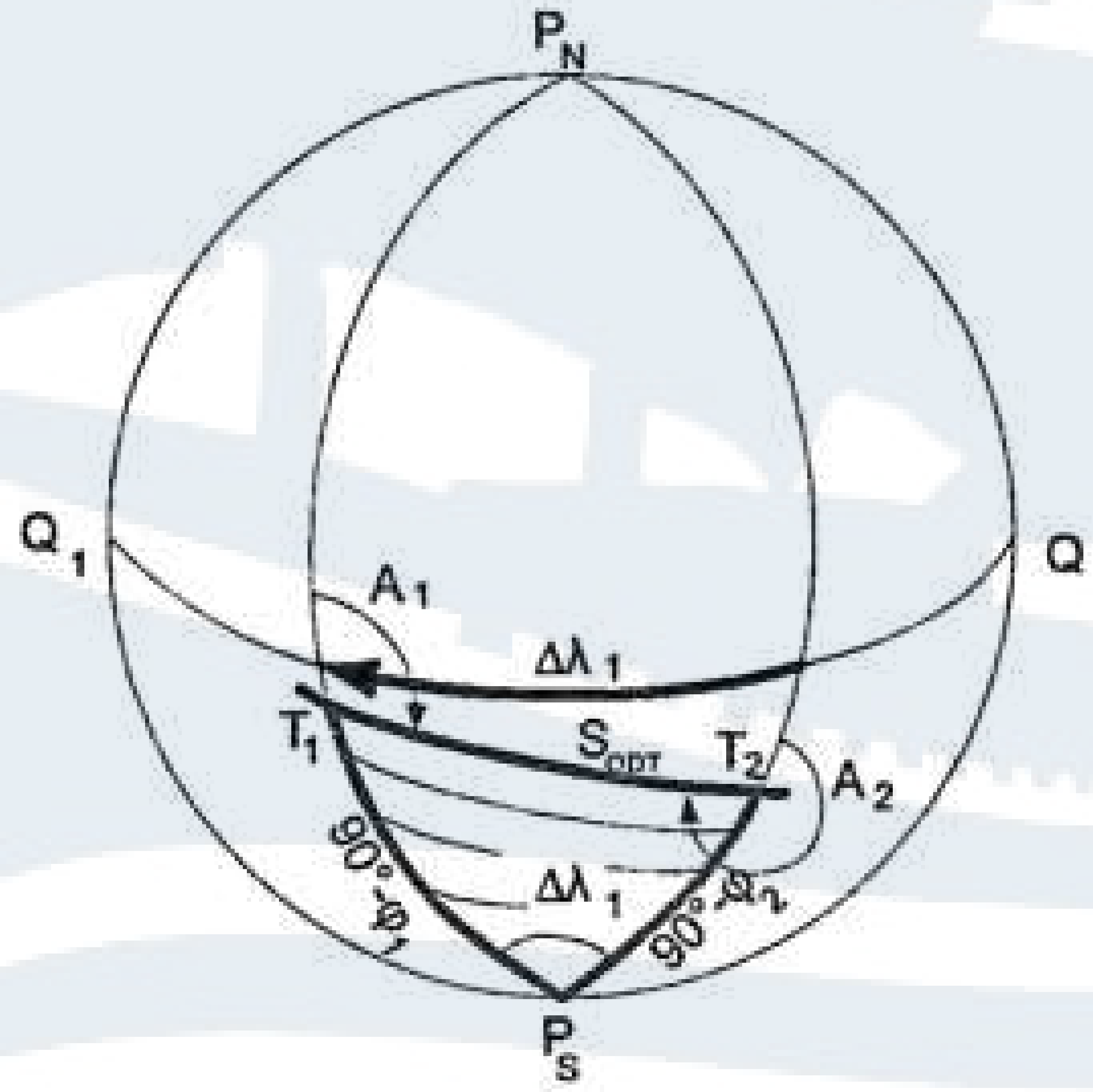

Рис. 3.8. Сферический треугольник на земной сфере для южной широты

2. Для отыскания расстояния между точками T_1 и T_2 (длины ортодромии) $S_{ор}$ следует использовать формулу косинуса стороны (3.5). Прямой азимут A_1 из точки T_1 отыскивается по формуле (3.7), обратный азимут A_2 из точки T_2 вычисляется по формуле (3.8). При исследовании формул (3.5–3.8) на знаки следует руководствоваться табл. 2.3 и следующими соображениями:

- северной широте приписывается знак (+), южной – знак (-), следовательно, все тригонометрические функции для северной широты будут положительными, а для южной широты положительными будут только косинус и секанс, все остальные функции будут отрицательными;

- восточной долготе и разности долгот к востоку (к E) приписывается знак (+), западной долготе и разности долгот к западу (к W) знак (-); разность долгот вычисляется с учетом знаков заданных долгот.

3. Вычисление разности широт, разности долгот и отшествия выполняются по формулам (3.1–3.3) и (3.10) с округлением до 0,1'.

4. Локсодромический курс $K_{лок}$ и длина локсодромии $S_{лок}$ вычисляются по формулам (3.9) и (3.12) с округлением соответственно $K_{лок}$ – до 0,1°, а $S_{лок}$ – до 0,1 мили.

5. Углы схождения меридианов γ_1 (при точке T_2) и γ_2 (при точке T_1) вычисляются по формуле (3.18) с округлением до 0,1°.

6. На малых расстояниях азимут А вычисляется по формуле (3.7), ортодромическая поправка ψ – по формуле (3.20), а локсодромический пеленг $П_{лок}$ по формуле (3.22) с округлением до 0,1°.

Задача 4

Тема. Вычисление основных элементов земного сфероида

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

1. Одной из координат, определяющих положение точки на поверхности Земли, является широта. В практических вопросах навигации, мореходной астрономии, картографии и геодезии

применяются географическая, геоцентрическая и приведенная широты.

Географической широтой φ называется угол между плоскостью экватора и нормалью к поверхности Земли в данной точке, т. е. $\varphi = LqO_1T$ (рис. 4.1). Географическая широта измеряется дугой меридиана от экватора до данной точки от 0 до 90°, ей приписывается наименование N (знак плюс) или S (знак минус).

Геоцентрической широтой φ' называется угол между плоскостью экватора и прямой, соединяющей центр сфероида с данной точкой, т. е. $\varphi' = LqOT$ (рис. 4.1).

Приведенная широта u есть угол между плоскостью экватора и радиусом OT_1, проведенным из центра сферы в точку T_1 (рис. 4.2).

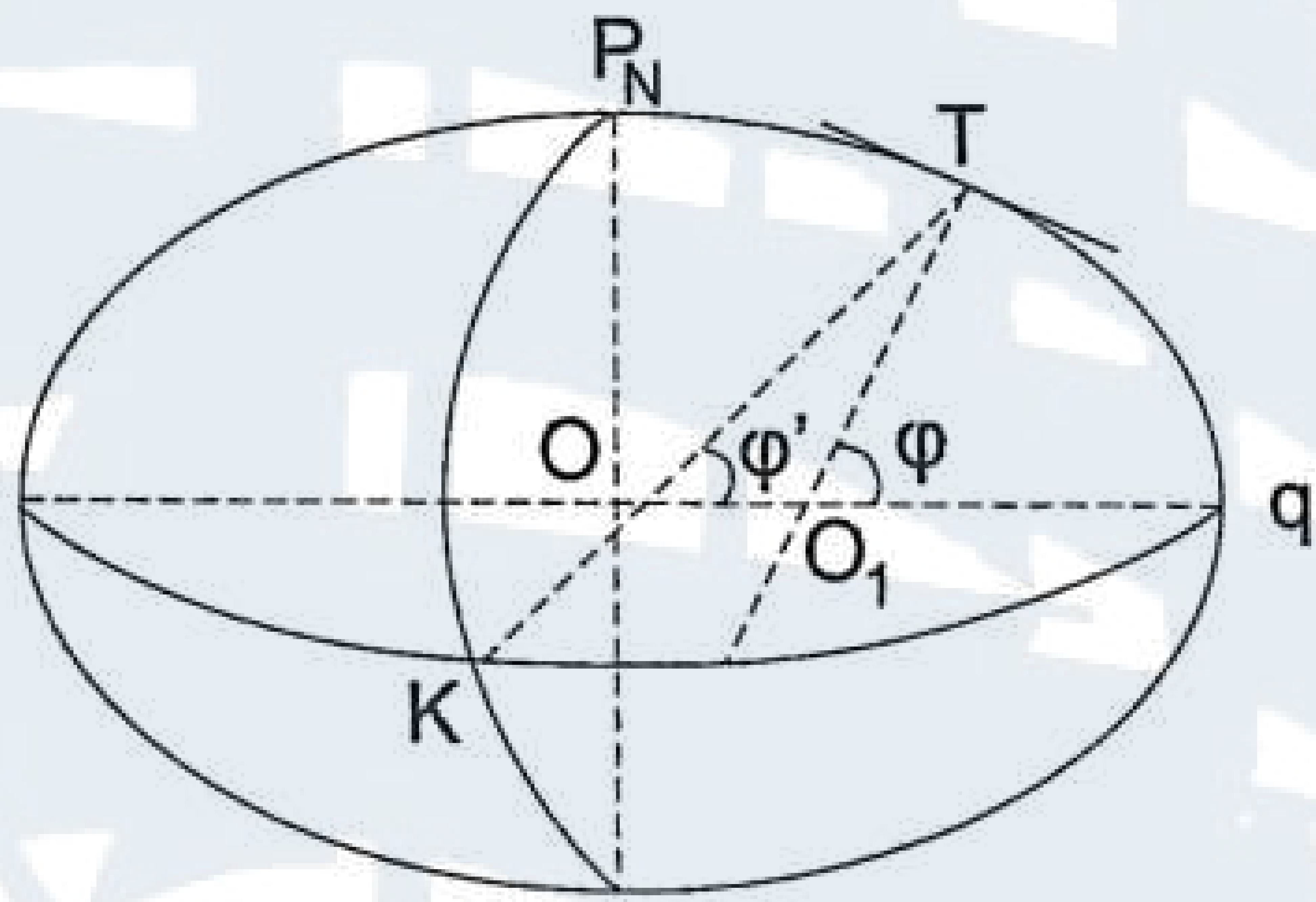

Рис. 4.1. Географическая и геоцентрическая широта

Между географической и геоцентрической широтами существует следующая зависимость:

$$\varphi' = \varphi - 11{,}5' \sin 2\varphi. \tag{4.1}$$

Географическая и приведенная широты связаны следующей формулой:

$$u = \varphi - 5{,}8' \sin 2\varphi. \tag{4.2}$$

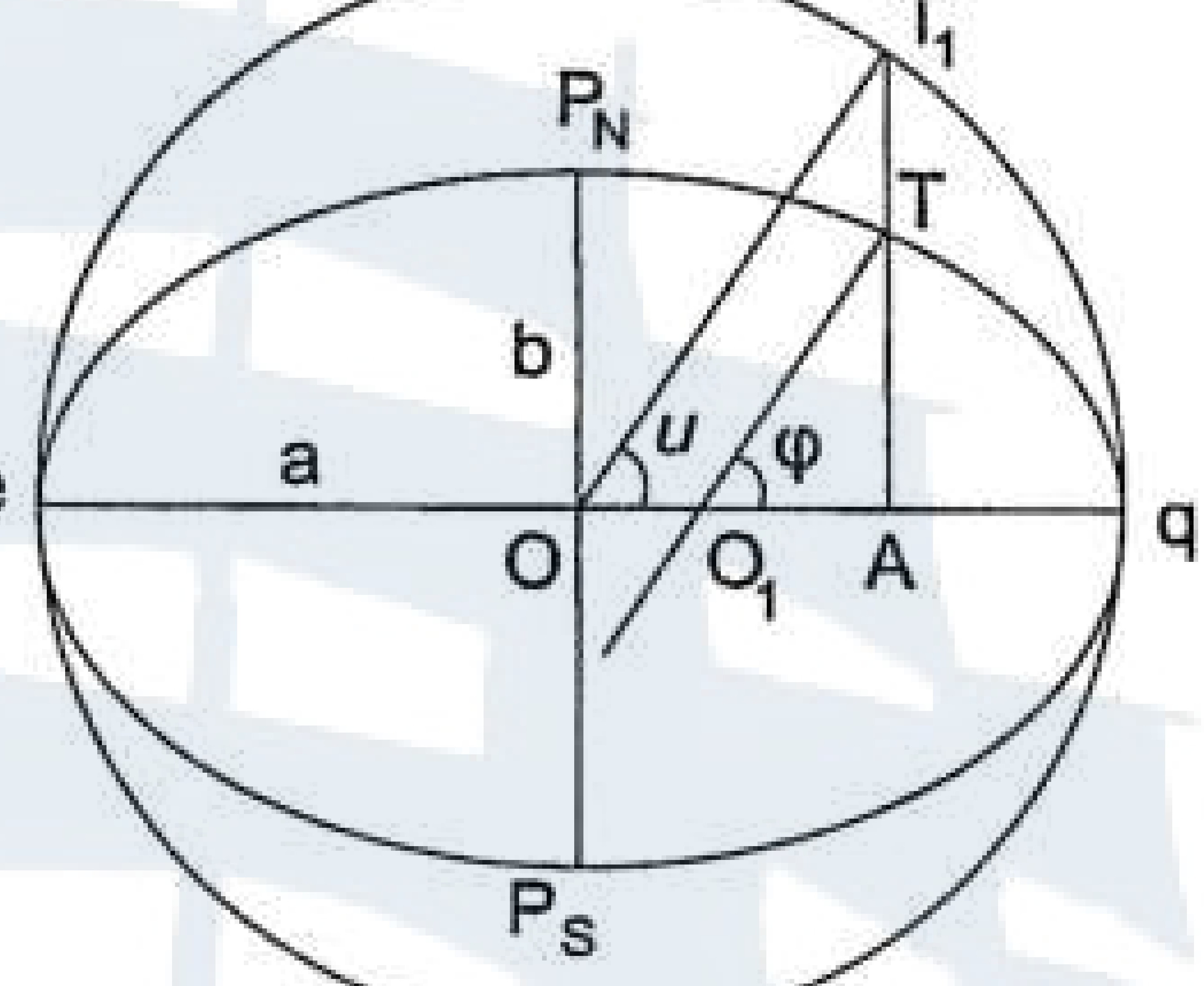

Рис. 4.2. Географическая и приведенная широта

2. В судовождении и картографии часто используются длина одной минуты дуг меридиана и параллели. Известно, что длина одной минуты дуги какого-либо сечения определяется произведением соответствующего радиуса кривизны на arc'.

Тогда для земного сфероида можно написать выражения для определения длин:

- одной минуты дуги меридиана:

$$p_м = Marc' = \frac{a\cos\varphi arc1'}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{\frac{3}{2}}}; \qquad (4.3)$$

- одной минуты дуги параллели:

$$p_{сф} = rarc' = \frac{a\cos\varphi arc1'}{\left(1-e^2\sin^2\varphi\right)^{\frac{1}{2}}}; \qquad (4.4)$$

- или выражая радиус параллели через приведенную широту:

$$p_{сф} = a\cos u arc' \qquad (4.5)$$

где u = φ - 5,8sin2φ;

- одной минуты дуги экватора:

$$p_{экв} = a \cdot arc'. \qquad (4.6)$$

Длина одной минуты дуги меридиана называется морской милей. Вычислить длину морской мили по формуле (4.3) сложно, поэтому на практике применяется приближенная формула:

$$\Delta 1м = 1м.миля = 1852{,}23 - 9{,}34\cos 2\varphi\,. \qquad (4.7)$$

На поверхности Земли-шара для вычисления длин одной минуты дуг рекомендуются формулы:

меридиана и экватора:

$$p_{м.ш} = p_{экв.ш.} = R arc1'; \qquad (4.8)$$

параллели:

$$p_{ш.} = r arc1' = R\cos\varphi arc1'. \qquad (4.9)$$

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. В следующих задачах (табл. 4.1) рассчитать соответствующие значения геоцентрической φ' и приведенной u широт для заданных географических широт.

Таблица 4.1

Географическая широта (градусы)														
вариант														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	30	41	52	63	74	85	72	69	46	33	20	11	28	45
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90

2. По известным геоцентрическим широтам вычислить географические широты (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Географическая широта (градусы)														
вариант														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	59	66	73	80	87	78	69	61	53	44	35	26	17	10
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90

3. По известным приведенным широтам вычислить географические широты (табл. 4.3).

Таблица 4.3

Приведенная широта (градусы)														
вариант														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	36	29	22	15	8	17	28	39	47	56	61	68	75	82
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90

4. В следующих задачах (табл. 4.4) вычислить длину одной минуты дуги меридиана $\Delta 1'$ (длину морской мили) в заданной широте и сравнить ее с длиной стандартной морской мили (1862 м).

Таблица 4.4

Географическая широта (градусы)														
вариант														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
47	58	69	80	85	74	63	52	41	30	19	38	16	27	43
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
вариант														
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	60	71	82	77	64	55	46	37	28	18	9	13	24	35
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90

5. В следующих задачах (табл. 4.5) в заданных географических широтах φ вычислить длину одной минуты дуги параллели раздельно для шара $p_{ш}$ и земного сфероида $p_{сф}$.

Таблица 4.5

Географическая широта (градусы)														
вариант														
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	75	66
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
вариант														
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	48	39	31	22	13	6	15	24	33	42	51	59	67	73
90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

При решении всех задач рекомендуется использовать вычислительную технику.

1. Переход от географической широты φ к геоцентрической φ' и приведенной *u* широтам выполняется по формулам (4.1) и (4.2) с округлением до 0,1'.

2. Переход от геоцентрической широты к географической широте решается с использованием формулы (4.1), преобразовав е е к виду:

$$\varphi = \varphi' + 11{,}5' \sin 2\varphi. \tag{4.10}$$

3. Переход от приведенной широты к географической широте выполняется с использованием формулы (4.2), преобразовав ее к виду:

$$\varphi = u + 5{,}8' \sin 2\varphi. \tag{4.11}$$

Кроме этого для перехода от геоцентрической широты и от приведенной широты к географической широте можно воспользоваться формулами:

$$tg\varphi = \frac{tg\varphi'}{1-e^2};\ tg\varphi = \frac{tgu}{1-\alpha^2}, \tag{4.12}$$

где e – эксцентриситет земного сфероида; $e^2 = 0{,}0066934$;

α – полярное сжатие; $\alpha = 1/298{,}3$.

4. Задание 4 решается по формуле (4.7). Длина морской мили выражается в метрах с округлением до 0,1 м. Сравнить вычисленное значение морской мили с величиной стандартной морской мили (1852 м).

5. При выполнении задания 5 вначале по формуле (4.6) вычисляется длина одной минуты дуги параллели $p_{ш.}$ в заданной широте на поверхности Земли-шара. Затем по формуле (4.5) вычисляется длина одной минуты дуги параллели $p_{сф}$ на поверхности сфероида, вычислив предварительно приведенные широты u. Длина одного градуса долготы в метрах для заданных широт выбирается из табл. 28 МТ-75. Длина одной минуты параллели $p_{сф}$, полученная по формуле (4.5) и выбранная из табл. 28, должна быть практически одинаковой. Сделать анализ изменения длины одной минуты дуги параллели. Все вычисления сделать в метрах с округлением до 0,1 м.

Задача 5

Тема. Основы картографии

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

1. Масштаб характеризует степень уменьшения размеров на поверхности Земли при изображении на карте. Поверхность Земли является сферической поверхностью, поэтому без искажений на карту (плоскость) ее перенести нельзя. Эти искажения свойственны не только при переходе от одной точки к другой, но и в одной и той же точке при переходе от одного направления к другому направлению. Следовательно, в общем случае масштаб можно рассматривать лишь в данной точке и по данному направлению, т. е.:

$$M = \lim \frac{\Delta s}{\Delta S}, \tag{5.1}$$

где M – общее обозначение масштаба;

ΔS – бесконечно малый отрезок между двумя точками на поверхности Земли;

Δs – бесконечно малый отрезок между теми же точками на карте.

Различают численный (числовой) и линейный масштабы. Численный масштаб – дробь, числитель которой единица, а знаменатель – число, которое показывает, скольким единицам длины на местности соответствует одна единица длины на карте, т.е:

$$M = \frac{1}{c},$$

где c – знаменатель числового масштаба.

Линейный масштаб является соотношением, которое показывает, сколько более крупных единиц длины на местности содержится в одной более мелкой единице длины на карте: например, 1 миля в 1 см или 20 км в 1 см. На навигационной морской карте роль линейного масштаба выполняет вертикальная рамка карты.

Предельная точность масштаба (ПТМ) представляет собой наименьшую длину на местности, которая соответствует 0,2 мм на карте данного масштаба. Считается, что человеческий глаз способен различать расстояние 0,2 мм (0,02 см), т. е. на карте можно измерить расстояние с предельной точностью 0,2 мм. Это расстояние соответствует уколу циркуля на карте.

2. Масштаб на навигационной морской карте изменяется с изменением широты в общем случае пропорционально секансу широты (считая Землю шаром), т. е.

$$M_\varphi = M_{экв} \sec\varphi, \qquad (5.2)$$

где M_φ – масштаб в заданной широте;

$M_{экв}$ – масштаб по экватору.

Формулу (4.12) можно написать в виде:

$$\frac{1}{c_\varphi} = \frac{1}{c_{экв}} \sec\varphi\ , \qquad (5.3)$$

или

$$c_{экв} = c_\varphi \sec\varphi.$$

Следовательно:

$$c_\varphi = c_{экв} \cos\varphi. \qquad (5.4)$$

Знаменатель $c_{экв}$ указывается на навигационной морской карте в левом верхнем углу вне рамок карты.

Для навигационной морской карты указывается главная параллель, вдоль которой сохраняется масштаб. Этот масштаб называется масштабом по главной параллели $M_{гп}$, это значение указывается в заголовке карты для широты $\varphi_{гп}$.

3. При составлении навигационной морской карты в проекции Меркатора применяются понятия промежутка практически постоянного масштаба и единицы карты.

Промежуток практически постоянного масштаба (ПППМ) есть разность широт $\Delta\varphi$, в пределах которой длину морской мили (минуты широты) можно считать постоянной. Возможность использования промежутка практически постоянного масштаба при составлении морских карт доказана проф. В. В. Каврайским. Из теории проекции Меркатора известно, что вдоль вертикальных рамок карт масштаб не остается постоянным, что создает большие неудобства при нанесении непрерывного линейного масштаба.

Промежуток постоянного масштаба вычисляется по формуле, предложенной проф. В. В. Каврайским:

$$\Delta\varphi' = \sqrt{\frac{c' ctg\varphi}{675}}\ , \qquad (5.5)$$

где c' – знаменатель частного масштаба по параллели;

φ – широта, ближайшая к полюсу.

Величину Δφ' получают в дуговых минутах.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. В следующих задачах (табл. 5.1) найти линейный масштаб и предельную точность масштаба.

Таблица 5.1

Вариант	Численный масштаб	Вариант	Численный масштаб	Вариант	Численный масштаб
1	1:1000000 1:2000	11	1:5000000 1:40000	21	1:2500000 1:55000
2	1:100000 1:17000	12	1:200000 1:35000	22	1:150000 1:5000
3	1:500000 1:1000	13	1:650000 1:9000	23	1:500000 1:10000
4	1:750000 1:5000	14	1:200000 1:45000	24	1:750000 1:25000
5	1:2000000 1:10000	15	1:700000 1:60000	25	1:100000 1:2000
6	1:900000 1:25000	16	1:3000 1:250000	26	1:1000000 1:20000
7	1:300000 1:1000	17	1:3000000 1:75000	27	1:400000 1:30000
8	1:400000 1:6000	18	1:30000 1:850000	28	1:800000 1:7500
9	1:6000000 1:7500	19	1:75000 1:4000	29	1:70000 1:50000
10	1:800000 1:50000	20	1:350000 1:15000	30	1:200000 1:40000

2. В следующих задачах (табл. 5.2) вычислить численный масштаб и предельную точность масштаба.

Таблица 5.2

№	Линейный масштаб	№	Линейный масштаб	№	Линейный масштаб
1	1,08 мили в 1 см 22 км в 1 см	11	2,03 мили в 1 см 16 км в 1 см	21	0,81 мили в 1 см 20 км в 1 см
2	0,54 мили в 1 см 10 км в 1 см	12	3,08 мили в 1 см 50 км в 1 см	22	2,09 мили в 1 см 12 км в 1 см
3	1,02 мили в 1 см 2 км в 1 см	13	1,06 мили в 1 см 13 км в 1 см	23	1,00 мили в 1 см 7 км в 1 см
4	1,08 мили в 1 см 22 км в 1 см	14	2,04 мили в 1 см 20 км в 1 см	24	2,75 мили в 1 см 18 км в 1 см
5	0,5 мили в 1 см 5 км в 1 см	15	1,04 мили в 1 см 14 км в 1 см	25	0,49 мили в 1 см 7,5 км в 1 см
6	2,08 мили в 1 см 11 км в 1 см	16	0,7 мили в 1 см 16 км в 1 см	26	2,39 мили в 1 см 2,5 км в 1 см
7	1,05 мили в 1 см 15 км в 1 см	17	2,52 мили в 1 см 8 км в 1 см	27	2,12 мили в 1 см 25 км в 1 см
8	3,02 мили в 1 см 24 км в 1 см	18	3,0 мили в 1 см 6 км в 1 см	28	1,75 мили в 1 см 5 км в 1 см
9	0,88 мили в 1 см 7 км в 1 см	19	0,65 мили в 1 см 23 км в 1 см	29	1,52 мили в 1 см 20 км в 1 см
10	2,16 мили в 1 см 30 км в 1 см	20	2,22 мили в 1 см 3 км в 1 см	30	1,35 мили в 1 см 11 км в 1 см

3. Вычислить знаменатель масштаба c_φ в заданной широте (табл. 5.3).

Таблица 5.3

Вариант	φ	$c_{экв}$	Вариант	φ	$c_{экв}$
1	22°	145400	16	30°	459020
2	18	480973	17	52	812135
3	67	127965	18	40	97906
4	35	63300	19	18	210150
5	10	913883	20	52	349000
6	25	827533	21	70	129300
7	14	772960	22	80	317000
8	35	183116	23	65	814100
9	50	311145	24	48	557800
10	32	589589	25	15	602345
11	55	174345	26	78	889400
12	20	133032	27	60	600000
13	62	159754	28	38	380705
14	45	282543	29	42	100922
15	57	86602	30	75	193185

4. Вычислить промежуток практически постоянного масштаба (табл. 5.4) по широте и знаменателю численного масштаба.

Таблица 5.4

Вариант	φ	c	Вариант	φ	c
1	15°	500000	16	27°	400000
2	30	200000	17	85	100000
3	45	400000	18	77	200000
4	60	750000	19	66	400000
5	80	200000	20	54	250000
6	65	300000	21	43	600000
7	75	500000	22	32	300000
8	50	250000	23	55	750000
9	35	100000	24	44	500000
10	20	600000	25	56	250000
11	70	400000	26	63	600000
12	40	300000	27	67	300000
13	10	250000	28	59	250000
14	25	100000	29	48	200000
15	5	750000	30	38	500000

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. При переходе от численного масштаба к линейному знаменатель численного масштаба делится на длину одной стандартной морской мили в сантиметрах (185200 см) – получается число миль и ее долей в 1 см. Затем вычисляется предельная точность масштаба в метрах, для чего знаменатель масштаба умножается на 0,02 см и результат переводится в метры, т.е. ПТМ = 0,02 · С/100. В практике судовождения обычно пользуются простым правилом: в знаменателе численного масштаба необходимо отделить запятой последние четыре цифры и оставшееся число удвоить – результат получается в метрах.

2. Для перехода от линейного масштаба к численному необходимо число миль линейного масштаба, содержащихся в 1 см, умножить на 185200 – в результате получается знаменатель численного масштаба. Если линейный масштаб задан числом километров в 1 см, то это число километров перевести в сантиметры – результат является знаменателем численного масштаба.

3. Расчет знаменателя масштаба c_φ в заданной широте φ выполняется по формуле (5.4), полученный результат округляется до целого сантиметра.

4. Промежуток практически постоянного масштаба Δφ' определяется по формуле (5.5), результат округляется до 0,1'.

Задача 6

Тема. Вычисление градиентов навигационных параметров на малых и больших расстояниях

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Градиентом навигационного параметра в общем случае называется вектор, характеризующий максимальное изменение навигационного параметра в данной точке, т. е. характеризует величину изменения навигационного параметра на единицу расстояния. Градиент, как вектор, характеризуется величиной (модулем) и направлением.

Модуль градиента навигационного параметра есть предел отношения бесконечно малого приращения навигационного параметра ΔU к соответствующему смещению Δn навигационной изолинии или линии положения при Δn, стремящемся к нулю:

$$g = \lim_{\Delta n \to 0} \frac{\Delta U}{\Delta n} \qquad (6.1)$$

При достаточно малых ΔU и Δn, что чаще всего бывает в судовождении, модуль градиента может быть вычислен по формуле:

$$g = \frac{\Delta U}{\Delta n}. \qquad (6.2)$$

Градиент навигационного параметра направлен по нормали к навигационной изолинии или к линии положения в сторону, соответствующую увеличению навигационного параметра (рис. 6.1). Направление градиента относительно оси ординат (истинного меридиана) обозначается символом τ (рис. 6.2).

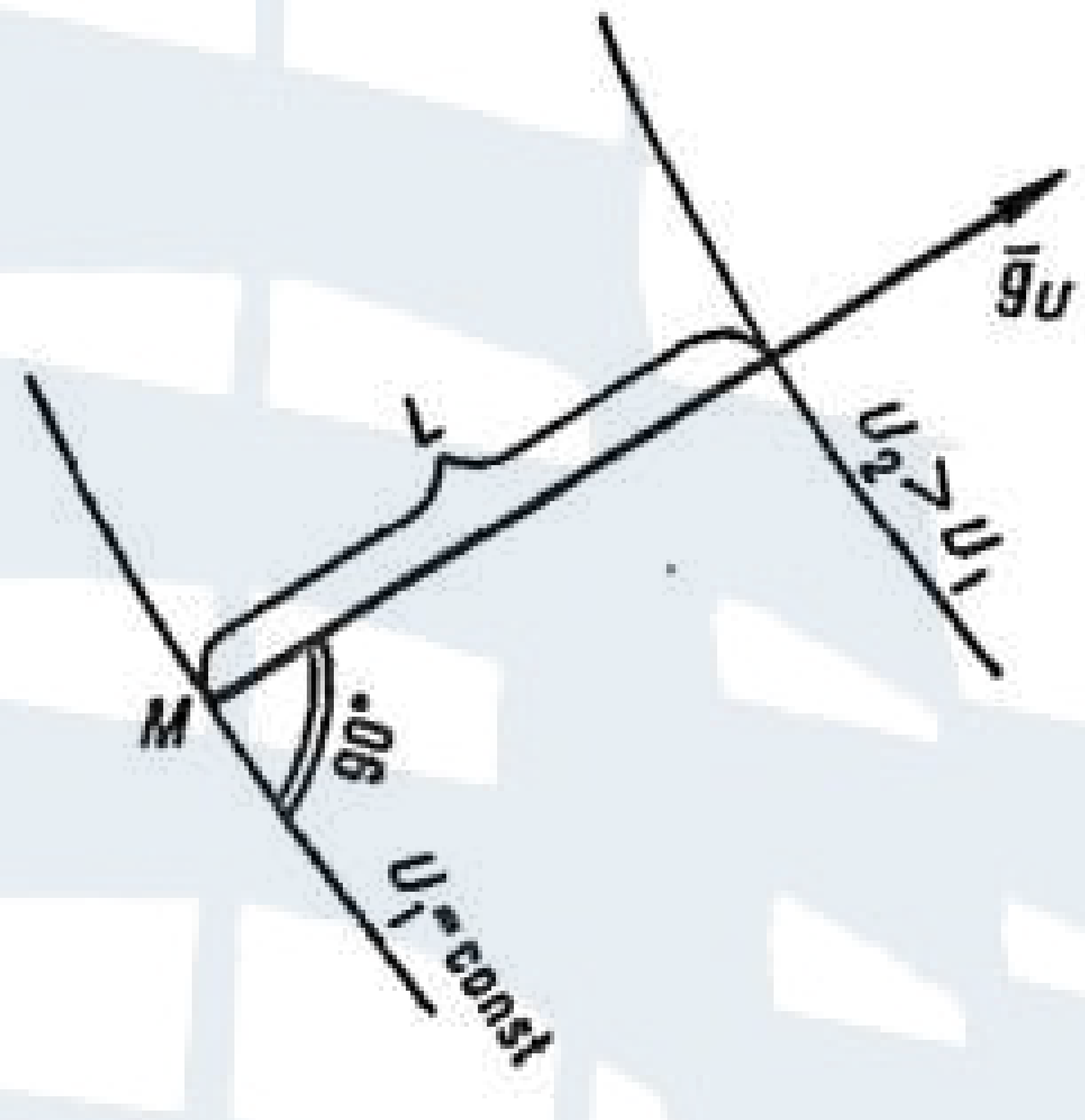

Рис. 6.1. Градиент навигационного параметра

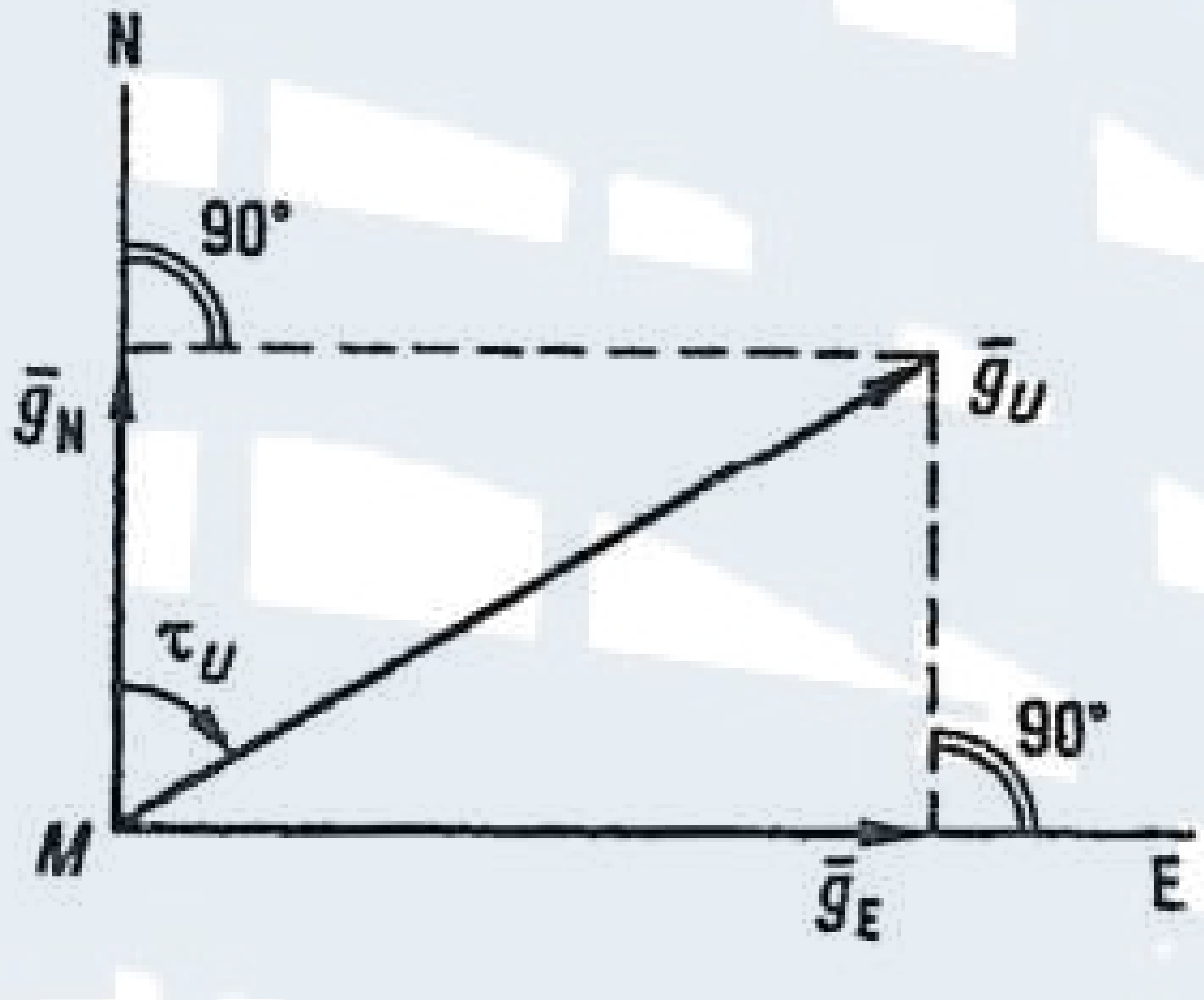

Рис. 6.2. Направление градиента навигационного параметра

Градиент навигационного параметра имеет размерность единицы измерения навигационного параметра на единицу расстояния. Например, в результате навигационных измерений пеленга и вычислений получен g = 2,5 град/милю, это означает, что при перемещении судна по направлению, перпендикулярному к пеленгу на 1 милю, пеленг изменится на 2,5°.

Изолинии основных навигационных параметров и формулы для расчета модулей и направлений градиентов этих параметров приведены в табл. 5.47 МТ-2000:

- если расстояние D от счислимой точки до ориентира больше 300 миль (D>300 миль), то градиент ортодромического пеленга (азимут) с судна на ориентир и его направление (рис. 6.3) рассчитываются как:

$$g_A = \frac{1}{60}\sqrt{tg^2\varphi + ctg^2 D - 2tg\varphi \cdot ctgD \cdot \cos \Pi}\ ; \tag{6.3}$$

$$\tau_A = arctg\left(\frac{tg\varphi - ctgD\cos A}{ctgD\sin A}\right); \tag{6.4}$$

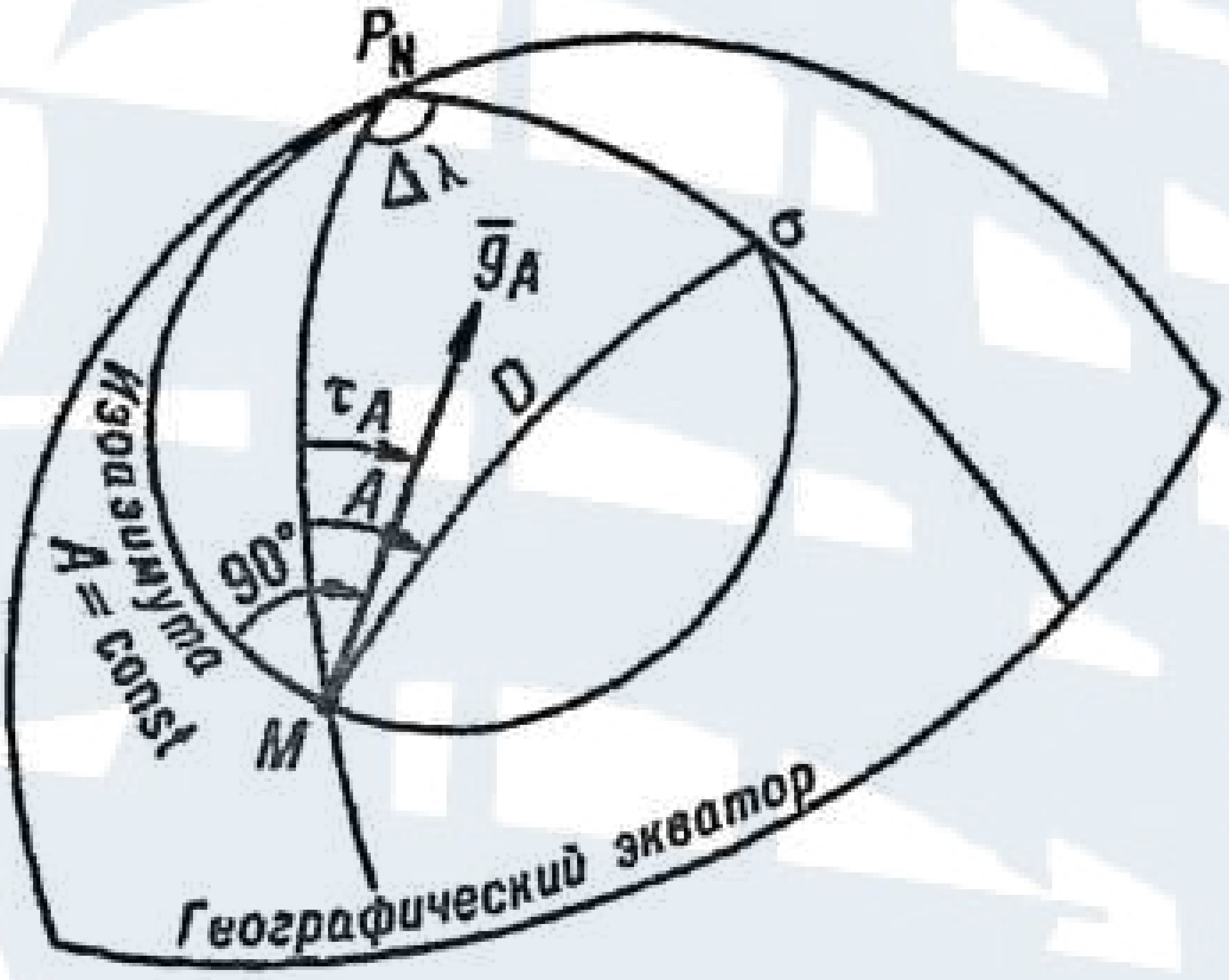

Рис. 6.3. Градиент ортодромического пеленга (азимута) с судна на ориентир на большом расстоянии

- если расстояние D от счислимой точки до ориентира меньше 300 миль (D<300 миль), то градиент ортодромического пеленга (азимут) с судна на ориентир и его направление (рис. 6.4) рассчитываются как:

$$g_A = \frac{57{,}3}{D}; \tag{6.5}$$

$$\tau_A = A - 90^\circ + 2\psi\ , \tag{6.6}$$

где D – расстояние до ориентира в милях;

ψ – ортодромическая поправка, которую можно рассчитать либо по таблицам МТ-2000 (табл. 2.12), либо по таблицам

МТ-75 (таблицы 23а и 23б), либо рассчитать аналитически по формуле:

$$\psi = \frac{\Delta\lambda}{2}\sin\varphi_{ср}, \qquad (6.7)$$

где $\Delta\lambda = (\lambda_{ор} - \lambda_{с})$ – разность долгот ориентира и счислимого места судна в градусах;

$\varphi_{ср} = \dfrac{\varphi_{ор} - \varphi_{с}}{2}$ – средняя широта между параллелями долгот ориентира и счислимого места судна в градусах.

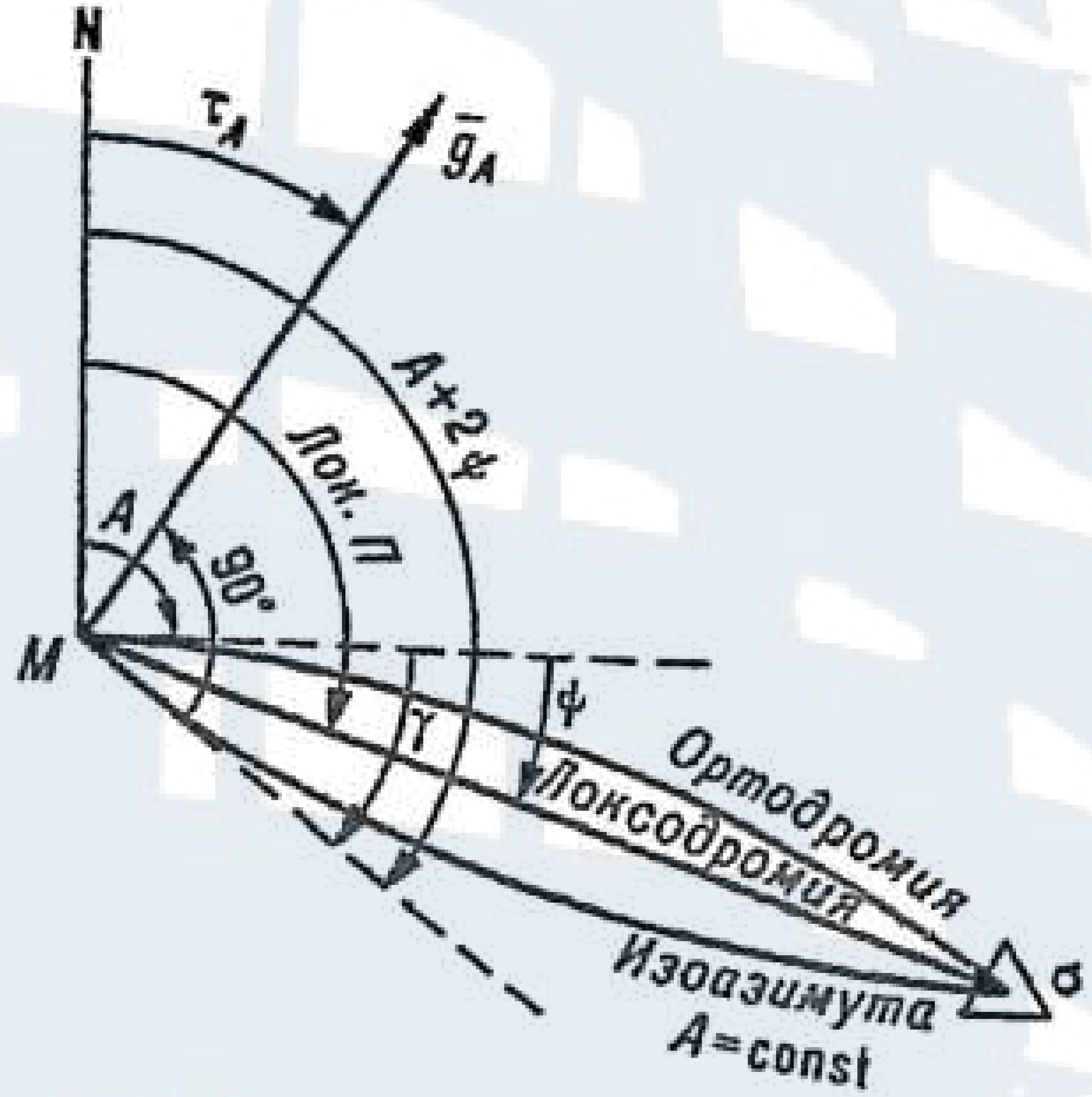

Рис 6.4. Градиент ортодромического пеленга (азимута) с судна на ориентир на малом расстоянии

- градиент локсодромического пеленга с судна на ориентир рассчитывается: на малом расстоянии (D < 300 миль) по формуле (6.5); а на большом расстоянии (D > 300 миль) как:

$$g_{П} = \frac{1}{60} ctg D, \qquad (6.8)$$

а направление как (рис. 6.5):

$$\tau = П - 90^{\circ}; \qquad (6.9)$$

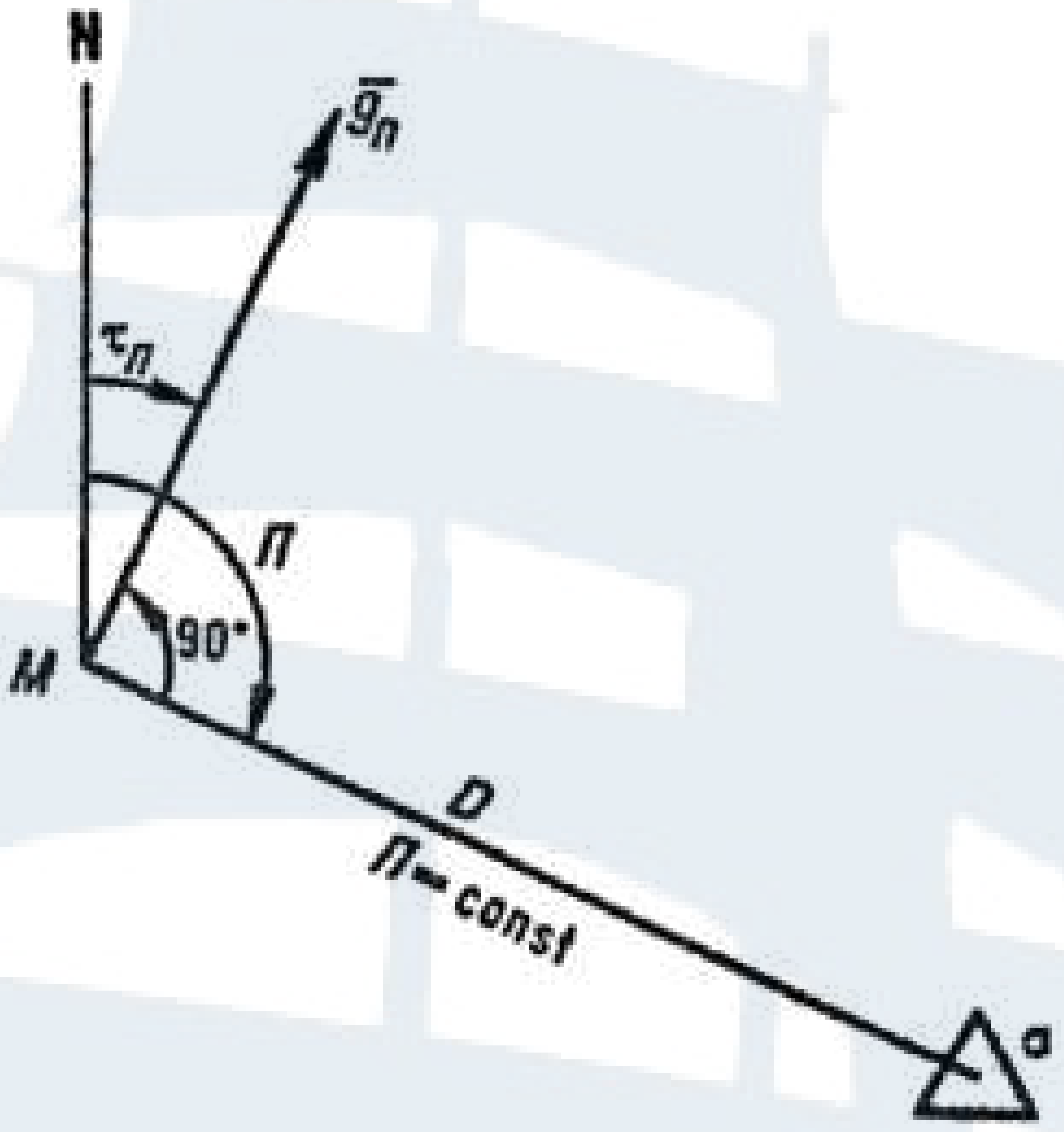

Рис 6.5. Градиент локсодромического пеленга с судна на ориентир

- градиент расстояния от судна до ориентира рассчитывается как:

$$g_D = 1, \qquad (6.10)$$

а направление (рис. 6.6)

$$\tau_D = A \pm 180^\circ, \qquad (6.11)$$

при этом знак (+) – при A<180°, знак (-) – при A ≥ 180°.

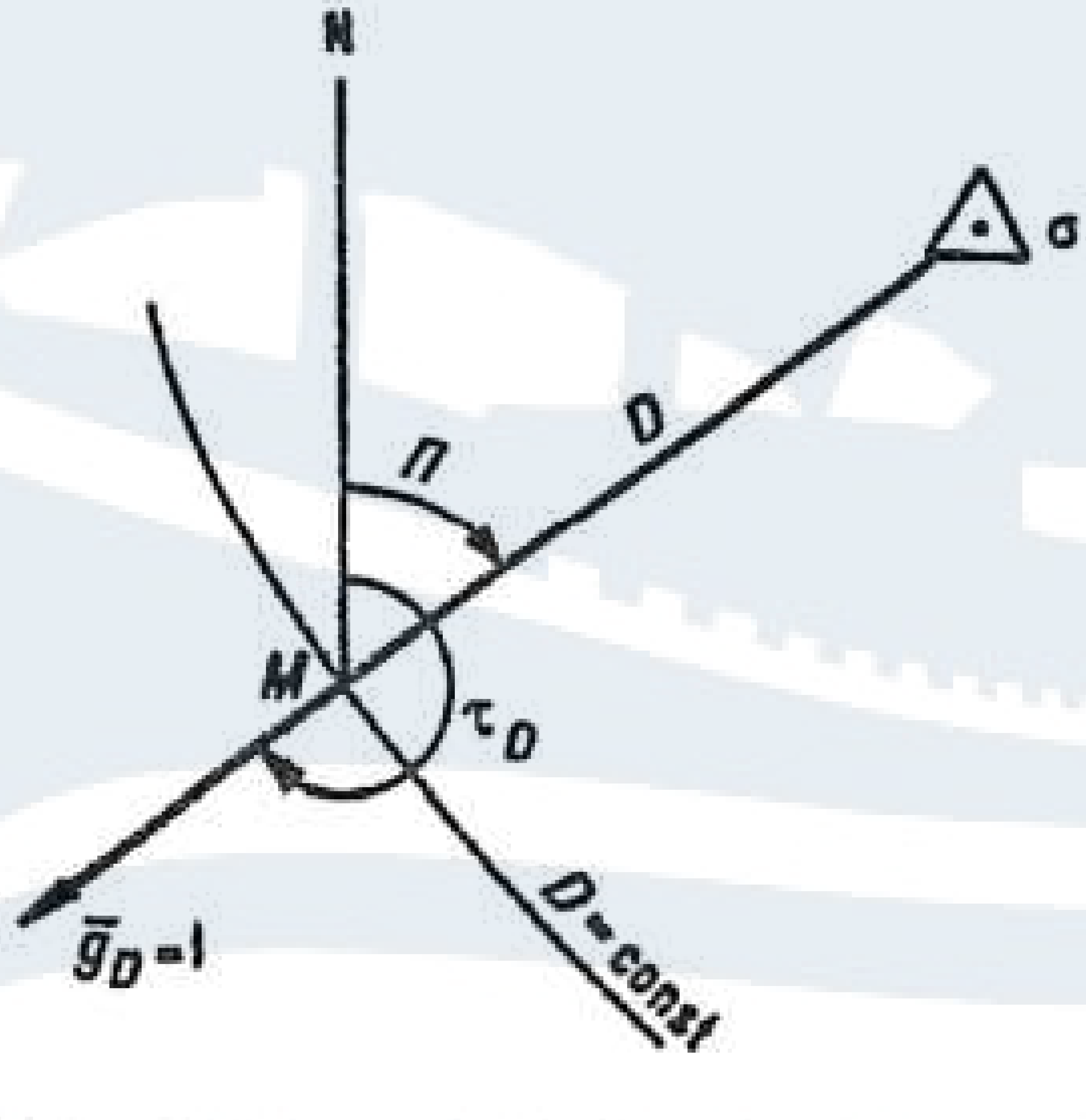

Рис 6.6. Градиент расстояния с судна на ориентир

Если расстояние D от счислимой точки до ориентира больше 300 миль (D > 300 миль), то

$$\tau_D = П \pm 180^\circ, \tag{6.12}$$

при этом знак (+) – при П<180°, знак (-) – при П≥180°, где П – локсодромический пеленг с судна на ориентир.

Если расстояние D от счислимой точки до ориентира больше 300 миль (D>300 миль), то градиент ортодромического пеленга (азимут) с ориентира на судно и его направление рассчитываются как:

$$g_A = \frac{1}{60}\sqrt{tg^2\varphi + ctg^2 D - 2tg\varphi \cdot ctgD \cdot \cos П}; \tag{6.13}$$

$$\tau_A = A - 90^\circ; \tag{6.14}$$

- если расстояние D от счислимой точки до ориентира меньше 300 миль (D<300 миль), то градиент ортодромического пеленга (азимут) с ориентира на судно и его направление рассчитываются как:

$$g = \frac{57{,}3}{D}; \tag{6.15}$$

$$\tau_A = A - 90^\circ; \tag{6.16}$$

- модуль и направление градиента разности ортодромических пеленгов (азимутов) с судна на ориентиры 1 и 2 рассчитываются как:

$$g_{\Delta A} = \frac{1}{60}\sqrt{ctg^2 D_1 + ctg^2 D_2 - 2ctgD_1 \cdot ctgD_2 \cdot \cos\Delta A}; \tag{6.17}$$

$$\tau_{\Delta A} = \arccos\left(\frac{1}{g_{\Delta A}} ctgD_2 \sin\Delta A\right) + A_1, \tag{6.18}$$

где D_1 и D_2 – ортодромические расстояния до ориентиров в угловых единицах;

- градиент разности локсодромических пеленгов с судна на ориентиры (градиент горизонтального угла) и его направление рассчитываются как:

$$g_\alpha = 57{,}3\frac{d}{D_1 D_2} = 57{,}3\frac{\sin\alpha}{h}, \tag{6.19}$$

где D_1 и D_2 – расстояния до ориентиров в милях;

d – расстояние между ориентирами в милях;

h – перпендикуляр и точки М на базу;

$\alpha = П_2 - П_1$.

Здесь
$$\tau_{\alpha} = \Pi_1 + \delta, \tag{6.20}$$

$$\sigma = arctg\left(\frac{D_2 - D_1\cos\alpha}{D_1\sin\alpha}\right). \tag{6.21}$$

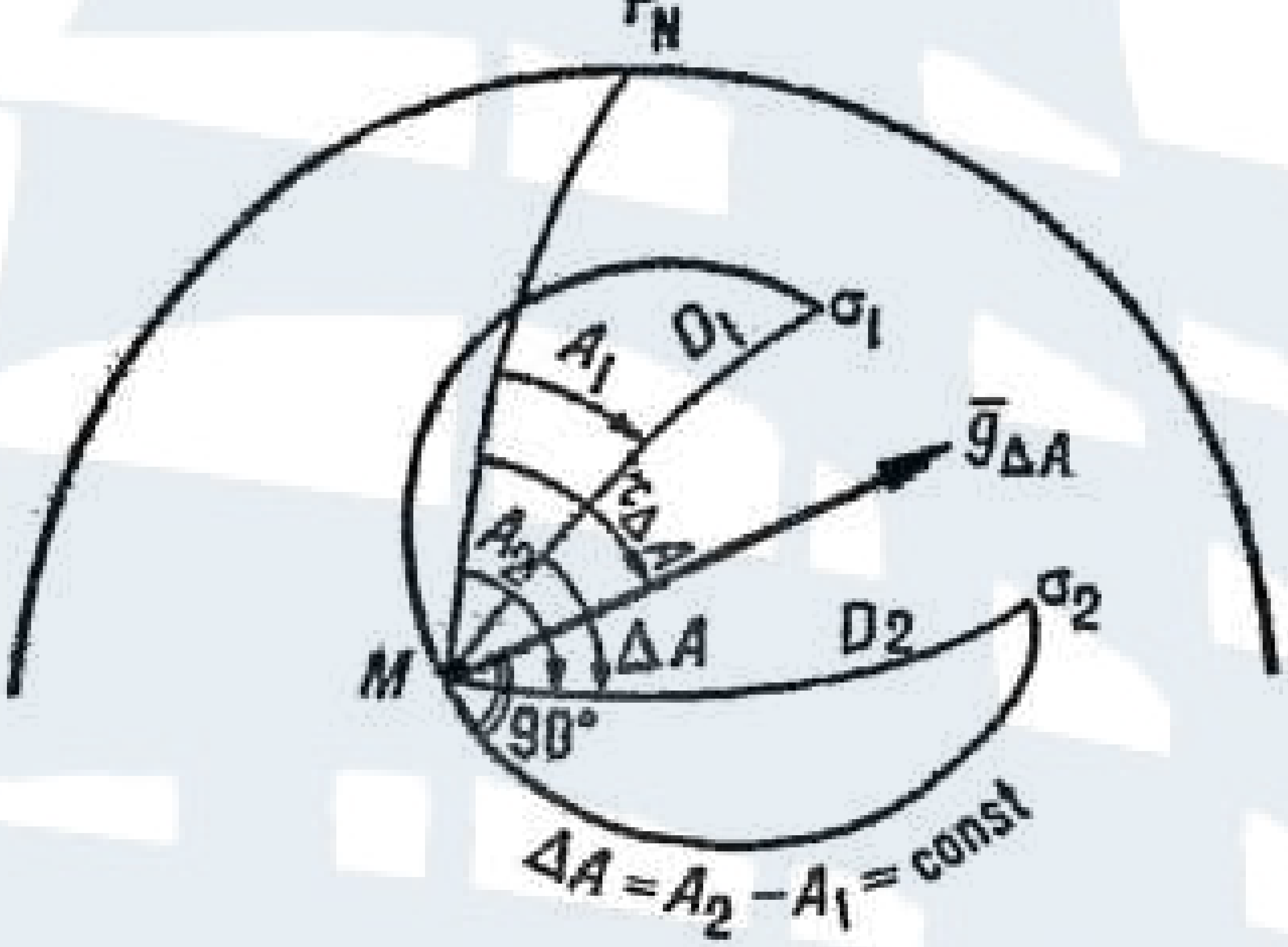

Рис. 6.7. Градиент разности ортодромических пеленгов (азимутов) с судна на ориентиры на сфере

Рис. 6.8. Градиент разности ортодромических пеленгов (азимутов) с судна на ориентиры на плоскости

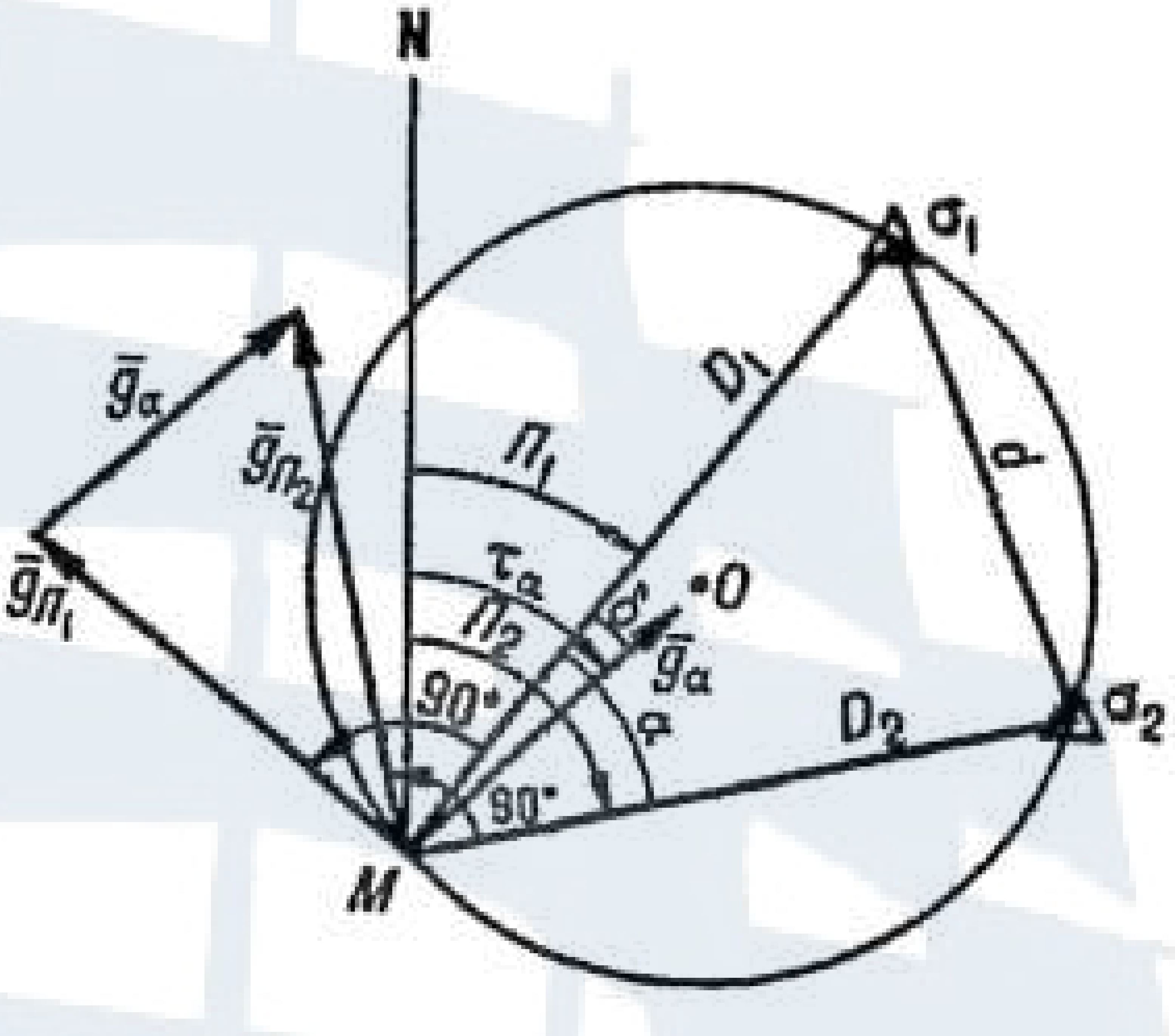

Рис. 6.9. Градиент разности локсодромических пеленгов с судна на ориентиры (горизонтального угла)

Графически (рис 6.10): $g_\alpha = g_{П2} - g_{П1}$;

- градиент разности расстояний от судна до ориентиров (градиент гиперболы) и его направление рассчитываются как:

$$g_{\Delta D} = \left| 2\sin\frac{\omega}{2} \right|, \qquad (6.22)$$

где $\omega = П_2 - П_1$, или $\omega = A_2 - A_1$,

$$\tau_{\Delta D} = (П_1+П_2)/2 \pm 90°, \text{ или } (A_1+A_2)/2 \pm 90°. \qquad (6.23)$$

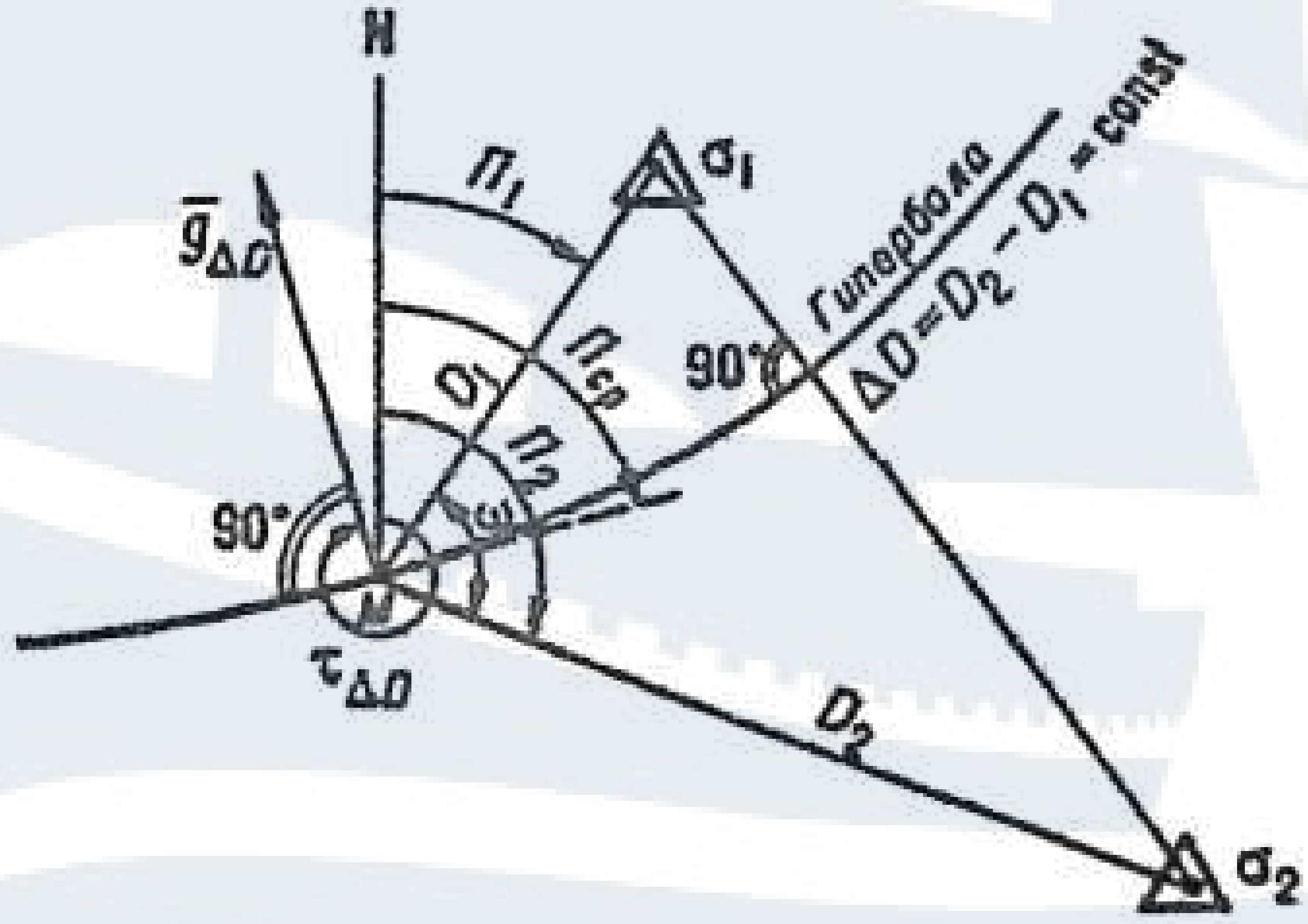

Рис. 6.10. Градиент разности расстояний от судна до ориентиров (градиент гиперболы)

Графически (рис 6.11): $g_{\Delta D} = g_{D2} - g_{D1}$.

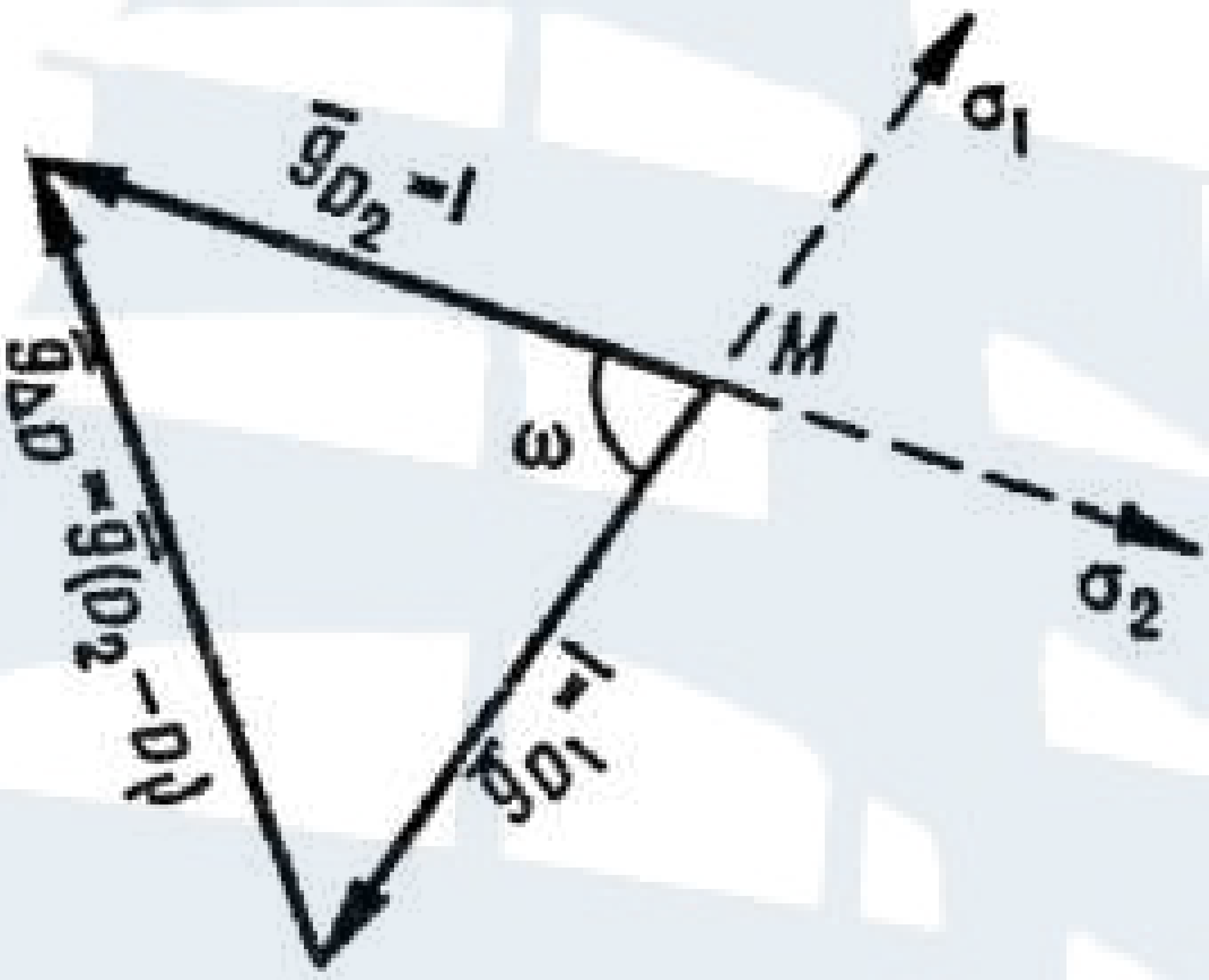

Рис. 6.11. Графическое нахождение градиента разности расстояний от судна до ориентиров (градиента гиперболы)

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. Измерено два ортодромических пеленга (азимута) с судна на два радиомаяка, для каждого из которых рассчитали среднюю широту $\varphi_{ср}$, разность долгот $\Delta\lambda$ и расстояние D между счислимым местом судна и радиомаяком (табл. 6.1).

Найти:

- модули и направления градиентов ортодромических пеленгов (азимутов) и построить на сфере векторы этих градиентов;
- модуль и направление градиента разности ортодромических пеленгов (азимутов).

Таблица 6.1

№	Орт $П_1$	$\varphi_{ср1}$	$\Delta\lambda_1$	D_1	Орт $П_2$	$\varphi_{ср2}$	$\Delta\lambda_2$	D_2
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	203,6°	52,0°	-10,6°	618 миль	298,3°	53,0°	+11,5°	252 мили
2	6,5°	61,0°	+5,5°	584 мили	98,1°	61,5°	+16,7°	244 мили
3	281,6°	9,2°	-13,4°	289 миль	372,0°	9,4°	-8,2°	786 миль
4	44,0°	61,8°	+15,5°	546 миль	184,7°	61,6°	-14,3°	274 мили
5	221,4°	53,6°	-11,6°	294 мили	317,6°	54,0°	-13,0°	642 мили
6	115,3°	56,5°	+12,0°	254 мили	227,0°	56,2°	+7,2°	530 миль

Окончание табл. 6.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	307,0°	60,0°	-7,6°	528 миль	56,4°	216,3°	-15,6°	214 миль
8	57,0°	60,8°	+14,4°	414 миль	142,5°	61,0°	-15,2°	232 мили
9	226,8°	54,2°	-12,8°	298 миль	318,0°	55,0°	-14,5°	780 миль
10	278,4°	61,1°	-9,9°	250 миль	184,0°	61,8°	+15,5°	546 миль
11	48,3°	62,0°	+11,5°	552 мили	136,4°	61,5°	-11,6°	294 мили
12	88,1°	56,8°	+16,7°	544 мили	185,3°	56,5°	+12,0°	254 мили
13	232,0°	52,0°	-8,2°	786 миль	309,0°	51,0°	-7,6°	278 миль
14	284,7°	58,6°	-14,3°	274 мили	199,0°	58,1°	-21,2°	738 миль
15	237,6°	54,0°	-3,0°	242 мили	321,2°	54,2°	-20,0°	714 миль
16	127,0°	56,2°	+7,2°	330 миль	205,0°	56,4°	+13,4°	214 миль
17	56,4°	60,3°	-15,6°	214 миль	147,5°	60,2°	-15,4°	810 миль
18	292,5°	61,0°	-5,2°	232 мили	386,6°	62,0°	-15,8°	780 миль
19	248,0°	55,0°	-14,5°	780 миль	153,0°	56,0°	+14,4°	256 миль
20	111,0°	57,0°	+3,1°	280 миль	27,7°	57,1°	+8,5°	738 миль
21	82,5°	58,7°	+16,3°	256 миль	168,0°	59,0°	-18,4°	732 мили
22	269,0°	57,1°	-21,2°	288 миль	356,8°	57,2°	-12,8°	600 миль
23	241,2°	54,2°	-20,0°	714миль	338,4°	54,1°	-9,9°	250 миль
24	105,0°	57,4°	+13,4°	274 мили	8,3°	57,9°	+11,5°	552 мили
25	297,5°	61,2°	-15,4°	810 миль	208,1°	61,9°	+16,7°	274 мили
26	226,6°	52,5°	-15,8°	280 миль	312,0°	52,0°	-8,2°	786 миль
27	93,0°	58,0°	+14,4°	256 миль	184,7°	58,6°	-14,3°	474 мили
28	7,7°	65,5°	+8,5°	298 миль	99,0°	66,1°	-21,2°	738 миль
29	318,0°	63,0°	-18,4°	282 мили	227,2°	63,2°	-20,0°	714 миль
30	255,0°	56,5°	-15,5°	278 миль	165,0°	56,4°	+13,4°	514 миль

2. С помощью РЛС измерили два пеленга ($П_1$ и $П_2$) с судна на ориентиры и две дистанции (D_1 D_2) до них (табл. 6.2).

Найти:

- модули и направления градиентов пеленгов и построить на плоскости векторы этих градиентов;

- значение горизонтального угла как разности пеленгов;

- модуль и направление градиента горизонтального угла и построить на плоскости вектор этого градиента;

- модули и направления градиентов дистанций и построить на плоскости векторы этих градиентов;

- модуль и направление градиента разности дистанций и построить на плоскости вектор этого градиента.

Таблица 6.2

№	$П_1$	D_1 мили	$П_2$	D_2 мили	№	$П_1$	D_1 мили	$П_2$	D_2 мили
1	305,0°	12,1 мили	355,0°	8,6 мили	16	290,0°	10,2 мили	0,0°	13,8 мили
2	280,0°	17,2 мили	325,0°	11,8 мили	17	265,0°	15,4 мили	340,0°	11,6 мили
3	255,0°	14,0 мили	305,0°	10,1 мили	18	240,0°	9,0 мили	315,0°	12,3 мили
4	230,0°	10,6 мили	285,0°	17,3 мили	19	215,0°	14,6 мили	285,0°	7,8 мили
5	205,0°	8,8 мили	265,0°	12,6 мили	20	190,0°	8,1 мили	250,0°	11,3 мили
6	180,0°	9,8 мили	245,0°	6,4 мили	21	165,0°	6,2 мили	220,0°	8,9 мили
7	155,0°	16,5 мили	220,0°	11,0 мили	22	135,0°	5,3 мили	180,0°	4,8 мили
8	130,0°	13,8 мили	205,0°	9,5 мили	23	110,0°	6,9 мили	150,0°	9,5 мили
9	105,0°	11,2 мили	175,0 °	6,5 мили	24	85,0°	13,4 мили	140,°0	8,2 мили
10	80,0°	10,5 мили	155,0°	11,2 мили	25	60,0°	10,8 мили	145,0°	6,9 мили
11	55,0°	9,0 мили	135,0°	10,7 мили	26	35,0°	8,2 мили	120,0°	5,6 мили
12	30.0°	12,1 мили	110,0°	7,8 мили	27	10,0°	5,6 мили	85,0°	4,3 мили
13	5,0°	13,2 мили	75,0°	9,7 мили	28	345,0°	4,5 мили	75,0°	5,7 мили
14	340,0°	15,5 мили	45,0°	11,5 мили	29	320,0°	7,6 мили	20,0°	8,8 мили
15	315,0°	12,0 мили	10,0°	10,8 мили	30	275,0°	10,2 мили	330,0°	11,3 мили

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Для расчета модулей и направлений градиентов ортодромических пеленгов (азимутов) используются формулы (6.3–6.4) – на большом расстоянии (D > 300 миль), и формулы (6.5–6.7) – на малом расстоянии (D < 300 миль). Для расчета модулей и направлений градиентов разности ортодромических пеленгов (азимутов) используются формулы (6.17–6.18). При расчетах необходимо расстояния D_1 и D_2 до ориентиров (радиомаяков) перевести в угловые единицы.

2. Для расчета модулей и направлений градиентов локсодромических пеленгов используются формулы (6.8–6.9).

Для расчета модуля и направления градиента горизонтального угла используется формулы (6.19–6.20). В формуле (6.19) используется значение d – расстояние между ориентирами в милях, которое в задании не приведено. Значение d необходимо рассчитать самостоятельно с помощью графических построений. Для этого необходимо на листе миллиметровой бумаги в выбранном масштабе из счислимого места судна построить направления пеленгов $П_1$ и $П_2$ с судна на ориентиры, и по этим направлениям отложить дистанции D_1, D_2 до них (рис. 6.10), а затем в этом же масштабе снять с чертежа величину d.

Для расчета модулей и направлений градиентов дистанций используются формулы (6.10–6.12).

Для расчета модуля и направления градиента разности дистанций используются формулы (6.22–6.23).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Задача 7

Тема. Определение координат места судна по измерениям двух навигационных параметров

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Каждому измеренному навигационному параметру (пеленгу, расстоянию, вертикальному и горизонтальному углу и т.д.) соответствует своя вполне определенного вида изолиния. Прокладка изолиний для большинства навигационных параметров на навигационной карте представляет известные трудности.

Поэтому практически некоторые изолинии на карте не прокладываются, а короткие их отрезки заменяются отрезками прямых линий или малыми по длине отрезками прямых, касательных к изолинии вблизи счислимого места.

Линией положения называется отрезок прямой, проведенный по касательной к изолинии на кратчайшем расстоянии от счислимого места судна (рис.7.1).

Линия положения, по сравнению с изолинией, обладает рядом преимуществ, что и обусловило столь широкое ее использование в практике судовождения. Уравнение линии положения в общем случае имеет вид:

$$\Delta\varphi \cos\tau_1 + \Delta\lambda \cos\varphi \sin\tau_1 = n_1 , \tag{7.1}$$

где $\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$ – поправки к счислимым координатам места судна;

τ_i – направление градиента i-й линии положения;

$n_i = n = \frac{U - U_c}{g}$ – перенос линии положения, равный разнице между измеренным и счислимым навигационными параметрами;

g – модуль градиента i-й линии положения.

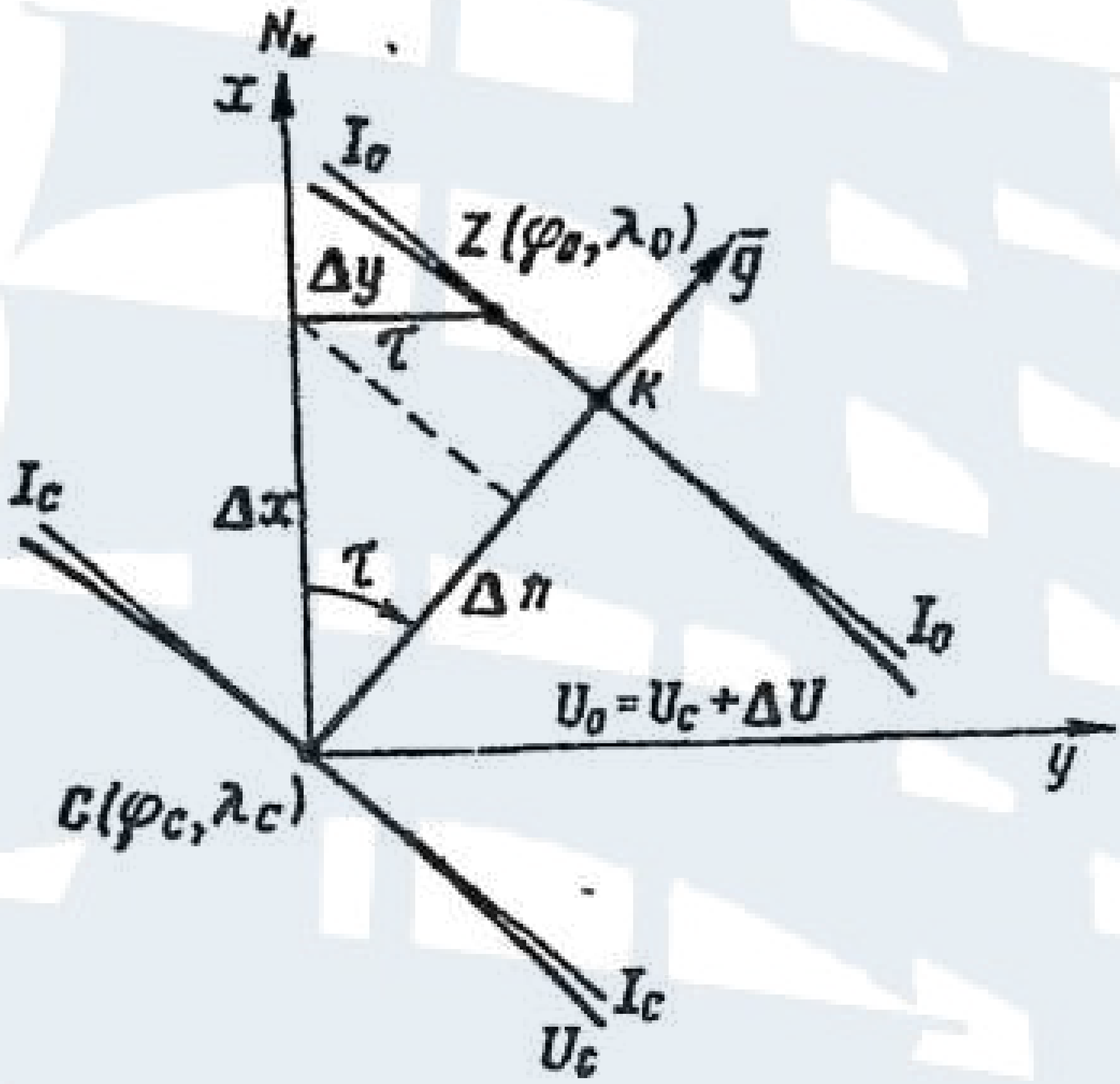

Рис. 7.1. Линия положения и ее элементы

Обсервацией называется процесс определения координат (географической широты и долготы) места судна на земной поверхности с использованием внешних (наземных, астрономических или космических) ориентиров, координаты которых известны.

Для определения обсервованного места судна необходимо измерить как минимум два навигационных параметра, тогда место судна получится в точке пересечения двух навигационных изолиний или заменяющих их линий положения.

Метод линий положения предусматривает совместное решение системы уравнений линий положения, заменяющих навигационные изолинии, соответствующие измеренным навигационным параметрам. При использовании двух измеренных навигационных параметров такая система уравнений в общем случае будет иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi \cos\tau_1 + \Delta\lambda \cos\varphi \sin\tau_1 = n_1 \\ \Delta\varphi \cos\tau_2 + \Delta\lambda \cos\varphi \sin\tau_2 = n_2 \end{aligned}\right\} . \qquad (7.2)$$

Обсервованные координаты места судна рассчитываются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_o = \varphi_c + \Delta\varphi; \\ \lambda_o = \lambda_c + \Delta\lambda, \end{aligned}\right\}, \qquad (7.3)$$

где φ_c, λ_c – счислимые координаты места судна.

Задачу отыскания обсервованного места судна по двум линиям положения можно решить графически на морской навигационной карте или на планшете, или аналитически с использованием вычислительной техники.

Графическое решение

Построить на морской навигационной карте или на планшете линии положения по их известным элементам, для чего (рис. 7.2):

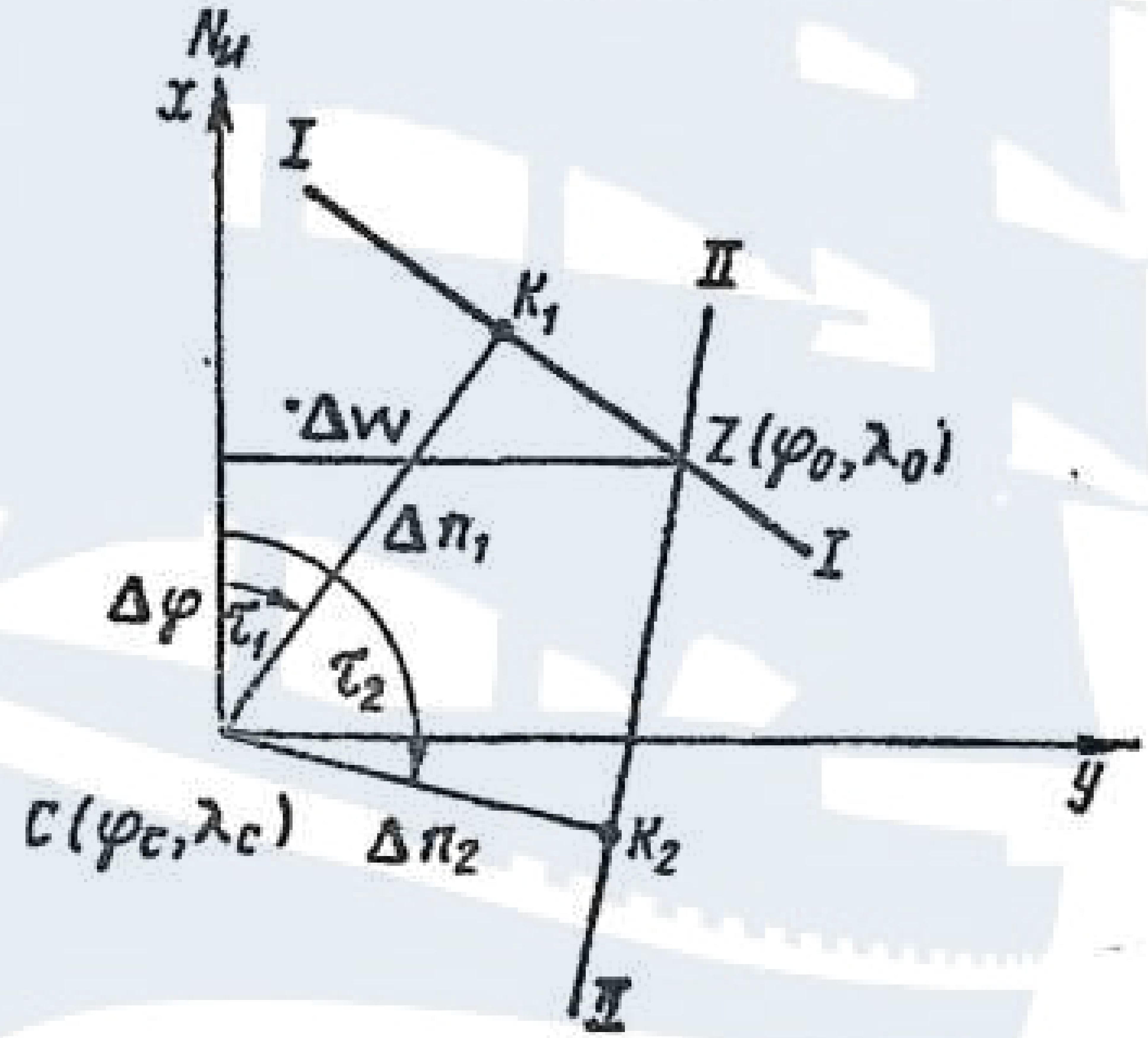

Рис. 7.2. Графическое построение линий положения и нахождение обсервованного места судна

а) *на карте*:

- от счислимой точки (φ_c, λ_c) с помощью транспортира проводится направление градиента первой линии положения τ_1 в виде прямой линии и стрелкой указывается это направление;

- по боковой рамке карты подбирается раствор циркуля, вмещающий величину переноса $n_1 = (U_1 - U_{c1})$ в масштабе $1' = 1$ миля, и откладывается от счислимой точки по направлению градиента при положительном переносе и в обратном направлении – при отрицательном переносе;

- через полученную определяющую точку K_1 перпендикулярно направлению градиента проводится линия положения I–I.

- для получения места аналогично первой строится вторая линия положения II–II. Обсервованное место получается в точке пересечения двух линия положения;

б) *на планшете:*

- счислимое место судна M_c принимается в центре планшета (очень удобно использовать в качестве такого планшета бланк для астрономических вычислений Ш-8, если такового нет, то просто лист миллиметровой бумаги) и из него проводятся направления градиентов. На бланке Ш-8 имеется оцифровка для прокладки направлений градиентов – на внешней шкале в круговом счете, а на внутренней – в полукруговом.

- в левом нижнем углу строится угловой масштаб (рис. 7.3), для чего проводится линия ОА под углом φ к горизонтальной рамке. Из навигации известно, что для меркаторской проекции зависимость масштабов имеет вид $M_\varphi = M_\lambda/\cos\varphi$, где M_φ и M_λ – масштабы широты и долготы. Из этой формулы следует, что одна минута широты (миля) в $1/\cos\varphi$ раз длиннее одной минуты долготы. На угловом масштабе эта задача решается графически.

Горизонтальная линия углового масштаба оцифровывается в минутах долготы, тогда оцифровка наклонной линии будет в минутах широты (в морских милях). Другими словами, деления горизонтальной линии углового масштаба соответствуют горизонтальной рамке карты и по ним снимается разность долгот.

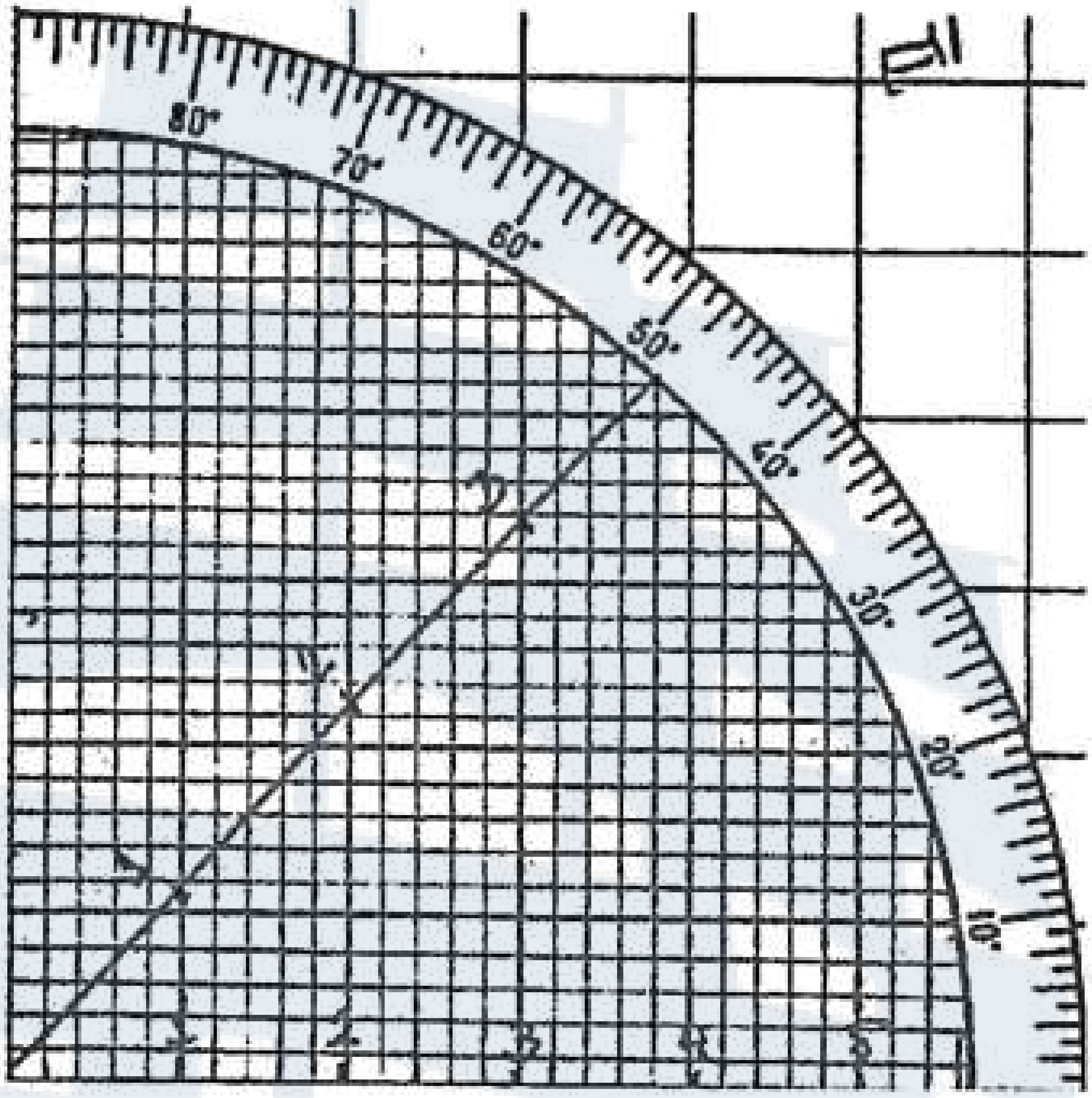

Рис. 7.3. Угловой масштаб для планшета

Деления наклонной линии соответствуют вертикальной рамке карты и по ним снимается разность широт и расстояние в милях;

- из центра планшета с помощью транспортира (если используется просто лист миллиметровой бумаги) или используя наружную оцифровку бланка Ш-8 (для этого достаточно приложить линейку таким образом, чтобы она прошла через центр планшета и цифру, равную направлению градиента линии положения), проводятся направления градиентов линий положения τ_1 и τ_2 в виде прямых линий и эти направления указываются стрелкой;

- по направлениям градиентов τ_1 и τ_2 откладываются значения переносов $n_1 = (U_1 - U_{c1})$ и $n_2 = (U_2 - U_{c2})$. Значения переносов снимаются с наклонной линии углового масштаба, при этом если $U - U_c$ имеет знак «+», то он откладывается в сторону стрелки, а если знак «-» – то в противоположную;

- через полученные точки K_1 и K_2 проводятся линии, перпендикулярные направлениям градиентов, которые и будут являться линиями положения. Обсервованное место судна будет в точке их пересечения.

Снимаем с морской навигационной карты или с планшета величины $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, для чего

а) *на карте*:

- с помощью измерителя измерить величину $\Delta\varphi$ и снять ее по боковой рамке карты, измерить величину $\Delta\lambda$ и снять ее по горизонтальной рамке карты;

б) *на планшете:*

- измерителем измерить расстояние между горизонтальной линией, проходящей через центр планшета, и обсервованным местом, и, не меняя раствора измерителя, снять это расстояние с наклонной линии углового масштаба. Чтобы снять $\Delta\lambda$, необходимо измерителем измерить расстояние между вертикальной линией, проходящей через центр бланка и обсервованным местом, и, не меняя раствора измерителя, снять это расстояние с горизонтальной линии углового масштаба. Если φ_c северная и обсервованное место получилось к северу от счислимого, то $\Delta\varphi$ имеет знак «+», если к югу, то «–» , в южном полушарии наоборот. Если λ_c восточная, а обсервованное место получилось к западу, то $\Delta\lambda$ имеет знак «–», к востоку «+», в западном полушарии наоборот.

Вычислить координаты обсервованного места M_o по формулам 4.2.

Аналитическое решение системы уравнений 7.2 относительно $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ выполняется по следующим формулам:

$$\Delta\varphi = \frac{n_1 \sin\tau_1 - n_2 \sin\tau_2}{\sin(\tau_2 - \tau_1)}; \quad (7.4)$$

$$\Delta\lambda = \frac{n_2 \cos\tau_1 - n_1 \cos\tau_2}{\sin(\tau_2 - \tau_1)\cos\varphi_{cp}}; \quad (7.5)$$

$$\varphi_{cp} = \frac{\varphi_{cч} + \varphi_o}{2}, \quad (7.6)$$

где $\varphi_{сч}$ и φ_o – соответственно широта счислимого и обсервованного места судна.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

С судна измерен навигационный параметр – высота светила h и рассчитаны элементы двух линий положения (табл. 7.1).

Найти обсервованные координаты места судна:

- путем графического построения линий положений;
- аналитически путем составления и совместного решения уравнений линий положений.

Таблица 7.1

№	τ_1	τ_2	n_1	n_2	φ_c	λ_c
1	164,5°	262,6°	+3,5	-3,0'	35°56,9'N	13°33,4'E
2	175,0°	278,5°	-3,5'	+2,5'	35°56, 9'N	18°33,4'W
3	181,1°	264,0°	+3,0'	-2,5'	38°15,4'N	5°16,4'E
4	199,0°	282,4°	-3,0'	+2,0'	38°15,4'N	5°16,4'E
5	211,8°	294,8°	+2,5'	-2,0'	32°50,5'N	76°07,6'E
6	223,5°	296,7°	-2,5'	+1,5'	32°50, 6'N	76°07,6'E
7	225,1°	298,3°	+2,0'	-1,0'	28°17,2'N	54°43,7'W
8	247,1°	330,0°	-2,0'	+0,5'	28°17,2'N	54°43,7'W
9	259,9°	342,2°	+1,5'	-0,5'	48°20,0'N	16°17,O'E
10	7,8°	90,8°	-1,5'	+2,5'	40°30,0'N	36°15,0'E
11	19,5°	112,5°	-2,0'	-2,5'	20°17,0'N	51°48,0'W
12	31,8°	124,6°	-2,5'	-1,0'	20°17,0'N	51°48,0'W
13	43,2°	126,2°	+6,0'	-1,0'	36°27, 5'N	13° 45,3'E
14	55,1°	139,3°	-2,6'	+0,5'	36°27,5'N	13°45,3'E
15	67,1°	140,2°	+5,5'	-0,5'	35°56,9'N	22°32,2'E
16	79,3°	162,0°	-5,5'	-3,1'	35°56,9'N	22°32,2'E
17	91,2°	134,1°	+5,0'	-0,5'	39°18,5'N	14°30,8'W
18	103,1°	186,3°	-5,0'	-1,0'	99°18,5'N	14°30,8'W
19	115,2°	198,1°	+4,5'	-1,5'	35°04,0'N	17°15,6'E
20	127,1°	192.5°	-4,5'	-2,0'	36°04,0'N	17°15,6'E
21	139,1°	202,2°	+4,0'	-2,5'	36°27,3'N	I3°44,5'E
22	151,9°	234,1°	-4,0'	+3,0	36°27,5'N	13°44,5'E
23	271,3°	354,6°	-1,5	-3,1	46°20,0'N	16°I7,0'E
24	283,5°	346,6°	+1,0'	-0,5'	18°30,ON	6°15,0W
25	295,2°	38,2°	-1,0'	-1,0	18°30,0 N	46°15,0W
26	122,3°	30,9°	+0,5	-1,5'	36°12,0' N	18°36,0'E
27	319,7°	42.8°	-0,5'	-2,0'	36°12,0'N	18°36,0'E
28	331,7°	44,9°	-3,1'	-3,5'	51°28,0'N	99°17,0'W
29	343,8°	86,9°	-0,5'	+3,0'	51°28,0'N	99°17,0'W
30	355,7°	98,6°	-1,0'	-3,0'	48°30,0'N	36° 15,0'E

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

Для графического решения задачи отыскания обсервованного места судна по двум линиям положения необходимо либо изготовить планшет на листе миллиметровой бумаги, как показано выше, либо использовать в качестве такого планшета бланк для астрономических вычислений Ш-8.

Для аналитического решения задачи необходимо использовать формулы (7.4–7.6), которые решаются с использованием вычислительной техники.

Задача 8

Тема. Обработка равноточных независимых измерений навигационного параметра. Доверительная оценка точности измерений

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Задачи судовождения решаются на основе измерений различных навигационных параметров – расстояний, пеленгов, углов, разности расстояний и др. Навигационные измерения, как и любые измерения, неизбежно сопровождаются погрешностями. Погрешности измерений навигационных параметров появляются под воздействием разнообразных факторов. Эти факторы действуют по разным законам и разным направлениям и результат их влияния практически предсказать очень трудно. Поэтому в данном ряду измерений какого-либо навигационного параметра абсолютные значения погрешностей, их знаки и расположение могут быть самыми разнообразными.

Все погрешности по своим свойствам и характеру воздействия на результат подразделяются на систематические, случайные и грубые (промахи).

К систематическим погрешностям относятся такие погрешности, которые остаются постоянными или закономерно изменяющимися для всех навигационных измерений рассматриваемой совокупности. Систематические погрешности являются следствием неучтенного постоянного или закономерно изменяющегося воздействия факторов. Важнейшим свойством систематических погрешностей является их определенность по величине и знаку. Систематические погрешности чаще всего функционально связаны с методами, условиями и средствами измерений. Систематические погрешности могут и должны быть определены и исключены из результатов всех измерений. Этого можно достичь введением поправок, выверкой приборов и применением более рациональной методики измерений. Сами систематические погрешности в свою очередь подразделяются на постоянные и переменные.

Случайными считаются такие погрешности, величина и знак которых изменяются от измерений к измерению одной и той же величины в данных условиях. Эти погрешности появляются в результате совместного действия большого числа разнообразных факторов. При этом каждый фактор проявляется случайно. При выполнении серии измерений одного и того же навигационного параметра получают некоторую совокупность случайных погрешностей. Эта совокупность погрешностей обнаруживает определенную закономерность. Математические выражения такой закономерности определяет закон распределения случайных погрешностей. Зная закон распределения случайных погрешностей, можно определить вероятность появления случайных погрешностей и их численные характеристики (математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическую погрешность). Случайные погрешности имеют следующие свойства:

- среднее значение погрешностей равно нулю;

- вероятность появления случайных погрешностей, равных по величине и противоположных по знаку, одинакова;

- небольшие по величине погрешности более вероятны, чем большие погрешности;

- случайные погрешности по величине не могут превзойти некоторых пределов, связанных с точностью производимых измерений;

- внутри этих пределов случайные погрешности могут принимать любые значения.

К грубым погрешностям или промахам относятся такие погрешности, численные значения которых выходят за пределы, допустимые для данного рода измерений или вычислений. Основными причинами их появления являются в большинстве случаев невнимательность и неопытность, а также халатность наблюдателя. Грубые погрешности заранее учесть невозможно, но их можно предупредить путем тщательного контроля измерений и обработки этих измерений. Измерения, которые содержат грубые погрешности, должны быть исключены из серии наблюдений.

Навигационные измерения бывают равноточными и неравноточными. Равноточными называют такие измерения, которые получены одним и тем же наблюдателем в одинаковых условиях одним и тем же прибором. В обобщенном смысле равноточными будут любые измерения, у которых одинаковые среднеквадратические погрешности. При этом предполагается, что выполнена серия измерений одного и того же навигационного параметра.

Равноточные измерения считаются независимыми, если каждое измерение в данном ряду формируется под воздействием только частных случайных факторов.

Обычно при навигационных измерениях истинное значение измеряемой величины неизвестно. Поэтому вместо истинного значения навигационного параметра в практике судовождения используется так называемое вероятнейшее значение, которое очень близко к математическому ожиданию измеряемой величины. Вероятнейшему значению измеренного навигационного параметра соответствует максимальная плотность вероятности, т.е. вероятнейшему значению результатов измерений отвечает наименьшая погрешность (максимальная точность).

За вероятнейшее значение $U_в$ измеряемого навигационного параметра при равноточных наблюдениях принимают среднее арифметическое значение $U_{ср}$, определяемое по формуле:

$$U_в = U_{ср} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_i}{N}, \tag{8.1}$$

где U_i – результат измерения i -го навигационного параметра;

N – число измерений.

Результат каждого измерения имеет свою случайную погрешность. Частота появления тех или иных погрешностей зависит от точности измерений и определяется законом случаев распределения. Навигационные измерения в большинстве случаев подчинены нормальному закону распределения, одной из характеристик которого является среднеквадратическая погрешность m. Среднеквадратическая погрешность (СКП) служит вероятностным показателем точности навигационных измерений.

Величину СКП единственного измерения нельзя использовать как некую поправку для исправления результатов измерений. СКП показывает лишь диапазон, в котором с той или иной вероятностью заключены реализации случайных погрешностей (хотя эти погрешности остаются неизвестными).

Среднеквадратическая погрешность может быть определена только из серии измерений. Среднеквадратическая погрешность является удобной оценкой точности навигационного параметра, так как она обладает постоянной вероятностью, достаточно устойчива при небольшом количестве измерений и чувствительна к большим погрешностям. Среднеквадратическая погрешность имеет размерность измеряемого навигационного параметра.

Если известно истинное значение навигационного параметра, то определение среднеквадратической погрешности его измерения выполняется способом абсолютной привязки.

Если истинное значение измеряемого навигационного параметра неизвестно, определение среднеквадратической погрешности можно выполнить двумя способами:

- способом внутренней сходимости – по отклонению от вероятнейшего значения навигационного параметра;

- по размаху.

Среднеквадратическая погрешность единичного измерения навигационного параметра способом внутренней сходимости вычисляется по формуле Бесселя:

$$m_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(U_{cp} - U_i)^2}{N-1}} \,. \tag{8.2}$$

Для получения СКП единичного измерения по размаху используется формула:

$$m_U = k_N \cdot R, \tag{8.3}$$

где $R = U_{max} - U_{min}$ – размах, равный разности наибольшего и наименьшего из результатов измерений;

k_N – коэффициент, выбираемый из табл. 4.5 МТ-2000 по числу измерений N.

Так как величины U_{max} и U_{min} случайные, следовательно, и размах является случайной величиной. Он характеризует рассеивание измеренных величин.

Среднее арифметическое (вероятнейшее) значение навигационного параметра, полученное по ограниченному числу измерений, по сути также является случайной величиной. В общем случае оно содержит случайную погрешность, обусловленную неполной взаимной компенсацией случайных погрешностей отдельных измерений.

Среднеквадратическая погрешность вероятнейшего значения навигационного параметра $m_{U_в}$ вычисляется по формуле:

$$m_{U_в} = \frac{m_U}{\sqrt{N}}. \tag{8.4}$$

При нормальном законе распределения случайных погрешностей вероятность того, что погрешность не выходит за пределы среднеквадратической погрешности m, составляет 0,683 (68,3%).

Для более строгой оценки измеряемого навигационного параметра используется понятие предельной погрешности. В качестве предельной погрешности используют погрешность, отвечающую заданной вероятности Р. В таких случаях предельная погрешность определяется по формуле:

$$\hat{m}_U = K_{\rho 1} m_U; \tag{8.5}$$

где $K_{\rho 1}$ – коэффициент, зависящий от заданной вероятности, который можно выбрать из табл. 1-б МТ-75.

Вероятность появления погрешностей, которые не выходят за пределы удвоенной СКП $2m_U$, составляет 0,954 (95,4%), а вероятность погрешностей, находящихся в пределах утроенной СКП $3m_U$, составляет 0,997 (99,7%). В судовождении в качестве стандарта точности согласно международным требованиям предусматривается уровень вероятности, равный 0,95 (95%), что составляет 1,96 m_U ($\approx 2m_U$).

Вероятность появления погрешности, заключенной в диапазоне от 0 до 3m, очень большая – 99,7%. Следовательно, вероятность появления погрешности, большей утроенной СКП, ничтожно мала и составляет всего 0,3%. Поэтому при нормальном распределении погрешность, превышающую по величине утроенную СКП, можно считать грубой погрешностью, или промахом. Такой метод выявления промахов в наблюдениях в судовождении получил название критерий «трех сигм». По этому критерию промахом считается такое измерение, при котором:

$$\left| U_i - U_{ср} \right| > 3m_U, \tag{8.6}$$

где U_i – измерение, проверяемое на промах;

$U_{ср}$ – среднее арифметическое (вероятнейшее) значение навигационного параметра;

$m_U \approx \sigma$ – среднеквадратическая погрешность единичного измерения.

Этот метод, как правило, применяется при количестве измерений $N > 15$.

Советским математиком Н. В. Смирновым доказано, что при количестве измерений $N \leq 15$ более точной оценкой распределения случайных погрешностей является не закон нормального распределения, а закон так называемого τ – распределения, который позволяет использовать более простой критерий выявления промаха, так называемый критерий «размаха». По этому критерию промахом считается такое измерение, при котором:

$$\left| U_i - U' \right| > Q \cdot R, \tag{8.7}$$

где U_i – измерение, проверяемое на промах (U_{max} или U_{min});

U' – измерение, ближайшее по значению к проверяемому на промах U_{max} или U_{min};

Q – коэффициент для выявления промахов по критерию размаха;

$R = U_{max} - U_{min}$ – размах, равный разности наибольшего и наименьшего из результатов измерений.

Значения коэффициента Q в зависимости от числа измерений $N \leq 15$ выбирается из табл. 4.6 МТ-2000, составленной для доверительных вероятностей от 0,90 до 0,995.

Измерения, содержащие промахи, должны быть выявлены и исключены из обработки, после чего среднее арифметическое значение $U_{ср}$, среднеквадратическая погрешность единичного измерения m_U и среднеквадратическая погрешность вероятнейшего значения навигационного параметра $m_{U_в}$ рассчитывается заново по результатам оставшихся измерений в серии.

Интервал, в пределах которого находится истинное значение навигационного параметра, называется доверительным интервалом. Границы такого интервала называются доверительными границами. Вероятность того, что истинное значение навигационного параметра находится в заданном интервале, называется доверительной вероятностью Р.

Доверительный интервал, в пределах которого располагается истинное значение навигационного параметра с заданной вероятностью Р, определяется выражением:

$$U_в - t \cdot m_{U_в} \le U_в \le U_в + t \cdot m_{U_в}\,. \qquad (8.8)$$

В выражении (8.8) величина t есть некоторая безразмерная случайная величина. Если случайная величина U подчинена нормальному закону распределения, то величина t при малом числе измерений $(N < 30)$ подчинена распределению Стьюдента (t-распределению). Интегральный закон этого распределения зависит только от числа измерений N и в общем виде выражается функцией:

$$P(|t| < t_p = 2\int_0^{t_p} S_N(t)dt\,, \qquad (8.9)$$

где $S_N(t)$ – плотность t-распределения.

Величина t вычисляется по формуле:

$$t = \frac{\Delta_{U_в}}{m_U}\sqrt{N} = \frac{\Delta_{U_в}}{m_{U_в}}, \qquad (8.10)$$

где $\Delta_{U_в}$ – доверительный интервал.

При $N < 30$ распределение Стьюдента значительно отличается от нормального, вследствие чего его роль особенно велика при анализе точности вероятнейших навигационных параметров, вычисленных по малому числу измерений. При ограниченном числе измерений использование нормального закона распределения неизбежно ведет к завышению точности. При навигационных расчетах безопасности плавания завышение точности навигационной информации недопустимо. Поэтому в практических ситуациях для оценки надежности вероятнейших навигационных параметров при малом числе измерений целесообразно пользоваться распределением Стьюдента.

Значения t, соответствующие различным P и N, приведены в табл. 4.8 МТ-2000.

При $N \to \infty$ распределение Стьюдента переходит в нормальное распределение. При $N \geq 30$, или там, где не требуется высокая точность доверительных границ, для расчетов используется среднеквадратическая погрешность m_U. В этом случае доверительный интервал с вероятностью $P = 0{,}683$ определяется выражением:

$$U_в - m_{U_в} \leq U_в \leq U_в + m_{U_в} . \qquad (8.11)$$

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. С судна, стоящего на якоре, в моменты времени T_i произведена серия (табл. 8.1) из одиннадцати равноточных измерений навигационного параметра (компасного пеленга $КП_i$).

Вычислить:

- среднее арифметическое (вероятнейшее) значение навигационного параметра;
- среднеквадратическую и предельную погрешности единичного измерения навигационного параметра способом внутренней сходимости (по отклонению от вероятнейшего значения параметра);
- среднеквадратическую и предельную погрешности единичного измерения навигационного параметра по размаху;
- среднеквадратическую и предельную погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра;
- доверительный интервал, накрывающий истинное значение измеряемого навигационного параметра с вероятностью 0,95 ($P = 0{,}95$);
- проверить измеренные значения навигационного параметра на промах.

Таблица 8.1

№	КП$_1$	КП$_2$	КП$_3$	КП$_4$	КП$_5$	КП$_6$	КП$_7$	КП$_8$	КП$_9$	КП$_{10}$	КП$_{11}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	226,5°	226,0°	225,2°	223,8°	221,9°	221,6°	221,6°	221,6°	220,9°	222,9°	220,0°
2	237,7°	237,8°	239,4°	239,6°	239,7°	240,7°	241,5°	242,0°	242,1°	240,1°	239,1°
3	146,9°	147,6°	148,1°	148,5°	148,9°	149,2°	149,1°	149,4°	149,6°	148,5°	145,5°
4	24,5°	24,8°	25,6°	26,1°	26,2°	26,5°	27,2°	26,4°	26,5°	25,4°	22,4°
5	275,5°	275,6°	276,4°	276,9°	277,3°	277,6°	277,7°	278,2°	278,6°	275,6°	279,6°
6	335,5°	336,2°	333,4°	332,4°	331,3°	330,1°	327,4°	326,2°	328,5°	324,2	326,1
7	7,5°	7,9°	8,3°	9,4°	9,9°	9,8°	10,8°	11,1°	11,2°	12,2°	6,2°
8	177,1°	177,5°	178,4°	179,9°	180,8°	181,6°	182,9°	183,0°	183,3°	176,9°	182,8°
9	286,5°	285,2°	284,1°	283,5°	282,8°	282,7°	282,1°	281,7°	280,0°	280,8°	284,8°
10	56,0°	54,7°	54,2°	53,1°	52,0°	50,0°	49,1°	47,9°	46,8°	49,9°	48,9°
11	306,6°	307,9°	307,8°	309,6°	310,7°	311,0°	311,7°	312,2°	310,1°	312,2	312,1
12	134,6°	135,2°	137,6°	138,6°	140,0°	141,3°	131,5°	142,5°	142,8°	135,8°	141,8°
13	192,5°	192,3°	193,6°	194,1°	194,8°	195,4°	195,8°	196,5°	196,7°	191,5°	196,9°
14	93,7°	93,4°	92,2°	91,3°	90,1°	88,8°	87,4°	86,9°	85,4°	86,0°	89,9°
15	338,6°	339,4°	339,4°	339,8°	340,6°	341,1°	341,2°	341,7°	342,4°	344,7°	341,1°
16	210,4°	210,8°	212,3°	213,2°	213,7°	214,9°	215,9°	217,0°	218,0°	217,9°	213,0°
17	101,3°	100,8°	100,4°	99,6°	99,2°	98,7°	98,1°	97,9°	97,1°	96,1°	97,9°
18	293,9°	294,1°	295,6°	296,8°	297,8°	298,5°	300,1°	300,7°	301,5°	295,8°	297,0°
19	76,0°	76,5°	77,2°	77,5°	77,8°	78,1°	78,3°	78,6°	78,8°	79,1°	75,1°
20	230,0°	229,8°	230,8°	231,3°	232,0	232,7°	233,6°	234,4°	235,0°	232,7	235,0
21	256,0°	257,1°	257,9°	258,8°	260,3°	261,3°	262,5°	263,3°	264,9°	263,9°	265,3°
22	135,2°	135,0°	134,5°	134,3°	133,5°	132,7°	138,2°	131,2°	130,7°	131,2°	138,1°
23	257,4°	256,8°	256,2°	255,6°	255,1°	254,6°	254,0°	253,4°	252,6°	253,2°	258,4°
24	306,3°	306,4°	305,3°	304,4°	303,7°	302,9°	302,2°	301,2°	299,9°	302,2°	307,2°
25	26,3°	25,9°	24,3°	23,0°	22,2°	20,8°	20,4°	19,3°	18,4°	22,5°	25,2°
26	319,5°	320,3°	321,0°	321,8°	322,6°	323,6°	324,2°	325,1°	325,4°	326,1°	325,0°
27	116,0°	116,9°	117,7°	118,3°	119,1°	119,9°	120,7°	121,9°	122,8°	119,3°	115,9°
28	351,1°	350,6°	350,2°	349,8°	349,2°	348,5°	348,2°	348,0°	347,7°	347,8°	349,0°
29	168,3°	166,9°	165,5°	164,3°	163,4°	162,0°	161,0°	159,6°	158,4°	159,5°	158,6°
30	172,1°	173,3°	174,0°	175,1°	176,0°	177,0°	177,8°	178,8°	179,5°	177,5°	178,1°

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

Вычисления вероятнейшего значения навигационного параметра выполняются по формуле (8.1).

Вычисления среднеквадратической погрешности единичного измерения навигационного параметра способом внутренней сходимости (по отклонению от вероятнейшего значения параметра) рекомендуется выполнить в табличной форме (табл. 8.2) с использованием формулы (8.2).

Таблица 8.2

Номер измерения	U_i (D)	$U_i - U_{ср}$	$(U_i - U_{ср})^2$
1			
2			
....			
11			
	$U_{ср}$		$\sum(U_i - U_{ср})^2$

Вычисления среднеквадратической погрешности единичного измерения навигационного параметра по размаху выполняются по формуле (8.5).

Вычисления среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра выполняются по формуле (8.4).

Проверку измеренных значений навигационного параметра на промах выполняют двумя способами – по правилу «трех сигм» с использованием формулы (8.6) и по «размаху» с использованием формулы (8.7).

Если в серии измерений обнаружен промах (или промахи), то данное измерение (измерения) из серии наблюдений должно быть исключено, а вероятнейшее значение, среднеквадратические погрешности единичного измерения и вероятнейшего значения навигационного параметра должны быть вычислены заново по новой серии измерений, из которой промахи исключены.

Вычисления предельных погрешностей единичного измерения и вероятнейшего значения навигационного параметра выполняются по формуле (8.5).

Вычисления доверительного интервала выполняются по формуле (8.8) с использованием табл. 4.8 МТ-2000 (табл. 3 приложения).

Задача 9

Тема. Обработка неравноточных независимых измерений навигационного параметра

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Неравноточными называются такие измерения, у которых различны их среднеквадратические погрешности. Такие измерения получаются тогда, когда они производятся в различных условиях, различными наблюдателями, различными по точности приборами или методами (например, в разных сериях производится различное количество наблюдений).

При обработке неравноточных измерений среднее арифметическое уже не будет являться вероятнейшим значением навигационного параметра, так как более точные измерения должны оказывать на конечный результат большее значение.

Для обработки таких наблюдений используется численная величина, называемая весом наблюдений. Вес служит сравнительной оценкой качества отдельных или серии измерений. Если известна среднеквадратическая погрешность измерений, то вес является величиной, обратно пропорциональной квадрату среднеквадратической погрешности:

$$p = \frac{1}{m_U^2}. \tag{9.1}$$

Вероятнейшим значением навигационного параметра $U_в$ при неравноточных измерениях будет являться так называемое средневзвешенное (весовое среднее, весовая арифметическая середина) значение, которое вычисляется по формуле:

$$U_в = \frac{U_1 p_1 + U_2 p_2 + \ldots + U_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots p_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} U_i p_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i}, \tag{9.2}$$

где U_i – результат i-го измерения;

p_i – вес i-го измерения;

n – количество измерений.

Таким образом, при неравноточных измерениях вероятнейшее значение навигационного параметра $U_в$ равно сумме произведений каждого результата измерений U_i на свой вес p_i, деленное на сумму весов всех измерений.

Иногда наименьший из весов p_i удобнее считать равным единице и вычислить веса остальных измерений относительно него.

Для оценки точности неравноточных измерений используется так называемая среднеквадратическая погрешность единицы веса, т. е. среднеквадратическая погрешность такого измерения, вес которого принят за единицу.

Если истинное значение навигационного параметра неизвестно, то для вычисления среднеквадратической погрешности единицы веса $m_{(1)}$ используется формула:

$$m_{(1)} = \sqrt{\frac{p_1 v_1^2 + p_2 v_2^2 + \ldots + p_n v_n^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} p_i v_i^2}{n-1}}, \quad (9.3)$$

где v_i – отклонение i-го измерения (среднего арифметического i-й серии) от вероятнейшего (средневзвешенного) значения:

$$v_i = U_в - U_i. \quad (9.4)$$

Среднеквадратическая погрешность вероятнейшего значения навигационного параметра $m_{U_в}$ при неравноточных независимых наблюдениях вычисляется о формуле:

$$m_{U_в} = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{n} p_i v_i^2}{(n-1)\sum_{i=1}^{n} p_i}}. \quad (9.5)$$

Среднеквадратическая погрешность единичного (отдельного) значения навигационного параметра m_{Ui} при неравноточных независимых наблюдениях вычисляется по формуле:

$$m_{U_i} = \frac{m_{(1)}}{\sqrt{p_i}} = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{n} p_i v_i^2}{(n-1)p_i}}. \quad (9.6)$$

Проверка на промах и исключение из вычислений измерений результатов, являющихся промахами в зависимости от количества измерений, может быть выполнена по правилу «трех сигм» с использованием формулы (8.6) и по «размаху» с использованием формулы (8.7).

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

1. С судна, стоящего на якоре, произвели серию из одиннадцати неравноточных измерений расстояния D до ориентира на берегу (табл. 9.1). Вычислить:

- вес каждого измерения p_i;
- вероятнейшего значения навигационного параметра $U_в$;
- среднеквадратическую погрешность единицы веса $m_{(1)}$;
- среднеквадратическую $m_{U_в}$ и предельную $\hat{m}_{U_B}$ погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра;
- среднеквадратическую погрешность единичного измерения навигационного параметра m_{Ui};
- проверить измеренные значения навигационного параметра на промах.

Таблица 9.1

№	D_1 мили m_1 мили	D_2 мили m_2 мили	D_3 мили m_3 мили	D_4 мили m_4 мили	D_5 мили m_5 мили	D_6 мили m_6 мили	D_7 мили m_7 мили	D_8 мили m_8 мили	D_9 мили m_9 мили	D_{10} мили m_{10} мили	D_{11} мили m_{11} мили
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	8,9 0,1	8,4 0,5	7,9 0,7	7,8 0,9	8,7 0,2	8,6 0,8	8,5 0,4	8,4 0,7	8,2 0,6	8,9 0,4	9,2 0,3
2	11,6 0,8	10,9 0,5	11,0 0,4	11,5 0,2	11,4 0,1	11,4 0,6	11,3 0,7	11,8 0,9	11,7 0,3	11,0 0,8	11,9 0,6
3	24,0 0,8	24,1 0,5	23,6 0,1	23,2 0,7	23,8 0,4	23,1 0,6	23,7 0,3	23,6 0,8	23,5 0,9	23,0 0,3	23,9 0,9
4	31,5 0,5	31,8 0,4	31,9 0,7	32,8 0,2	32,1 0,8	32,6 0,7	31,7 0,3	32,3 0,5	32,4 0,9	32,4 0,6	32,9 0,1
5	40,1 0,6	40,9 0,5	42,1 0,7	41,2 0,1	40,9 0,4	40,8 0,8	41,8 0,3	41,5 0,7	41,0 0,9	41,9 0,6	41,8 0,2
6	37,2 0,7	37,8 0,9	37,6 0,2	38,6 0,5	38,0 0,3	37,5 0,1	38,3 0,7	37,9 0,8	38,1 0,9	31,1 0,8	38,9 0,7
7	29,6 0,6	28,6 0,9	28,8 0,9	29,2 0,1	28,9 0,4	29,3 0,2	29,0 0,8	28,7 0,3	29,3 0,4	29,0 0,8	29,9 0,1
8	18,8 0,6	17,9 0,7	18,1 0,6	18,7 0,3	18,2 0,5	18,4 0,2	18,5 0,8	18,0 0,2	18,6 0,9	18,0 0,4	17,6 0,5
9	6,4 0,7	6,6 0,1	6,9 0,3	7,2 0,7	7,0 0,5	6,5 0,2	6,4 0,8	6,8 0,4	7,0 0,6	6,5 0,9	7,8 0,4
10	13,0 0,5	13,4 0,7	13,9 0,9	13,5 0,2	13,2 0,6	1,8 0,4	13,4 0,3	13,3 0,8	13,7 0,7	13,0 0,4	13,9 0,1
11	20,8 0,5	20,3 0,8	19,7 0,5	20,0 0,2	19,9 0,6	20,5 0,4	20,4 0,3	20,3 0,7	19,8 0,8	19,0 0,7	19,7 0,3

Окончание табл. 9.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
12	35,2 0,2	34,8 0,8	34,6 0,8	35,3 0,1	34,6 0,8	35,0 0,6	35,3 0,8	34,8 0,3	34,9 0,8	35,6 0,4	34,2 0,6
13	25,5 0,5	25,9 0,3	26,6 0,9	26,0 0,4	25,8 0,3	26,4 0,7	25,9 0,6	26,2 0,4	26,1 0,8	26,9 0,2	26,1 0,5
14	13,3 0,9	12,9 0,4	12,6 0,6	13,1 0,2	13,0 0,3	12,5 0,7	12,7 0,5	12,8 0,6	13,5 0,1	13,0 0,8	13,9 0,4
15	16,9 0,4	16,9 0,7	17,0 0,1	17,6 0,9	17,1 0,3	17,8 0,7	17,5 0,5	17,2 0,6	17,3 0,5	17,0 0,8	17,9 0,4
16	13,8 0,5	14,0 0,4	14,6 0,6	14,3 0,2	14,2 0,7	14,1 0,3	14,5 0,8	13,9 0,8	14,3 0,9	14,9 0,5	13,1 0,7
17	8,4 0,5	8,5 0,6	8,6 0,4	8,3 0,3	8,1 0,8	8,2 0,1	8,0 0,7	8,4 0,2	8,2 0,4	8,9 0,9	7,7 0,5
18	30,3 0,9	30,1 0,6	29,9 0,9	29,8 0,3	29,6 0,4	29,9 0,6	30,4 0,7	30,5 0,5	30,7 0,8	28,9 0,5	29,0 0,1
19	17,3 0,4	17,5 0,1	17,7 0,6	18,0 0,6	18,3 0,9	18,2 0,3	17,3 0,5	17,4 0,2	17,9 0,9	17,0 0,7	17,1 0,5
20	22,0 0,7	21,3 0,6	21,9 0,8	22,5 0,7	21,5 0,4	21,8 0,3	21,9 0,1	22,3 0,7	21,9 0,9	21,0 0,6	22,1 0,2
21	10,7 0,9	11,0 0,9	11,4 0,5	11,6 0,3	10,6 0,6	10,4 0,5	11,2 0,9	10,5 0,4	11,7 0,2	10,7 0,1	11,9 0,5
22	4,3 0,5	4,8 0,9	4,4 0,8	5,0 0,2	4,5 0,3	4,6 0,1	5,1 0,4	4,9 0,9	4,8 0,5	4,1 0,9	4,0 0,7
23	25,4 0,1	25,3 0,8	25,0 0,9	25,5 0,4	25,2 0,6	25,6 0,2	25,8 0,7	25,9 0,4	25,5 0,6	25,9 0,8	25,0 0,9
24	7,8 0,9	8,0 0,5	8,2 0,3	7,7 0,4	7,4 0,9	8,1 0,8	8,3 0,2	8,1 0,4	7,8 0,6	7,0 0,9	7,9 0,1
25	9,2 0,2	8,5 0,5	8,9 0,4	9,6 0,8	9,0 0,3	8,2 0,9	8,8 0,5	9,4 0,8	8,7 0,6	8,9 0,9	8,0 0,7
26	38,3 0,8	38,9 0,1	38,2 0,4	37,9 0,8	37,0 0,6	37,8 0,3	37,6 0,8	38,6 0,4	38,4 0,5	38,0 0,5	37,4 0,9
27	33,9 0,9	33,6 0,4	32,6 0,3	33,7 0,8	32,4 0,1	32,9 0,9	33,2 0,8	33,8 0,5	32,7 0,2	32,9 0,8	33,7 0,9
28	27,0 0,2	27,9 0,6	28,1 0,8	28,0 0,4	27,2 0,5	27,4 0,8	27,8 0,7	28,1 0,1	27,4 0,5	28,4 0,4	27,1 0,7
29	14,9 0,9	15,3 0,5	16,2 0,3	15,0 0,6	16,0 0,4	15,7 0,9	15,5 0,1	15,4 0,8	15,0 0,7	16,1 0,8	15,8 0,2
30	13,3 0,9	12,9 0,3	12,6 0,4	13,1 0,5	13,0 0,6	12,5 0,5	12,7 0,9	12,8 0,4	13,5 0,8	13,0 0,2	13,9 0,1

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

1. Обработку неравноточных независимых измерений рекомендуется выполнить в табличной форме (табл. 9.2).

Таблица 9.2

номер измерения	U_i (D)	m_i	p_i	p_iU_i	ν_i	ν_i^2	$p_i\nu_i^2$
1							
2							
....							
11							
			$\sum p_i$	$\sum p_iU_i$			$\sum p_i\nu_i^2$

Вычисления веса каждого измерения p_i выполняются по формуле (9.1).

Вычисления вероятнейшего значения навигационного параметра $U_в$ выполняются по формуле (9.2).

Вычисления среднеквадратической погрешности единицы веса $m_{(1)}$ выполняются по формуле (9.3).

Вычисления среднеквадратической погрешности вероятнейшего значения навигационного параметра $m_{U_в}$ выполняются по формуле (9.5).

Вычисления среднеквадратической погрешности единичного измерения навигационного параметра m_{Ui} выполняются по формуле (9.6).

Проверку измеренных значений навигационного параметра на промах выполняют способом по «размаху» с использованием формулы (8.7).

Если в серии измерений обнаружен промах (или промахи), то данное измерение (измерения) из серии наблюдений должно быть исключено, а вероятнейшее значение, среднеквадратические погрешности единичного измерения и вероятнейшего значения навигационного параметра должны быть вычислены заново по новой серии измерений, из которой промахи исключены.

Задача 10

Тема. Оценка точности обсервованного места судна, полученного по измерениям двух навигационных параметров

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Вследствие влияния случайных и систематических погрешностей истинная линия положения не совпадает с рассчитанной по результатам измерений и с определенной вероятностью находится в пределах так называемой полосы положения.

Если систематические погрешности линии положения отсутствуют или пренебрежимо малы (правильно и достаточно точно учтены все поправки, компенсирующие систематические погрешности), то действительное место судна будет находиться где-то в пределах площади (ромба abcd), образованной пересечением двух полос положения (рис. 10.1). Фигура, образованная пересечением границ двух полос положения, называется ромбом погрешностей. Поскольку вероятность нахождения линии положения в пределах полосы положения равна 0,683, то вероятность нахождения судна в ромбе погрешностей, согласно теореме совместного появления событий, будет равна произведению вероятностей этих событий: $0{,}683 \cdot 0{,}683 = 0{,}466$.

При всей своей простоте ромб погрешностей не дает строгой математической оценки вероятностей по различным направлениям. Наилучшей характеристикой распределения действительного места судна относительно точки пересечения линий положения является вписанный в ромб погрешностей *эллипс погрешностей*, уравнение которого имеет вид:

$$\frac{x^2}{(ca)^2}+\frac{y^2}{(cb)^2}=1, \tag{10.1}$$

где a, b – большая и малая полуоси эллипса;

c – множитель, позволяющий получать размеры эллипса для различных значений вероятности (при c =1 - 39,4%, при c = 2 - 86,5%, при c = 3 - 98,9%).

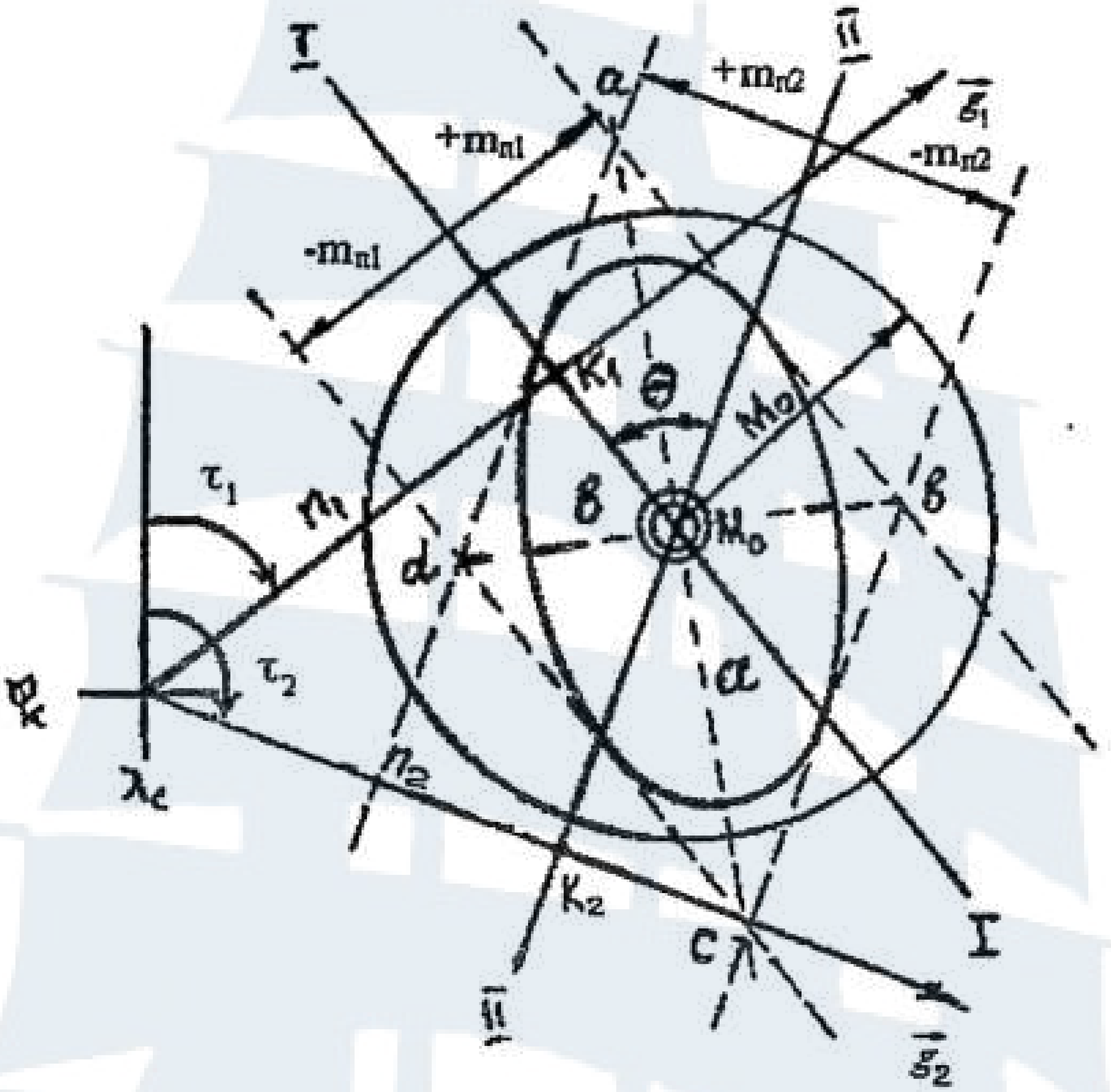

Рис. 10.1. Оценка точности обсерованного места судна, полученного по измерениям двух навигационных параметров

Если $m_{лп1} \leq m_{лп2}$, то элементы эллипса погрешностей (коэффициенты k_a и k_b для вычисления полуосей a и b, угол ориентирования большой полуоси φ) вычисляются по табл. 4.11 МТ-2000 (приложение 5 МТ-75) по аргументам $\lambda = \frac{m_{лп1}}{m_{лп2}} \leq 1$, углу пересечения линий положения $\Theta = \tau_2 - \tau_1$ и значению коэффициента корреляции r.

Величина полуосей a и b вычисляется по формулам:

$$a = k_a m_{лп1};\ b = k_b m_{лп1}. \tag{10.2}$$

Направление большей полуоси эллипса φ откладывается от более точной линии положения внутрь острого угла их пересечения (рис. 10.2).

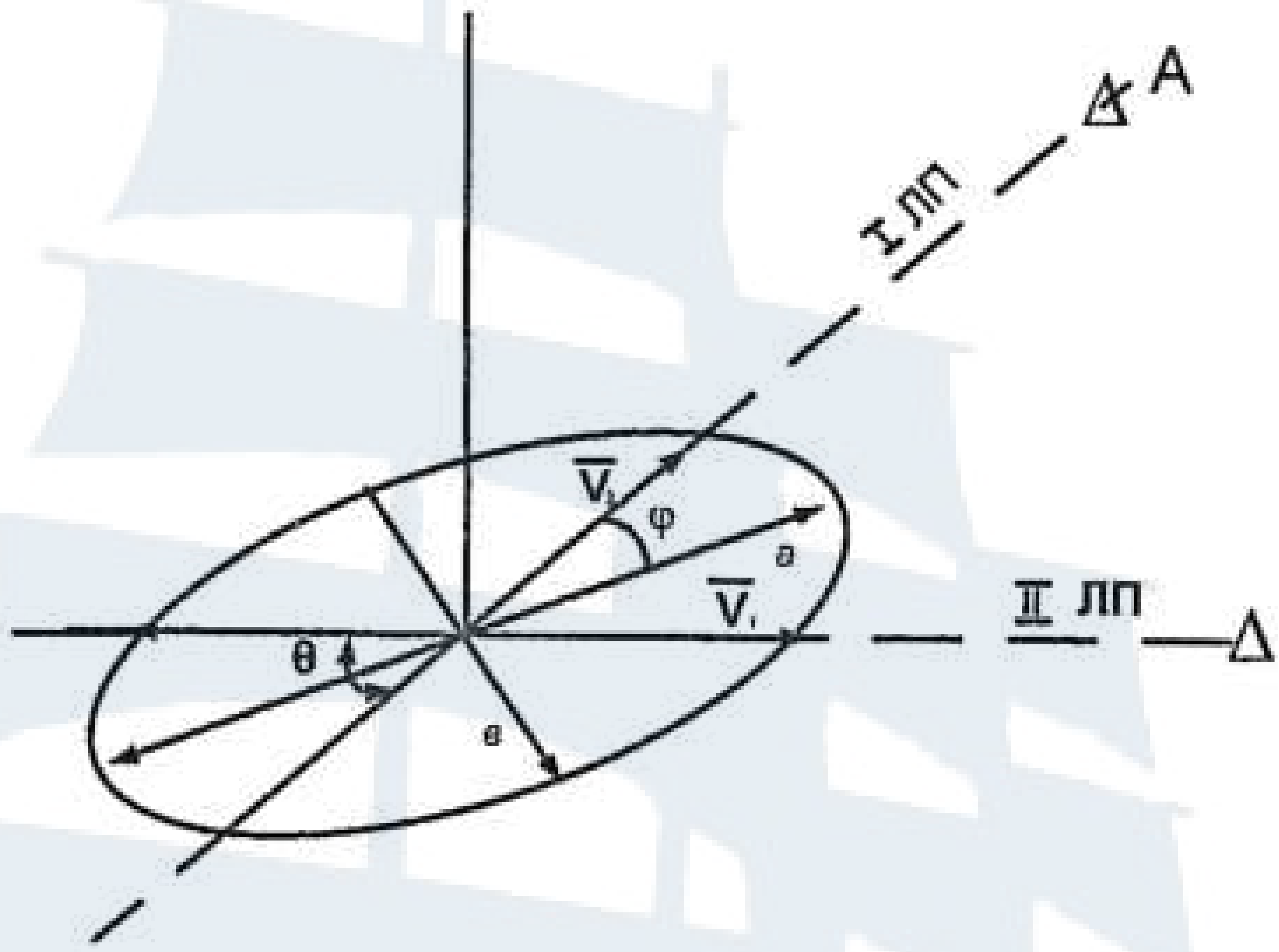

Рис. 10.2. Элементы эллипса погрешностей

Следует отметить, что оценка точности обсервованного места судна эллипсом погрешностей является наиболее математически строгой оценкой, однако требует достаточно большого количества вычислений, что не всегда оправдано условиями плавания. При построении эллипса погрешностей следует помнить, что большая полуось a будет направлена по биссектрисе меньшего из углов пересечения линий положения, а малая полуось b – перпендикулярно большой.

Эллипс погрешностей с достаточной для судовождения точностью можно построить приближенно, вписав его в образованной полосами положения ромб погрешностей.

Для упрощения оценки точности обсервованного места судна эллипс погрешностей заменяют круговой, или радиальной погрешностью, расчет которой производится по формулам:

$$M_o = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{1}{\sin\Theta}\sqrt{m_{лп1}^2 + m_{лп2}^2 - 2r m_{лп1} m_{лп2} cos\Theta}\,. \quad (10.3)$$

Расчет предельных радиальных погрешностей обсервованных координат места судна выполняется по формулам:

$$\hat{M}_o = 2M_o \text{ – для вероятности 0,95;} \quad (10.4)$$

$$\hat{M}_o = 3M_o \text{ – для вероятности 0,997.} \quad (10.5)$$

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

Известны счислимые координаты места судна φ_c, λ_c, элементы, погрешности и коэффициент корреляции двух линий положения (табл. 10.1):

- найти значения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ путем графического построения линий положений;
- рассчитать координаты обсервованного места судна;
- оценить точность обсервованных координат места судна:

а) эллипсом погрешностей;

б) радиальной среднеквадратической погрешностью;

в) предельными радиальными погрешностями для вероятностей 0,95 и 0,997.

Таблица 10.1

№	φ_c	λ_c	τ_1	τ_2	n_1	n_2	$m_{лп1}$	$m_{лп2}$	r
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	36°27,5'N	13°44,5'E	43,2°	126,2°	+6,0'	-1,0'	1,2'	1,3'	0,3
2	35°56,9'N	13°33,4'E	55,1°	139,3°	-2,6'	+0,5'	2,3'	1,7'	0,2
3	35°56,9'N	18°33,4'W	67,1°	140,2°	+5,5'	-0,5'	0,6'	2,8'	0,5
4	38°15,4'N	5°16,4'E	79,3°	162,0°	-5,5'	-3,1'	2,1'	1,8'	0,4
5	20°17,0'N	51°48,0'W	91,2°	134,1°	+5,0'	-0,5'	1,3'	2,0'	0,2
6	32°50,5'N	76°07,6'E	103,1°	186,3°	-5,0'	-1,0'	1,3'	2,6'	0,1
7	32°50,6'N	76°07,6'E	115,2°	198,1°	+4,5'	-1,5'	1,9'	0,8'	0,3
8	28°17,2'N	54°43,7'W	127,1°	192.5°	-4,5'	-2,0'	1,3'	1,5'	0,6
9	28°17,2'N	54°43,7'W	139,1°	202,2°	+4,0'	-2,5'	1,7'	2,1'	0,2
10	48°20,0'N	16°17,0'E	151,9°	234,1°	-4,0'	+3,0	2,8'	0,9'	0,3
11	46°20,0'N	16°17,0'E	164,5°	262,6°	+3,5	-3,0'	1,8'	2,8'	0,3
12	18°30,0'N	6°15,0'W	175,0°	278,5°	-3,5'	+2,5'	2,0'	1,2'	0,4
13	18°30,0'N	46°15,0'W	181,1°	264,0°	+3,0'	-2,5'	2,6'	1,7'	0,7
14	36°12,0'N	18°36,0'E	199,0°	282,4°	-3,0'	+2,0'	0,8'	1,2'	0,6
15	36°12,0'N	18°36,0'E	211,8°	294,8°	+2,5'	-2,0'	1,5'	1,8'	0,1
16	51°28,0'N	99°17,0'W	223,5°	296,7°	-2,5'	+1,5'	2,1'	1,0'	0,3

Окончание табл.10.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
17	51°28,0'N	99°17,0'W	225,1°	298,3°	+2,0'	-1,0'	0,9'	1,8'	0,4
18	48°30,0'N	36°15,0'E	247,1°	330,0°	-2,0'	+0,5'	2,8'	1,8'	0,2
19	40°30,0'N	36°15,0'E	259,9°	342,2°	+1,5'	-0,5'	1,2'	2,6'	0,8
20	20°17,0'N	51°48,0'W	271,3°	354,6°	-1,5	-3,1	1,7'	2,2'	0,7
21	36°27, 5'N	13°45,3'E	283,5°	346,6°	+1,0'	-0,5'	1,2'	2,0'	0,2
22	36°27,5'N	13°45,3'E	295,2°	38,2°	-1,0'	-1,0	1,8'	1,9'	0,1
23	35°56,9'N	22°32,2'E	307,8°	30,9°	+0,5'	-1,5'	1,0'	0,9'	0,2
24	35°56,9'N	22°32,2'E	319,7°	42,8°	-0,5'	-2,0'	1,8'	1,7'	0,6
25	39°18,5'N	14°30,8'W	331,7°	44,9°	-3,1'	-3,5'	2,6'	2,8'	0,3
26	99°18,5'N	14°30,8'W	343,8°	86,9°	-0,5'	+3,0'	2,2'	1,2'	0,4
27	35°04,0'N	17°15,6'E	355,7°	98,6°	-1,0'	-3,0'	2,0'	1,7'	0,5
28	36°04,0'N	17°15,6'E	7,8°	90,8°	-1,5'	+2,5'	1,9'	1,2'	0,2
29	36°27,3'N	13°44,5'E	19,5°	112,5°	-2,0'	-2,5'	0,9'	1,8'	0.3
30	36°27,5'N	13°44,5'E	31,8°	124,6°	-2,5'	-1,0'	1,7'	1,0'	0,6

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

Графические построения выполняются на листе миллиметровой бумаги.

1. В выбранном масштабе от счислимой точки построить линии положения по их заданным элементам. Точка пересечения линий положения и будет являться обсервованным местом судна. Сняв с чертежа значения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, рассчитать координаты обсервованного места судна.

2. Рассчитать аргументы λ и Θ.

3. С помощью табл. 4.11 МТ-2000 или приложения 5 МТ-75 вычислить элементы эллипса погрешностей и по этим элементам построить его на рисунке.

4. По формуле (10.3) рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность M_0 и в масштабе показать ее на рисунке.

5. По формулам (10.4) и (10.5) рассчитать предельные радиальные погрешности для вероятностей 0,95 и 0,997.

Задача 11

Тема. Определение координат вероятнейшего места судна, полученного с использованием избыточных измерений навигационных параметров методом наименьших квадратов, и оценка их точности

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Две линии положения всегда пересекаются в одной точке, поскольку решение системы уравнений двух линий положения в общем виде всегда приводит к однозначному определению неизвестных членов уравнений $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$.

Однако при такой обсервации невозможно обнаружить и оценить неизбежные погрешности наблюдений, ошибки вычислений и промахи. Для получения более точного и надежного места необходимо выполнить дополнительные, или избыточные измерения навигационного параметра, по которым легко обнаружить промахи, оценить, исключить влияние систематических и уменьшить влияние случайных погрешностей линий положения. Так, например, третья избыточная линия положения повышает точность обсервации примерно на 15–20%.

Аналитически нахождение обсервованых координат места судна при на наличии избыточных линий положения заключается в решении системы уравнений вида:

$$\left.\begin{aligned} a_1\,\Delta\varphi + b_1\,\Delta\lambda\,\cos\varphi &= n_1; \\ a_2\,\Delta\varphi + b_2\,\Delta\lambda\,\cos\varphi &= n_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots &; \\ a_i\,\Delta\varphi + b_i\,\Delta\lambda\,\cos\varphi &= n_i\,, \end{aligned}\right\} \qquad (11.1)$$

где $a_i = g_i\cos\tau_i$, $b_i = g_i\sin\tau_i$ – коэффициенты уравнений линий положения;

$n_i = U_i - U_c$ – свободные члены уравнений линий положения (разница между измеренными и счислимыми значениями навигационного параметра).

Однако из-за неизбежных погрешностей измерения навигационных параметров свободные члены уравнений линий положения n_i отягощены случайными и систематическими погрешностями, тогда уравнение (11.1) будет иметь вид:

$$\left.\begin{array}{l} a_1\,\Delta\varphi + b_1\,\Delta\lambda\cos\varphi = n_1+\upsilon_1\,; \\ a_2\,\Delta\varphi + b_2\,\Delta\lambda\cos\varphi = n_2+\upsilon_2\,; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\,; \\ a_i\,\Delta\varphi + b_i\,\Delta\lambda\cos\varphi = n_i+\upsilon_i\,, \end{array}\right\} \qquad (11.2)$$

где υ_i – невязки, обусловленные наличием случайных и систематических погрешностей

Однако система уравнений (11.2) является неопределенной, поскольку число неизвестных ($\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$, и значений υ_i) больше числа уравнений системы.

При графическом решении задачи определения обсервованного места судна из-за неизбежных погрешностей измерения навигационных параметров три, четыре и более линий положения в одной точке, как правило, не пересекаются, а образуют так называемую фигуру погрешностей. Задача состоит в том, чтобы отыскать вероятнейшее место судна в фигуре погрешностей и оценить его точность с учетом погрешностей линий положения.

Существуют различные вероятностные способы решения данной системы уравнений, однако в общем случае решение, как правило, осуществляется методом наименьших квадратов, т. е. отыскиваются такие значения вероятнейших поправок $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, при которых сумма квадратов невязок являлась бы величиной минимальной:

$\sum \upsilon_i^2 = [\upsilon\upsilon] = \min$ – для равноточных измерений; (11.3);

или $\sum p_i\,\upsilon_i^2 = \min$ – для неравноточных измерений, (11.4),

где $p_i = \dfrac{1}{m_{U_i}}$ – вес навигационного параметра.

В данном случае предполагается, что погрешности измерений навигационного параметра подчинены нормальному закону распределения.

После ряда преобразований система уравнений (11.2) сводится к системе двух нормальных уравнений вида:

$$\left.\begin{array}{l} A_1\Delta\varphi + B_1\Delta\lambda\cos\varphi = L_1\,; \\ A_2\Delta\varphi + B_2\Delta\lambda\cos\varphi = L_2\,, \end{array}\right\} \qquad (11.5)$$

где A_1, B_1, A_2, B_2 – коэффициенты при неизвестных;

L_1, L_2 – свободные члены.

Коэффициенты и свободные члены уравнения для равноточных взаимонезависимых измерений имеют значения:

$$A_1 = \sum a_i^2 ; \tag{11.6}$$

$$A_2 = B_1 = \sum a_i b_i ; \tag{11.7}$$

$$B_2 = \sum b_i^2 ; \tag{11.8}$$

$$L_1 = \sum a_i n_i ; \tag{11.9}$$

$$L_2 = \sum b_i n_i ; \tag{11.10}$$

Коэффициенты и свободные члены уравнения для неравноточных взаимонезависимых измерений имеют значения:

$$A_1 = \sum p_i a_i^2 ; \tag{11.11}$$

$$A_2 = B_1 = \sum p_i a_i b_i ; \tag{11.12}$$

$$B_2 = \sum p_i b_i^2 ; \tag{11.13}$$

$$L_1 = \sum p_i a_i n_i ; \tag{11.14}$$

$$L_2 = \sum p_i b_i n_i . \tag{11.15}$$

Решение системы уравнений (11.5) выполняется либо методом определителей, либо методом итераций (методом Зейделя).

При использовании метода определителей решение выполняется по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{B_2 L_1 - B_1 L_2}{A_1 B_2 - A_2 B_1} ; \\ \Delta\lambda &= \frac{A_1 L_2 - A_2 L_1}{(A_1 B_2 - A_2 B_1)\cos\varphi} . \end{aligned}\right\} \tag{11.16}$$

Вероятнейшие координаты места судна рассчитываются по формулам:

$$\left.\begin{aligned} \varphi_в &= \varphi_с + \Delta\varphi ; \\ \lambda_в &= \lambda_с + \Delta\lambda . \end{aligned}\right\} \tag{11.17}$$

При использовании метода итераций (метода Зейделя) при первом приближении одно из неизвестных получается из любого уравнения системы (11.5). Например, из первого уравнения получается:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{L_1}{A} . \tag{11.18}$$

Затем полученная величина $\Delta\varphi_1$ подставляется в другое уравнение и вычисляется $\Delta\lambda_1$:

$$\Delta\lambda_1 = \left(-\frac{A_2 \Delta\varphi_1 - L_2}{B_2} \right) \sec\varphi . \tag{11.19}$$

Вычисленная величина $\Delta\lambda_1$ подставляется в первое уравнение системы (11.5) и вычисляется $\Delta\varphi_2$:

$$\Delta\varphi_2 = -\frac{B_1\Delta\lambda_1\cos\varphi_1 - L_1}{A_1}. \tag{11.20}$$

Затем полученная величина $\Delta\varphi_2$ снова подставляется в первое уравнение и по формуле (11.19) вычисляется $\Delta\lambda_2$, которая подставляется в первое уравнение системы (11.5) и вычисляется $\Delta\lambda_3$ и т. д.

На каждой итерации производится сравнение $\Delta\varphi_i$ с $\Delta\varphi_{i-1}$ и $\Delta\lambda_i$ с $\Delta\lambda_{i-1}$. Процесс повторяется до тех пор, пока не будет выполнено условие:

$$|\Delta\varphi_i - \Delta\varphi_{i-1}| \leq \delta; \; |\Delta\lambda_i - \Delta\lambda_{i-1}| \leq \delta, \tag{11.21}$$

где δ – некоторое наперед заданное число, обусловленное требованиями к точности вычислений.

Задачу отыскания вероятнейшего места судна при обсервации с использованием избыточных линий положения можно решить и графически на морской навигационной карте, на планшете или на листе миллиметровой бумаги.

Существуют несколько графических способов отыскания вероятнейшего места судна в фигуре погрешностей. К ним относятся: способ весов, способ противомедиан и способ биссектрис.

Из всех вышеперечисленных способов наиболее простым и достаточно точным является способ биссектрис. При использовании данного способа вероятнейшее место судна находится следующим образом:

- если градиенты линий положения направлены по всему горизонту, т. е. навигационные ориентиры расположены по всему горизонту, то вероятнейшее место всегда будет находиться внутри треугольника погрешностей на пересечении его биссектрис независимо от соотношения в измерениях случайных и систематических погрешностей (рис.11.1);

- если градиенты линий положения направлены в одну половину горизонта, т. е. навигационные ориентиры расположены по одну сторону горизонту, то вероятнейшее место судна находится следующим образом:

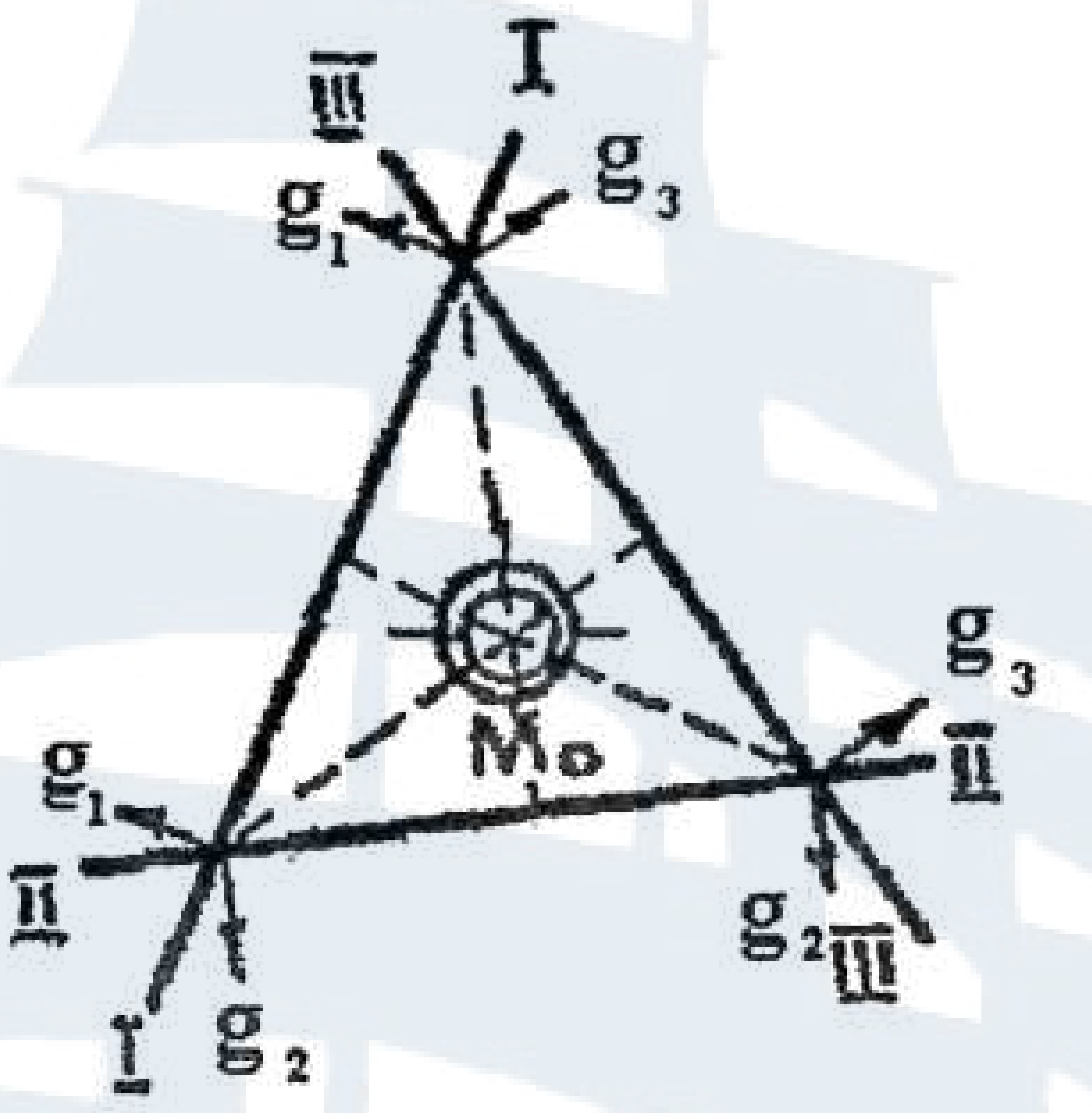

Рис. 11.1. Нахождение вероятнейшего места судна способом биссектрис при расположения навигационных ориентиров по всему горизонту

а) находится точка M_{o1} внутри фигуры погрешностей на пересечении биссектрис внутренних углов треугольника (рис.11.1). По своей сути эта точка – вероятнейшее место судна при условии, что в линиях положения имеются только случайные погрешности;

б) находится точка M_{o2} вне фигуры погрешностей в стороне, противоположной направлениям градиентов на пересечении биссектрис одного внутреннего и двух смежных углов треугольника. По своей сути эта точка – вероятнейшее место судна при условии, что в линиях положения имеются только систематические погрешности (рис.11.2);

- находится вероятнейшее место судна – точка M_o на линии, соединяющей точки M_{o1} и M_{o2}, при этом отрезок $M_{o1}M_{o2}$ делится пропорционально соотношению случайных и систематических погрешностей. Если такое соотношение неизвестно, то предполагается, что проявление случайных и систематических погрешностей равновероятно, и тогда вероятнейшее место судна принимается на середине прямой, соединяющей точки M_{o1} и M_{o2} (рис.11.3).

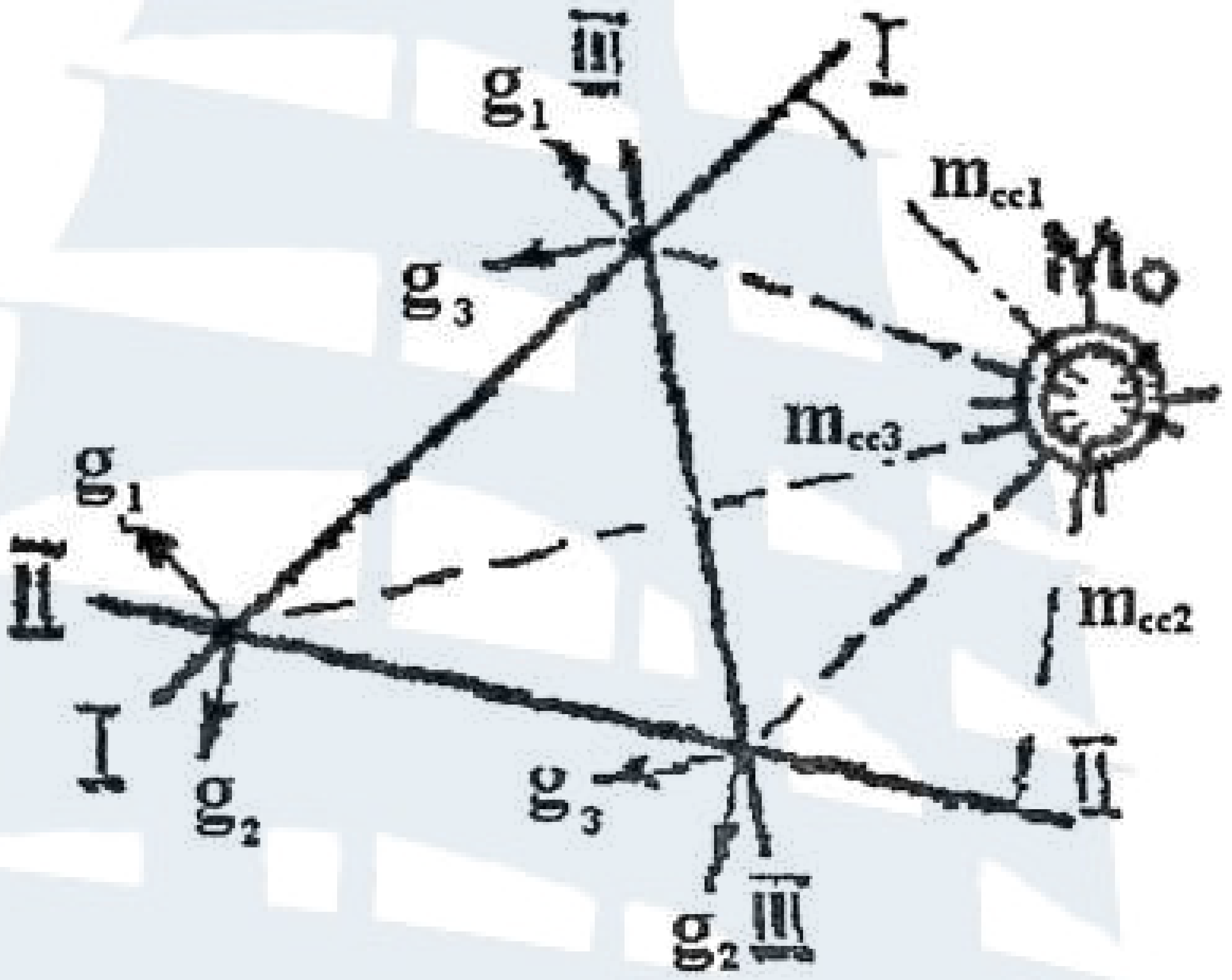

Рис. 11.2. Нахождение вероятнейшего места судна способом биссектрис с учетом только систематических погрешностей при расположении навигационных ориентиров по всему горизонту

Вычисление элементов эллипса погрешностей вероятнейших координат места судна выполняется по формуле:

$$a = \sqrt{\frac{1}{2D}\left[A_1 + B_2 + \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + 4A_2^2}\right]}; \tag{11.22}$$

$$b = \sqrt{\frac{1}{2D}\left[A_1 + B_2 - \sqrt{(A_1 - B_2)^2 + 4A_2^2}\right]}; \tag{11.23}$$

$$tg2\alpha = \frac{2A_2}{A_1 - B_2}; \tag{11.24}$$

$$D = A_1B_2 - A_2B_1. \tag{11.25}$$

Вычисление радиальной среднеквадратической погрешности вероятнейших координат места судна выполняется по формуле:

$$M_o = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\frac{A_1 + B_2}{A_1B_2 - A_2B_1}}. \tag{11.26}$$

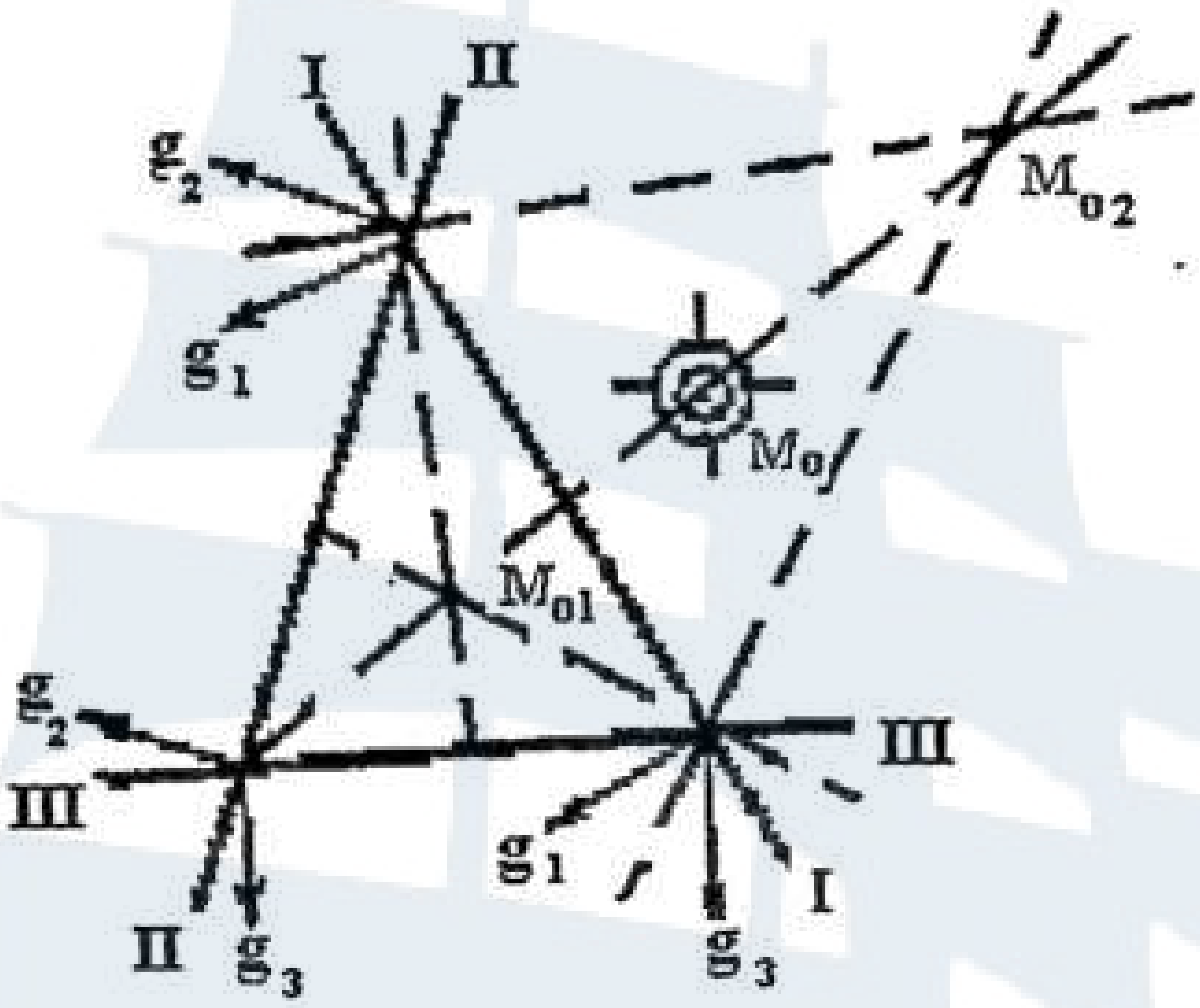

Рис. 11.3. Нахождение вероятнейшего места судна с учетом случайных и систематических погрешностей при расположении навигационных ориентиров по всему горизонту

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

Известны счислимые координаты места судна φ_c, λ_c, элементы и погрешности трех неравноточных взаимонезависимых ($r = 0$) высотных линий положения (табл. 11.1).

Найти:

- вероятнейшие координаты места судна путем графического построения линий положений и отыскания вероятнейшего места в треугольнике погрешностей способом биссектрис (появление случайных и систематических погрешностей равновероятно);

- обсервованные координаты места судна путем аналитического составления и совместного решения уравнений линий положений по методу наименьших квадратов (способом определителей);

- оценить точность вероятнейших координат места судна:

а) эллипсом погрешностей;

б) радиальной среднеквадратической погрешностью;

в) предельными погрешностями с вероятностями 0,95 и 0,997.

Таблица 11.1

№	φ_c, λ_c	$U_{изм.i}$	U_{ci}	τ_i	m_{Ui}
1	36°27, 5'N	62°07,2'	62°05,3'	171,1°	1,2'
	13°45,3'E	19°27,1'	19°24,3'	110,5°	2,2'
		30°40,4'	30°41,2'	40,9°	0,9'
2	36°27,5'N	53°50,9'	53°47,7'	123,3°	2,3'
	13°45,3'E	39°29,2'	39°33,3'	61,3°	0,9'
		40°52,6'	40°50,4'	6,2°	1,2'
3	35°56,9'N	31°12,7'	31°15,0'	105,2°	0,6'
	22°32,2'E	54°17,5'	54°18,5'	59,8°	2,0'
		35°22,8'	35°20,4'	0,6°	1,7'
4	35°56,9'N	42°14,4'	42°18,3'	81,6°	2,1'
	22°32,2'E	51°44,1'	61°42,3'	161,0°	1,1'
		40°15,5'	40°18,5'	127,5°	1,9'
5	39°18,5'N	43°18,9'	43°19,4'	85,6°	1,3'
	14°30,8'W	31°27,2'	31°26,2'	137,7°	2,9'
		35°21,8'	35°20,2'	200,0°	0,9'
6	99°18,5'N	73°17,0'	73°20,0'	135,5°	1,3'
	14°30,8'W	55°10,0'	29°40,5'	191,6°	0,9'
		29°33,7'	55°05,6'	251,5°	2,1'
7	35°04,0'N	55°49,9'	55°49,1'	72,5°	1,9
	17°15,6'E	28°26,5'	28°26,2'	130,3°	1,3'
		40°19,3'	40°16,4'	190,1°	0,9'
8	36°04,0'N	63°56,0'	63°56,6'	124,1°	1,3'
	17°15,6'E	39°56,1'	39°52,7'	186,1°	2,1'
		30°21,7'	30°18,5'	239,2°	0,9'
9	36°27,3'N	45°34,1'	45°31,2	96,8°	1,7'
	13°44,5'E	30°13,7'	30°16,3'	156,8°	1,9'
		10°16,3'	40°15,0'	228,5°	0,7'
10	36°27,5'N	37°36,6'	37°36,0'	99,3°	2,8'
	13°44,5'E	54°49,2'	54°46,4'	155,2°	1,0'
		40°23,3'	40°25,0'	204,2°	1,7'
11	35°56,9'N	56°19,4'	56°21,9'	138°	1,8'
	13°33,4'E	21°46,5'	21°46,5'	192°	2,1'
		40°39,8'	40°40,4'	251°	0,9'
12	35°56, 9'N	44°53,9'	44°56,8'	111,0°	2,0'
	18°33,4'W	36°29,2'	36°27,4'	179,9°	1,0'
		40°49,4'	40°50,5'	239,8°	1,4'
13	38°15,4'N	39°19,6'	39°20,1'	67,5°	2,6'
	5°16,4'E	39°16,7'	39°14,9'	124,8°	0,9'
		40°29,3'	39°30,8'	175,0°	1,4'

Продолжение табл. 11.1

№	φc, λc	Uизм.i	Uci	τi	mUi
14	38°15,4'N 5°16,4'E	39°29,7' 65°51,0' 40°46,3'	39°26,1' 66°49,7' 40°44,8'	113,1° 176,9° 225,0°	0,8' 1,0' 2,1'
15	32°50,5'N 76°07,6'E	32°36,9' 50°40,0' 30°34,8'	32°42,3' 60°36,6' 30°30,5'	101,0° 40,2° 342,2°	1,5' 2,2' 1,6'
16	32°50,6'N 76°07,6'E	41°19,2' 56°44,4' 42°30,2'	41°16,6' 56°39,9' 42°33,8'	10,5° 76,4° 13,9°	2,1' 1,2' 1,5'
17	28°17,2'N 54°43,7'W	38°16,7 ' 41°16,1' 32°40,9'	38°15,9' 41°21,1' 32°44,4'	45,5° 104,4° 164,3°	0,9' 1,8' 1,6'
18	28°17,2'N 54°43,7'W	36°12,3' 36°22,6' 47°54,4'	36°12,7' 36°24,1' 45°51,4'	11,9° 172,9° 234,9°	2,8' 1,3' 1,8'
19	48°20,0'N 16°17,0'E	61°05,9' 56°12,0' 50°04,5'	61°08,7' 56°12,2' 50°04,3'	0,9° 62,0° 125,7°	1,2' 1,9' 0,9'
20	46°20,0'N 16°17,0'E	41°12,2' 36°17,8' 51°14,7'	41°11,9' 36°19,2' 51°47,7'	80,9° 121,9° 18,9°	1,7' 1,3' 0,9'
21	I8°30,0'N 6°15,0'W	50°07,7' 41°13,8' 37°24,1'	50°07,1' 41°17,8' 37°18,5'	7,5° 70,4° 13,4°	1,2' 0,8' 2,2'
22	18°30,0'N 46°15,0 W	50°12,3' 31°21,8' 40°09,6'	50°08,6' 31°17,6' 40°12,4'	21,4° 80,8° 145,9°	1,8' 2,1' 0,9'
23	36°12,0'N 18°36,0'E	45°18,4' 48°41,6' 17°14,3'	42°16,0' 40°44,0' 17°12,6'	180,0° 119,8° 58,7°	1,0' 1,9' 2,0'
24	36°12,0'N 18°36,0'E	21°18,0' 34°14,0' 38°45,0'	21°14,7' 34°I5,0' 38°41,1'	110,5° 167,5° 231,5°	1,8' 2,0' 0,9'
25	51°28,0'N 99°17,0'W	50°21,2' 41°17,0' 47°29,0'	50°17,0' 48°14,7' 47°28,0'	5,7° 66,8° 127,7°	2,0' 0,9' 1,8'
26	51°28,0'N 99°17,0'W	14°19,0' 29°40,4' 41°39,3'	14°17,8' 29°41,4' 41°40,3'	105,6° 169,5° 133,4°	2,2' 1,5' 0,8'

Окончание табл. 11.1

№	φс, λс	Uизм.i	Uci	τi	mUi
27	48°30,0'N	48°22,5'	43°19,2'	120,5°	2,0'
	36°15,0'E	40°20,2'	40°16,7'	18,81°	1,2'
		20°10,3'	20°12,8'	245,7°	1,1'
28	40°30,0'N	61°34,6'	61°30,7'	21,8°	1,9'
	36°15,0'E	50°17,6'	50°16,4'	86,8°	0,9'
		20°40,6'	20°41,4'	150,5°	2,2'
29	20°17,0'N	37°16,7'	37°14,5'	105,7°	0,9'
	51°48,0'W	51°08,0'	51°10,2'	167,8°	1,5'
		28°14,4'	28°12,3'	225,9°	1,1'
30	20°17,0'N	51°20,6'	51°17,6'	140,9°	1,7'
	51°48,0'W	48°32,9'	48°31,2'	81,9°	1,1'
		60°23,2'	60°20,9'	20,0°	0,9'

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

Графические построения выполняются на листе миллиметровой бумаги.

1. В выбранном масштабе от счислимой точки построить линии положения по их заданным элементам.

2. Найти вероятнейшее место судна в треугольнике погрешностей способом биссектрис. Сняв с чертежа значения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$, рассчитать координаты обсервованного места судна.

3. Аналитически по формуле (11.16) вычислить значения $\Delta\varphi$ и $\Delta\lambda$ и рассчитать координаты обсервованного места судна. Сравнить координаты, полученные методом аналитического решения, с координатами, полученными графически.

4. По формулам (11.22–11.25) вычислить элементы эллипса погрешностей и по этим элементам построить его на рисунке.

5. По формуле (11.26) рассчитать радиальную среднеквадратическую погрешность M_o и в масштабе показать ее на рисунке.

5. По формулам (10.4) и (10.5) рассчитать предельные радиальные погрешности для вероятностей (0,95) и (0,997).

Задача 12

Тема. Оценка точности счисления

ОПИСАНИЕ ЗАДАЧИ

Точность счисления пути судна зависит от точности учитываемых элементов счисления. Для расчета среднеквадратической погрешности счисления $M_c(t)$ используется величина K_c – коэффициент счисления, зависящий от района плавания, степени изученности течений и точности их учета, от гидрометеорологических условий плавания, от типа судна, состава его технических средств навигации и точности учета элементов счисления:

$$M_c(t) = 0{,}7K_c t \text{ при } t \leq 2 \text{ часов;} \quad (12.1)$$

$$M_c(t) = K_c\sqrt{t} \text{ при } t > 2 \text{ часов,} \quad (12.2)$$

где t – промежуток времени между двумя последовательными обсервациями в часах.

Величина коэффициента счисления K_c может быть рассчитана как априорно, так и апостериорно:

- для априорного (по известным статистическим погрешностям основных элементов счисления) расчета используется формула:

$$K_c = 1{,}4\sqrt{\left(\frac{m_{ПУ_a}V}{57{,}3}\right)^2 + \left(\frac{m_V V}{100}\right)^2 + \left(2v_T \sin\frac{m_{K_T}}{2}\right)^2 + m_{V_T}^2}\ , \quad (12.3)$$

где $m_{ПУ_a}$ – погрешность определения угла дрейфа;

m_V – погрешность определения скорости судна;

m_{K_T} – погрешность определения курса течения;

m_{V_T} – погрешность определения скорости течения;

V – скорость судна;

V_T – скорость течения.

Значения $m_{ПУ_a}$, m_V, m_{K_T}, и m_{V_T} либо могут быть определены статистически непосредственно на судне, либо выбраны из табл. 4.4 МТ-2000 (среднестатистические погрешности основных элементов счисления);

- апостериорно (опытным путем – по совокупности невязок) величина коэффициента счисления K_c рассчитывается следующим образом:

а) выбрать из всей совокупности невязок те, для которых $t \leq 2$ часов и рассчитать для них величину коэффициента счисления K_{c1} по формуле:

$$K_{c_1} = 1{,}6 \frac{\sum_{i=1}^{n_1} c_i t_i}{\sum_{i=1}^{n_1} t_i^2}; \tag{12.4}$$

б) выбрать из всей совокупности невязок те, для которых $t>2$ часов и рассчитать для них величину коэффициента счисления K_{c2} по формуле:

$$K_{c_2} = 1{,}13 \frac{\sum_{i=1}^{n_2} c_i \sqrt{t_i}}{\sum_{i=1}^{n_2} t_i}; \tag{12.5}$$

в) рассчитать величину коэффициента счисления K_c для всей совокупности невязок по формуле:

$$K_c = \frac{K_{c_1} n_1 + K_{c_2} n_2}{n_1 + n_2}, \tag{12.6}$$

где n_1 – количество невязок, для которых $t \leq 2$ часов;

n_2 – количество невязок, для которых $t > 2$ часов;

- среднеквадратическая погрешность m_{Kc} рассчитанного коэффициента точности счисления K_c рассчитывается следующим образом:

а) рассчитывается среднеквадратическая погрешность коэффициента точности счисления m_{Kc1} той совокупности невязок, для которых $t \leq 2$ часов, по формуле:

$$m_{Kc_1} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_1} \left(1{,}6 \frac{c_i}{t_i} - K_{c_1}\right)^2}{(n_1 - 1) \sum_{i=1}^{n_1} t_i^2}}; \tag{12.7}$$

б) рассчитывается среднеквадратическая погрешность коэффициента точности счисления m_{Kc2} той совокупности невязок, для которых $t > 2$ часов, по формуле:

$$m_{Kc_1}=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_2}\left(1{,}13\frac{c_i}{\sqrt{t_i}}-K_{c_1}\right)^2}{(n_2-1)\sum_{i=1}^{n_2}t_i}};\qquad(12.8)$$

в) рассчитывается среднеквадратическая погрешность коэффициента точности счисления m_{Kc} всей совокупности невязок по формуле:

$$m_{Kc}=\frac{m_{Kc_1}m_{Kc_2}}{\sqrt{m^2_{Kc_1}+m^2_{Kc_2}}};\qquad(12.9)$$

- относительная погрешность Δ_{Kc} коэффициента точности счисления K_c рассчитывается по формуле:

$$\Delta_{Kc}=(m_{Kc}/K_c)\cdot 100\%;\qquad(12.10)$$

- среднеквадратическая погрешность счислимого места судна рассчитывается с учетом точности исходной обсервации по формуле:

$$M_{сч}=\sqrt{M^2_{o_{исх}}+M^2_c(t)};\qquad(12.11)$$

- максимальный интервал времени t_{max} между двумя последовательными обсервациями в данном районе при плавании по счислению рассчитывается по формулам:

$$t_{max}=\frac{1}{K_c^2}\left(M_Д^2-M_o^2\right)$$ – при плавании в открытом море; (12.12)

$$t_{max}=\frac{1{,}4}{K_c}\sqrt{M_Д^2+M_o^2}$$ – при плавании вблизи от берега. (12.13)

СОДЕРЖАНИЕ ЗАДАЧИ

Из судового журнала выписаны промежутки времени плавания по счислению t и величины невязок c (табл. 12.1). Скорость судна в данный промежуток времени – 9 узлов по относительному лагу, $m_{ПУ}$ = 30°, скорость течения 0,5 узла, данные о течении – из Атласа течений. Среднеквадратическая погрешность всех обсерваций в данном районе плавания M_o = 0,8 мили. Допустимая погрешность места судна в данном районе $M_Д$ = 2,0 мили.

Рассчитать:

- априорно и апостериорно коэффициент точности счисления K_c;

- среднеквадратическую погрешность m_{Kc} апостериорно рассчитанного коэффициента точности счисления K_c;

- относительную погрешность Δ_{Kc} апостериорно рассчитанного коэффициента точности счисления K_c;

- ожидаемую среднеквадратическую погрешность счислимого места судна через 5 часов плавания по счислению после последней обсервации;

- максимальный интервал времени t_{max} между двумя последовательными обсервациями в данном районе при плавании по счислению в открытом море и вблизи (более 25 миль) от берега.

Таблица 12.1

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
№	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли	t час с ми- ли
1	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	5,7 2,1	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	4,9 2,7	7,6 4,1
2	4,9 5,0	2,4 3,1	3,7 1,2	7,3 2,0	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	3,4 5,6	7,8 4,6	5,9 4,2	6,4 4,0	8,5 4,3	7,4 5,0	6,0 2,8	5,5 2,5	4,8 3,1	3,6 1,0	2,5 1,4
3	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	4,8 1,3	2,7 1,3	4,2 4,1	5,7 3,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,5 1,7	5,4 0,9	4,4 3,6	3,3 3,0	3,9 4,0	4,8 2,4	5,5 1,7	6,9 1,9
4	7,7 2,9	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7	6,0 0,8	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	3,4 5,6	7,8 4,6	4,8 3,1	3,6 1,0
5	3,4 3,2	4,8 0,9	6,2 1,8	7,6 4,0	9,0 4,8	7,7 2,5	7,3 2,0	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	3,4 5,6	7,8 4,6	5,9 4,2	7,7 2,9	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7	4,8 1,3
6	6,9 3,0	4,8 1,3	2,7 1,3	4,2 4,1	5,7 3,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,5 1,7	5,4 0,9	4,4 3,6	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3.0	2,6 3,1	3,4 5,6
7	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,5 1,7	5,4 0,9	4,4 3.6	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3	5.2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8
8	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,5 1,7	5,4 0,9	4,4 3,6	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3	3,4 5,6	6,9 3,0	4,8 1,3	2,7 1,3	4,2 4,1	5,7 3,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7
9	2,6 3,1	3,4 5,6	7,8 4,6	5,9 4,2	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7	3,4 5,6	6,5 1,7	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3
10	5,4 0,9	4,4 3,6	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,5 1,7	5,4 0,9	4,4 3,6	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	6,5 1,7	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8
11	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	3,4 5,6	6,9 3,0	4,8 1,3	2,7 1,3	4,2 4,1	5,7 3,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7	5,4 0,9	4,4 3,6	6,5 1,7
12	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	5,2 4,1	6,6 2,4	8,3 3,5	4,6 4,6	2,6 3,0	2,6 3,1	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7	2,6 3,1	3,4 5,6	7,8 4,6	5,9 4,2	5,4 0,9	4,4 3,6
13	3,4 5,6	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,9 3,0	4,8 1,3	2,7 1,3	4,2 4,1	5,7 3,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	7,2 3,7	8,7 3,7	7,6 2,0	6,5 1,7	5,4 0,9	4,4 3,6	6,3 2,0	3,3 2,7	3,6 1,7

Окончание табл. 12.1

14	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	2,9 1,9	3,2 1,4	3,7 3,3	2,6 3,1	3,4 5,6	7,8 4,6	5,9 4,2	5,4 0,9	4,4 3,6	6,9 3,0	4,8 1,3
15	5,4 0,9	4,4 3,6	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3
16	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	5,1 1,0	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5
17	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	6,9 3,0	4,8 1,3
18	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	6,9 3,0	4,8 1,3
19	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3	5,1 1,0	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	3,3 2,6	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3
20	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	3,3 2,6
21	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	6,9 3,0	4,8 1,3	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	5,1 1,0
22	6,9 3,0	4,8 1,3	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	3,3 2,6
23	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	6,9 3,0	4,8 1,3
24	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	3,3 2,6
25	5,1 1,0	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	6,9 3,0	4,8 1,3
26	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	5,1 1,0	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	6,5 1,7	3,2 1,4	3,7 3,3
27	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	5,1 1,0	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	3,3 2,6
28	3,3 2,6	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	5,1 1,0	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	2,2 1,9	4,3 0,8	6,4 2,6	8,5 4,0	9,0 4,7	6,9 3,0	3,3 2,6
29	3,2 1,4	3,7 3,3	4,1 3,0	5,6 2,6	6,3 2,5	6,9 3,0	4,8 1,3	4,3 1,2	5,1 1,0	2,6 1,2	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	8,3 3,5	4,6 4,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3
30	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	6.8 0,9	3,3 2,6	3,9 1,7	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	6,3 3,8	6,5 4,2	5,8 3,3	4,4 1,2	6,3 3,8	4,9 1,6	3,5 2,0	6,9 3,0	4,8 1,3

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ

Для априорного расчета использовать формулу (12.3), при этом значения $m_{ПУ_л}$, m_v, $m_{K_т}$ и $m_{v_т}$ выбрать из табл. 4.4 МТ-2000 «Среднестатистические погрешности основных элементов счисления» (для расчетов принять средние значения).

Для апостериорного расчета использовать формулы (12.4–12.6).

Среднеквадратическая погрешность m_{Kc} апостериорно рассчитанного коэффициента точности счисления K_c рассчитывается по формулам (12.7–12.9).

Относительная погрешность Δ_{Kc} апостериорно рассчитанного коэффициента точности счисления K_c рассчитывается по формуле 12.10.

Ожидаемая среднеквадратическая погрешность счислимого места судна через определенное время плавания по счислению после последней обсервации рассчитывается по формуле (12.11).

Максимальный интервал времени t_{max} между двумя последовательными обсервациями в данном районе при плавании по счислению рассчитывается по формулам (12.12–12.13).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Образец оформления титульного листа контрольной работы

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Калининградский государственный технический университет»
Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1 по дисциплине
«Математические основы специальности»

Вариант 15

Выполнил студент-заочник И.И. Иванов
Шифр Сзс-6415

Проверил П.П. Петров

Николай Олегович Кириллов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СУДОВОЖДЕНИЯ

Методические указания и контрольные задания
для студентов специальности 26.05.05 «Судовождение»
заочной формы обучения
(2-е издание, переработанное и дополненное)

Ведущий редактор О.В. Напалкова
Младший редактор Г.В. Деркач

Компьютерное редактирование
И.В. Леонова

Подписано в печать 11.09.2019 г.
Усл. печ. л. 8,6. Уч.-изд. л. 7,6.

Лицензия № 021350 от 28.06.99.

Печать офсетная.

Формат 60 x 90 1/16.

Заказ № 1512. Тираж 10 экз.

Доступ к архиву публикации и условия доступа к нему:
http://bgarf.ru/academy/biblioteka/elektronnyj-katalog/

БГАРФ ФГБОУ ВО «КГТУ»

Издательство БГАРФ,
член Издательско-полиграфической ассоциации высших учебных заведений
236029, Калининград, ул. Молодежная, 6.