



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
МАТЕМАТИКА
(раздел «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»)

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

20.03.02 ПРИРОДООБУСТРОЙСТВО И ВОДОПОЛЬЗОВАНИЕ

Профиль подготовки

«КОМПЛЕКСНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ И ОХРАНА ВОДНЫХ РЕСУРСОВ»

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

рыболовства и аквакультуры
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1 Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторам и достижения компетенции
<p>ОПК-2: Способен принимать участие в научно-исследовательской деятельности на основе использования естественнонаучных и технических наук, учета требований экологической и производственной безопасности.</p>	<p>ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.</p>	<p>Математика (раздел «Математический анализ»)</p>	<p>Знать: основные понятия и методы фундаментальных разделов математики, необходимые для освоения инженерных дисциплин; способы построения математических моделей простейших систем и процессов в естествознании и технике.</p> <p>Уметь: применять методы математического анализа и других разделов курса математики к решению задач; проводить конкретные расчеты в рамках выполнения аудиторных и домашних заданий; применять математические методы при решении типовых профессиональных задач на определение оптимальных соотношений параметров различных систем.</p> <p>Владеть: навыками математических расчетов; основными приемами обработки экспериментальных данных; методами построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.</p>

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- задания по контрольным работам.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена (зачета/ дифференцированного зачета), относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля. Время выполнения теста 80 мин.

Тестовые задания приведены в Приложении № 1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам

практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

В приложении № 2 приведены темы практических занятий и вопросы, рассматриваемые на них. Задания для подготовки к практическим занятиям и материал, необходимый для подготовки к ним, в том числе показатели, критерии и шкалы оценивания результатов, представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

3.4 Учебным планом предусмотрено выполнение двух контрольных работ во 2 семестре.

Темы и типовой вариант заданий контрольных работ приведены в Приложении №3. Задания для выполнения контрольной работы представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде

3.5 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Оценка «отлично» ставится в случае правильного выбора способа решения, доведения решения всех задач до конечного результата, допустимы недочеты вычислительного характера.

Оценка «хорошо» ставится в случае, когда сделана попытка решения всех задач, везде избран верный математический аппарат и больше половины задач решены полностью, возможны недочеты в вычислениях;

Оценка «удовлетворительно» ставится в случае, когда для большинства задач (более 50%) верно избран способ их решения, однако, в процессе решения допущены ошибки в вычислениях или в записях необходимых формул;

Оценка «неудовлетворительно» ставится в случае, когда все задачи студентом либо не решались, либо им был избран неверный метод решения, либо большинство задач отнесено к другому разделу математики, теоретические положения которого не позволяют эти задачи решить. Также оценка "неудовлетворительно" может быть выставлена за работу, где задачи решаются верно избранными методами, но допущены грубые ошибки в основных понятиях, формулах, алгоритмах;

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Промежуточная аттестация по дисциплине (первый семестр) проводится в форме зачета, который выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

Промежуточная аттестация по дисциплине (второй семестр) проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля, контрольной работе.

Типовые экзаменационные вопросы и задания и приведены в Приложении № 4.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.2 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общепрофессиональных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими

видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билетов, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине Математика (раздел «Математический анализ») представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 20.03.02 Природообустройство и водопользование (профиль Комплексное использование и охрана водных ресурсов).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И.Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры техносферной безопасности и природообустройства 21.04.2022 (протокол № 8).

Заведующий кафедрой



В.М. Минько

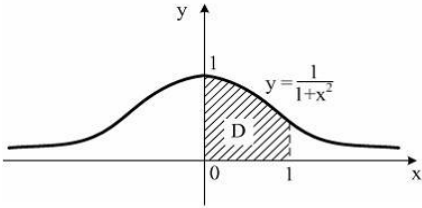
ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

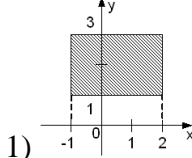
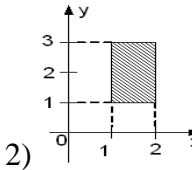
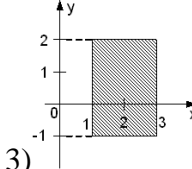
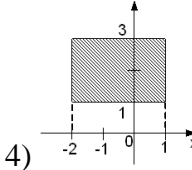
Вариант 1.

Индикатор достижения компетенции ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 + 4x - 9}{x^3 - 1}$ равен:	1) 0
		2) 7
		3) 9
		4) $\frac{14}{3}$
2	Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 3x^2 - 1} \right)^{x+1}$ равен:	1) ∞
		2) 0
		3) e
		4) $\frac{1}{e}$
3	Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 1}{3n + 5} \right)^n$ равен:	1) e
		2) e^{-2}
		3) e^2
		4) 1
4	Производная y'_x функции $\begin{cases} x = 2^{3-t^2}, \\ y = 1 + e^{-2t} \end{cases}$ равна:	1) $y'_x = -2e^{-2t}$
		2) $y'_x = \frac{2^{t^2-3}}{te^{2t} \ln 2}$
		3) $y'_x = \frac{te^{2t} \ln 2}{2^{t^2-3}}$
		4) $y'_x = \frac{-2e^{-2t}}{(3-t^2)2^{2-t^2}}$
5	Производная функции $y = \sqrt{\sin 2x}$ равна:	1) $y' = \frac{\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$
		2) $y' = \frac{-\cos 2x}{2\sqrt{\sin 2x}}$
		3) $y' = \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin 2x}}$
		4) $y' = \frac{\cos x}{\sqrt{\sin 2x}}$
6	Производная функции $y = \sqrt[x]{x}$ равна:	1) $y' = \frac{1}{x} x^{\frac{1}{x}-1}$

		2) $y' = \sqrt[3]{x} \ln x$
		3) $y' = 1$
		4) $y' = \sqrt[3]{x} \cdot \frac{1 - \ln x}{x^2}$
7	Угловой коэффициент касательной к графику функции $y = \frac{\ln x^2}{x}$ в точке $x_0 = 1$ равен:	1) 1
		2) 2
		3) 0
		4) -1
8	Экстремумы функции $y = \frac{1}{x^2 + 1}$:	1) точек экстремума нет
		2) (0, 1) – точка максимума, (0; -1) – точка минимума
		3) (0, 1) – точка максимума
		4) (0; 1) – точка минимума
9	Предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 y)}{y}$ равен:	1) 4
		2) 1
		3) 2
		4) 0
10	Частные производные первого порядка функции двух переменных $z = \lg(x^2 - \ln y)$ равны:	1) $z'_x = \frac{1}{x^2 - \ln y}$ $z'_y = \frac{1}{y(x^2 - \ln y)}$
		2) $z'_x = \frac{y}{(x^2 - \ln y) \ln 10}$ $z'_y = \frac{1}{(x + \ln y)}$
		3) $z'_x = \lg(2x)$; $z'_y = \lg(-\frac{1}{y})$
		4) $z'_x = \frac{2x}{(x^2 - \ln y) \ln 10}$; $z'_y = \frac{-1}{y(x^2 - \ln y) \ln 10}$
11	Для функции $z = \arctg \frac{x}{y}$ частная производная $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ равна:	1) $\frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
		2) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2}$
		3) $\frac{2xy}{(x^2 + y^2)}$
		4) $\frac{xy}{(x^2 + y^2)^2}$

12	Интеграл $\int (3-2x)^7 dx$ равен:	1) $-\frac{1}{8}(3-2x)^8 + C$
		2) $(3-2x)^8 + C$
		3) $-\frac{1}{16}(3-2x)^8$
		4) $-\frac{1}{16}(3-2x)^8 + C$
13	Интеграл $\int \frac{5x-3}{x^2-2x-3} dx$ равен:	1) $-3\ln x-3 + 2\ln x+1 + C$
		2) $\ln x-3 - 2\ln x+1 + C$
		3) $3\ln x-3 + 2\ln x+1 + C$
		4) $\ln(x-3)(x+1) + C$
14	Интеграл $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{dx}{e^x - e^{-x}}$ равен:	1) $\frac{1}{2} \ln \frac{3}{2}$
		2) $\frac{1}{2} \ln \frac{2}{3}$
		3) $\ln \frac{2}{3}$
		4) $\ln \frac{4}{9}$
15	<p>Площадь криволинейной трапеции D</p>  <p>равна:</p>	1) 1
		2) $\frac{\pi}{4}$
		3) $\frac{\pi}{2}$
		4) $\frac{\pi}{8}$
16	Интеграл $\int_1^e (1 + \ln x)^2 dx$ равен:	1) $e+2$

		2) $e-1$
		3) e
		4) $2e-1$
17	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник:	 <p>1)</p>
		 <p>2)</p>
		 <p>3)</p>
		 <p>4)</p>
18	Повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_0^2 dy$ равен:	1) 4
		2) $\frac{1}{2}$
		3) -1
		4) 0
19	Площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2 - 1$ и $y = -2x + 7$, равна:	1) 4
		2) 18
		3) 54
		4) 36
20	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{\cos^2 y} = 2^{-x} dx$ имеет вид:	1) $\operatorname{tgy} + \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$
		2) $\operatorname{ctgy} - \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$
		3) $\operatorname{tgy} - \frac{2^{-x}}{\ln 2} = C$

		4) $tgy - 2^{-x} = C$
21	Общий интеграл дифференциального уравнения $y = x(y' - \sqrt[3]{e^y})$ имеет вид:	1) $e^{\frac{y}{x}} = \ln Cxy$
		2) $e^{\frac{y}{x}} - \ln Cx = 0$
		3) $e^{-\frac{y}{x}} + \ln Cx = 0$
		4) $y = x \ln Cxy$
22	Уравнением в полных дифференциалах является:	1) $\sin(x+y)dx + x \cos(x+y)(dx+dy) = 0$
		2) $\sin(x+y)dx + x \cos(x+y)dy = 0$
		3) $\sin(x+y)dx + \cos(x+y)(dx-dy) = 0$
		4) $\sin(x-y)dx - \cos(x+y)(dx-dy) = 0$
23	Частное решение уравнения $y'' - 6y' = 9x$ имеет вид:	1) $y_{\text{чп}} = Ax + B$
		2) $y_{\text{чп}} = Ax^2 + Bx$
		3) $y_{\text{чп}} = Ax^2 + Bx + C$
		4) $y_{\text{чп}} = Ax$
24	Общее решение уравнения $y'' - 2y' + 2y = 0$ имеет вид:	1) $y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
		2) $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
		3) $y = e^{-x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
		4) $y = e^x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$
25	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(2)$ равно:	1) 1
		2) 0
		3) 5
		4) 8
26	Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$ формула n -го члена равна:	1) $u_n = \frac{8}{2^n}$

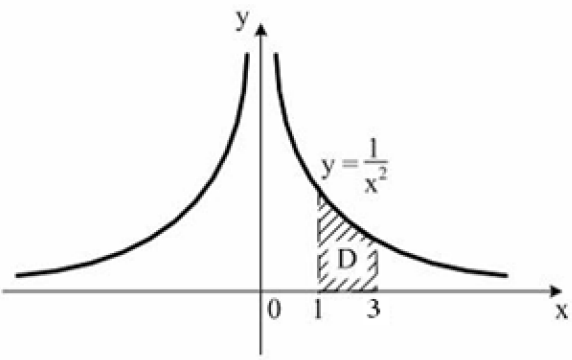
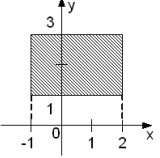
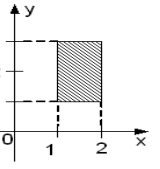
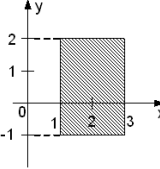
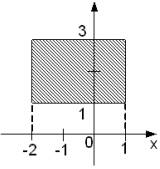
		2) $u_n = \frac{16}{2n}$
		3) $u_n = \frac{8}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
		4) $u_n = \frac{8}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
27	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ применяется:	1) радикальный признак Коши
		2) необходимый признак сходимости
		3) признак Даламбера
		4) интегральный признак Коши
28	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n$ применяется:	1) признак Коши
		2) необходимый признак сходимости
		3) признак Даламбера
		4) интегральный признак Коши
29	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \cdot 2^{nx}$:	1) $(-\infty, 0]$
		2) $(0, 1)$
		3) $(-\infty, 0)$
		4) $[1, \infty)$
30	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n^2}{n^2}$ применяется:	1) признак сравнения
		2) радикальный признак Коши
		3) признак Даламбера
		4) интегральный признак Коши

Вариант 2.

Индикатор достижения компетенции ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен:	1) 2
		2) 2/5
		3) $+\infty$
		4) 0
2	Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{2x}$ равен:	1) e^2
		2) ∞
		3) $2e$
		4) e^{-2}
3	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2x)}{2x^2}$ равен:	1) 1
		2) 1/2
		3) 2
		4) ∞
4	Для функции $x^2 y^2 - x - y = a$ производная $y'(x)$ равна:	1) $y'(x) = \frac{1 + 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$
		2) $y'(x) = \frac{1 + 2x^2 y^2}{1 - 2x^2 y^2}$
		3) $y'(x) = \frac{1 - 2x^2 y^2}{1 + 2x^2 y^2}$
		4) $y'(x) = -\frac{1 - 2xy^2}{1 - 2x^2 y}$
5	Для функции $f(x) = e^{2x} \cdot (1 - 3x)$ производная $f'(x)$ равна:	1) $f'(x) = -3e^{2x}$
		2) $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
		3) $f'(x) = 2e^{2x-1} \cdot (1 - 3x) + 3e^{2x}$
		4) $f'(x) = 2e^{2x} \cdot (1 - 3x) - 3e^{2x}$
6	Для функции $\begin{cases} x = 2t + 3t^2, \\ y = t^2 + 2t^3. \end{cases}$ производная y'_x равна:	1) $y'_x = 2t$
		2) $y'_x = 2t + 6t^2$
		3) $y'_x = 2 + 6t$
		4) $y'_x = t$
7	График функции $y = x^3 + 3x^2$ имеет точки	1) (0, 0)

	перегиба:	2) (0, 0), (-2, 4)
		3) (-1, 2)
		4) (0, 0), (-3, 0)
8	Смешанная частная производная второго порядка для функции двух переменных $z = \frac{x}{y}$ равна:	1) $z''_{xy} = 1$
		2) $z''_{xy} = -1$
		3) $z''_{xy} = -\frac{1}{y^2}$
		4) $z''_{xy} = \frac{1}{y^2}$
9	Дана функция $z = 2xy - 2x - 4y$. Значение \overline{gradz} в точке A (2,3) равно:	1) $\overline{gradz} = 4\bar{i} - 3\bar{j}$
		2) $\overline{gradz} = 2\bar{i} - \bar{j}$
		3) $\overline{gradz} = 4\bar{i}$
		4) $\overline{gradz} = -\bar{j}$
10	Неопределенный интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$ равен:	1) $3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
		2) $\sin^3 x - \sin^5 x + C$
		3) $-3\sin^3 x - 5\sin^5 x + C$
		4) $\frac{\sin^3 x}{3} - \frac{\sin^5 x}{5} + C$
11	Неопределенный интеграл $\int \frac{3x-2}{x^2-4x+5} dx$ равен:	1) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + \arcsin(x - 2) + C$
		2) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \arcsin(x - 2) + C$
		3) $3 \ln(x^2 - 4x + 5) - 2 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
		4) $\frac{3}{2} \ln(x^2 - 4x + 5) + 4 \operatorname{arctg}(x - 2) + C$
12	$F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна:	1) 8
		2) 9
		3) 1
		4) 0

13	<p>Площадь криволинейной трапеции D равна:</p> 	<p>1) $\frac{2}{3}$</p> <hr/> <p>2) $\frac{1}{3}$</p> <hr/> <p>3) $\frac{1}{2}$</p> <hr/> <p>4) 1</p>
14	<p>Областью интегрирования повторного интеграла $\int_1^3 dx \int_{-1}^2 f(x, y) dy$ является прямоугольник:</p>	<p>1) </p> <hr/> <p>2) </p> <hr/> <p>3) </p> <hr/> <p>4) </p>
15	<p>Повторный интеграл $\int_0^1 dx \int_0^1 dy$ равен:</p>	<p>1) 1</p> <hr/> <p>2) $\frac{1}{2}$</p> <hr/> <p>3) -1</p> <hr/> <p>4) 0</p>
16	<p>Объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2$ и $y = 2x$, равен:</p>	<p>1) $\frac{4}{3}\pi$</p> <hr/> <p>2) $\frac{16}{15}\pi$</p> <hr/> <p>3) $\frac{32}{5}\pi$</p>

		4) $\frac{64}{15}\pi$
17	Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:	1) $y' + 2xy = x^3 + 1$ 2) $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x}dx = 0$ 3) $y(e^x + 4)dy + e^x dx = 0$ 4) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$
18	Вид дифференциального уравнения $3xy' + y = y^2 \ln x$:	1) с разделяющимися переменными 2) однородное 3) уравнение Бернулли 4) линейное
19	Частным решением дифференциального уравнения $xy' = 2y - x$, удовлетворяющим начальным условиям $y(1) = 3$, является функция:	1) $y = x(x + 2)$ 2) $y = x(3x + 1)$ 3) $y = x(2x + 1)$ 4) $y = x(4x + 1)$
20	Общий интеграл дифференциального уравнения $(x^2 - y^2) + 2xyy' = 0$ имеет вид:	1) $x^2 + y^2 = C$ 2) $x^2 + y^2 = Cx^2$ 3) $x^2 + y^2 = Cx$ 4) $x^2 - y^2 = C$
21	Понизить порядок уравнения $yy'' - (y')^2 = y^3$ можно:	1) последовательно интегрируя его 2) заменой $y' = p, y'' = p'$ 3) заменой $y' = p, y'' = pp'$ 4) заменой $y' = p, y'' = p^2 p'$
22	Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является:	1) $y = Ce^{-3x} \cos 2x$ 2) $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$ 3) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$ 4) $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
23	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши	1) 1

	$y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0)=12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(3)$ равно:	2) 0 3) 5 4) 21
24	Сумма ряда $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$ равна:	1) 1 2) 2 3) n 4) 0
25	Ряд $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} + \dots$:	1) знакопеременный 2) степенной ряд 3) знакочередующийся 4) знакоположительный
26	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n!}$ применяется:	1) признак Коши, 2) признак Даламбера, 3) достаточный признак расходимости, 4) признак Лейбница.
27	Правильное решение при исследовании сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{\pi}{n}$ (*):	1) $u_n = \sin \frac{\pi}{n} \sim \frac{\pi}{n} (n \rightarrow \infty)$ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения 2) $u_n = \sin \frac{\pi}{n} < \frac{\pi}{n} = v_n (n \rightarrow \infty)$ Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\pi}{n}$ расходится, \Rightarrow (*) расходится по признаку сравнения

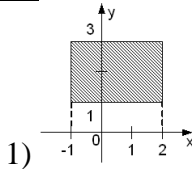
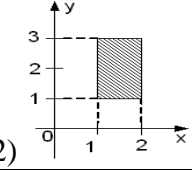
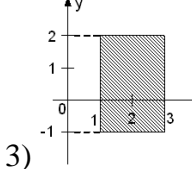
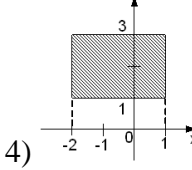
		$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{\pi}{n} = 0$ <p>3) \Rightarrow (*) сходится по необходимому признаку сходимости ряда</p>
		$u_n = \sin \frac{\pi}{n}, \quad v_n = \frac{\pi}{n}$ <p>4) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_n}{v_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \pi/n}{\pi/n} = 1$ \Rightarrow вопрос о сходимости ряда (*) открыт по признаку Даламбера</p>
28	Радиус сходимости степенного ряда с общим членом $u_n = (-1)^n \frac{(x+1)^n}{2^n \cdot n}$. равен:	<p>1) 2,5</p> <p>2) 1,65</p> <p>3) - 2</p> <p>4) 2</p>
29	Для исследования сходимости ряда $\sum_1^{\infty} \frac{1}{5^n} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}$ применяется:	<p>1) радикальный признак Коши</p> <p>2) признак Даламбера</p> <p>3) интегральный признак Коши</p> <p>4) признак сравнения</p>
30	Общий член ряда Маклорена для функции $y = \sin x$ имеет вид:	<p>1) $(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$</p> <p>2) $\frac{x^{2n}}{(2n+1)!}$</p> <p>3) $\frac{x^{2n+1}}{2n!}$</p> <p>4) $\frac{x^{n+1}}{3n}$</p>

Вариант 3

Индикатор достижения компетенции ОПК-2.3: Использует законы и методы алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, математического моделирования при решении профессиональных задач.

№ п/п	Вопрос	Варианты ответов
1	Значение $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+3} - \sqrt{n})$ равно:	1) ∞ 2) 0 3) 3 4) 1
2	Значение $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\arctg 4x}$ равно:	1) 0,5 2) 0 3) 0,25 4) ∞
3	Предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{3n}\right)^{n+1}$ равен:	1) e 2) $e^{\frac{2}{3}}$ 3) $e^{-\frac{2}{3}}$ 4) 1
4	Производная неявно заданной функции $x^2 + y^2 + 3xy = a^2$ равна:	1) $y' = -\frac{2x}{5}$ 2) $y' = -\frac{2y + x^2}{3}$ 3) $y' = \frac{2y + 3x}{3y + 2x}$ 4) $y' = -\frac{2x + 3y}{3x + 2y}$
5	Для $y = \arctg 3x$ значение x'_y равно:	1) $x'_y = \frac{9x^2 + 1}{3}$ 2) $x'_y = \frac{3}{9x^2 + 1}$ 3) $x'_y = 3tgx$ 4) $x'_y = 3tg 3x$
6	Дифференциал функции $y = ctg\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)$ равен:	1) $dy = \frac{dx}{\frac{1}{3} \cos^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$ 2) $dy = -\frac{dx}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$

		3) $dy = \frac{3d\varphi}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
		4) $dy = -\frac{d\varphi}{3 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi}{3} + \frac{\pi}{4}\right)}$
7	График функции $y = x^3 - x^2$ имеет точки перегиба:	1) (0, 0)
		2) (0, 0), (-2, -12)
		3) $\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{27}\right)$
		4) (0, 0), (1, 0)
8	Предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} (2x + 5y) \cdot \sin \frac{3}{x}$ равен:	1) 0
		2) 1
		3) нет предела
		4) ∞
9	Для $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ значение $grad z$ в точке (5;3) равно:	1) $grad z = \frac{5}{4} \bar{i} + \frac{3}{4} \bar{j}$
		2) $grad z = -\frac{5}{4} \bar{i} + \frac{3}{4} \bar{j}$
		3) $grad z = \frac{5}{4} \bar{i} - \bar{j}$
		4) $grad z = \frac{5}{4} \bar{i} - \frac{3}{4} \bar{j}$
10	Полные дифференциалы функции $u = \sin^2 x \cdot \cos^2 y$ равны:	1) $du = \sin 2x \cdot \cos^2 y dx - \sin 2y \cdot \sin^2 x dy$
		2) $du = 2 \sin x \cdot \cos^2 y dx - 2 \sin y \cdot \sin^2 x dy$
		3) $du = 2 \sin x \cdot (\cos^2 y dx + \sin^2 x dy)$
		4) $du = 2 \cos x \cdot \cos^2 y dx - 2 \sin y \cdot \sin^2 x dy$
11	Для функции $z = \ln(x^2 + y^2)$ значение	1) 1
		2) -1

	$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ равно:	3) $x^2 + y^2$ 4) 0
12	Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2 + 4}$ равен:	1) $0,5 \arctg \frac{x}{2} + C$ 2) $\ln(x^2 + 4) + C$ 3) $2 \arctg \frac{x}{2} + C$ 4) $0,5 \ln(x^2 + 4) + C$
13	Интеграл $\int_1^e \ln x dx$ равен:	1) e 2) $e - 1$ 3) $e + C$ 4) 1
14	Несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \cos x dx$:	1) 1 2) расходится 3) 0 4) 2
15	Объем тела, полученного вращением фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$ вокруг оси Ox , равен:	1) 2π 2) π 3) $0,3\pi$ 4) 1
16	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-2}^1 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник:	1)  2)  3)  4) 
17	Повторный интеграл $\int_0^3 dx \int_0^3 dy$ равен:	1) 9

		1) $\frac{1}{2}$
		2) $\frac{1}{2}$
		3) -1
		4) 0
18	Вид дифференциального уравнения $y(4+x^2)dy+2x(9+y^2)dx=0$:	1) однородное
		2) линейное
		3) с разделяющимися переменными
		4) уравнение Бернулли
19	Частное решение уравнения $xu' + u = 3$, удовлетворяющее условию $u(1) = 4$, равно:	1) $y = 3 - \frac{1}{x}$
		2) $y = 3 + \frac{1}{x}$
		3) $y = 2 + \frac{2}{x}$
		4) $y = 3 + e^{x-1}$
20	Вид дифференциального уравнения 1-го порядка $3xu' + u = \ln x$:	1) с разделяющимися переменными
		2) однородное
		3) уравнение Бернулли
		4) линейное
21	Однородным дифференциальным уравнением 1-го порядка является:	1) $y' + 3y = \sin 2x$
		2) $y' = \frac{3x^2}{x^2 + y - 3}$
		3) $y' = \frac{x}{x + y}$
		4) $y' = \frac{x}{y + yx}$
22	Понизить порядок уравнения $(y')^2 - yy'' = y^2 y'$ можно:	1) последовательно интегрируя его
		2) заменой $y' = p, y'' = p'$
		3) заменой $y' = p, y'' = pp'$
		4) заменой $y' = p, y'' = p^2 p'$
23	Частное решение уравнения	1) $y_{\text{ин}} = Ae^{-x}$

	$y'' + 2y' + y = e^{-x}$ имеет вид:	2) $y_{\text{чп}} = Ax^2 e^{-x}$
		3) $y_{\text{чп}} = (Ax + B)e^{-x}$
		4) $y_{\text{чп}} = Axe^{-x}$
24	Пусть $y(x)$ – решение задачи Коши $y'' + 6y' + 5y = 25x^2 - 2$ при $y(0) = 12$, $y'(0) = -12$. Значение $y(1)$ равно:	1) 1
		2) 0
		3) 5
		4) 2
25	Для ряда $1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots$ формула n -го члена равна:	1) $u_n = \frac{1}{(2n-1)(-3)^n}$
		2) $u_n = -\frac{1}{(2n+1)(-3)^n}$
		3) $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)3^n}$
		4) $u_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)3^{n-1}}$
26	Для исследования сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n!}$ применяется:	1) признак Коши
		2) признак Даламбера
		3) достаточный признак расходимости
		4) признак Лейбница
27	Область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(x+2)^n}$:	1) $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$
		2) $(-\infty; -3] \cup [-1; +\infty)$
		3) $(-\infty; -3] \cup (-1; +\infty)$
		4) $(-3; -1)$
28	Ряд $\frac{\sin \alpha}{\ln 10} + \frac{\sin 2\alpha}{(\ln 10)^2} + \dots + \frac{\sin n\alpha}{(\ln 10)^n} + \dots$:	1) знакочередующийся
		2) степенной ряд
		3) знакопеременный
		4) знакоположительный

29	Общий член ряда Маклорена для функции $y = 3\sin x$ имеет вид:	1) $3(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$
		2) $\frac{3x^{2n}}{(2n+1)!}$
		3) $\frac{x^{2n+1}}{2n}$
		4) $\frac{x^{n+1}}{3n}$
30	Радиус сходимости степенного ряда $\sum_1^{\infty} \frac{(x+2)^n}{4^n}$ равен:	1) 2
		2) 4
		3) 0,5
		4) 8

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1. Введение в анализ

Функции, способы задания. Область определения, область значений функции. Предел функции в точке, на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Первый и второй замечательные пределы, следствия. Вычисление пределов с применением эквивалентных бесконечно малых величин. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функций на промежутке. Точки разрыва функции, их классификация.

Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции. Односторонние и бесконечные производные. Таблица производных. Правила дифференцирования функций. Производная сложной функции. Дифференцирование неявных функций и функций, заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Вычисление пределов функций с применением правила Лопиталья. Формулы Тейлора и Маклорена. Вычисление пределов функций с помощью формулы Тейлора. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Точки перегиба. Горизонтальные, вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования характера поведения функции и построение эскиза графика с применением производной.

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

Первообразная заданной функции и неопределённый интеграл. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования. Замена переменной интегрирования в неопределённом интеграле. Формула интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование простейших иррациональностей. Интегрирование тригонометрических функций. Определённый интеграл. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной интегрирования в определённом интеграле. Интегрирование по частям в определённом интеграле. Площадь в прямоугольных и полярных координатах. Длина дуги в прямоугольных и полярных координатах. Вычисление объемов тел по известным поперечным сечениям. Объем тела вращения. Площадь поверхности вращения. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, достаточные условия сходимости.

Тема 4. Числовые ряды.

Сходимость и расходимость числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Ряды с неотрицательными членами. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов.

Тема 5. Функциональные ряды.

Сходимость, абсолютная сходимость и область сходимости функционального ряда. Степенные ряды, интервал сходимости. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.

Тема 6. Функции нескольких переменных.

Предел и непрерывность функций нескольких переменных. Частные производные. Дифференциал функции нескольких переменных. Производная сложной функции. Производная неявной функции. Понятие о производной функции по данному направлению. Градиент. Частные производные высших порядков. Экстремум функции нескольких переменных. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции в области.

Тема 7. Дифференциальные уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности. Частное, общее, особое решения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Метод разделения переменных. Однородные дифференциальные уравнения. Уравнения, приводимые к однородным. Линейные уравнения. Методы интегрирования линейных уравнений. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающих понижение порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Метод вариации произвольной постоянной. Линейные однородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

Тема 8. Кратные интегралы.

Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Геометрические и физические приложения двойного интеграла. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройного интеграла. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Вычисление. Приложения криволинейных интегралов. Формула Грина.

Список используемых источников:

1. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие для студентов вузов / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. - СПб.: Профессия, 2001. - 432 с.
2. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие в 4 частях. Части 1, 2, 3. - Минск: Высшая. шк., 2009.

Задания [1,2] предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

Приложение №3

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КОНТРОЛЬНЫМ РАБОТАМ

Контрольная работа №1

Тема 1 Введение в анализ

1. Вычислить пределы последовательности и функций:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5\sqrt[3]{x} - 2x\sqrt[3]{x} + 9x - 6}{2x^{4/3} - 12x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 6x - 27}{x^2 - 2x - 3}$

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{1+3x} - 4}{x^2 - 6x + 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 7\pi x}{\sin 2\pi x}$

д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{9x^{10} - 3}{9x^{10} + 2} \right)^{-2x^{10}}$ е) * $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} + \ln(1-x) - 1}{\arcsin x}$

2. Определить α , при котором функция

$$y = \begin{cases} \alpha x^2, & \text{если } x < 1, \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

всюду непрерывна. Нарисовать график этой функции.

3. Найти точки разрыва функции $y = \frac{|x-1|}{x^2 - x^3}$, установить их род.

Тема 2 Дифференциальное исчисление функций одной переменной

1. Найти производные функций:

1) $y = \operatorname{tg} 5x + \sin^4 7x + \ln^3(7x + 5)$;

2) $x \sin y + \ln y - 12x = 0$, $\frac{dy}{dx}$, $\frac{dx}{dy}$?

3) $\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = a \cdot t \cdot \sin t \end{cases}$, $y'(x)$?

4) $y(x) = (1 + \ln(1 + 3x))^{\sin 2x}$; $y'(0)$?

5) Составить уравнения касательной и нормали к графику функции $y = \ln^3(1 + 2x) - x + 4$ в точке (0,4).

2. Провести полное исследование функции и построить ее график

1. $f(x) = \frac{e^{2+x}}{2+x}$, 2. $f(x) = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$, 3. $f(x) = (2x+1)e^{-x}$,
4. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-3}$, 5. $f(x) = x + \ln(x^2-1)$, 6. $f(x) = x^2 e^{\frac{1}{x}}$,
7. $f(x) = \frac{1-x^3}{x^2}$, 8. $f(x) = x - 2\operatorname{arctg}x$, 9. $f(x) = \ln(1+x^2)$,
10. $f(x) = x^2 e^{-x}$, 11. $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$, 12. $f(x) = \sqrt{x^2-x^3}$,
13. $f(x) = (x-2)e^{\frac{1}{x}}$, 14. $f(x) = x \cdot \operatorname{arctg}x$, 15. $f(x) = \frac{x^3}{x^2-9}$,
16. $f(x) = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$, 17. $f(x) = \frac{8x}{(x-2)^2}$, 18. $f(x) = \sqrt[3]{x^2(3-x)}$,
19. $f(x) = \frac{\ln^2 x}{x}$, 20. $f(x) = \frac{(x+3)^2}{x-4}$.

Контрольная работа №2

Тема 3. Интегральное исчисление функций одной переменной

1. $\int \frac{e^{\operatorname{tg}x} + \operatorname{ctg}x}{\cos^2 x} dx$ 2. $\int x \cos(5x-7) dx$ 3. $\int \frac{x^2 dx}{x^2-6x+10}$ 4. $\int \frac{dx}{x(x+1)^2}$
5. $\int \frac{dx}{\cos x + \sin x + 1}$ 6. $\int \frac{\sqrt{4+x^2}}{x^4} dx$ 7. $\int e^x \operatorname{arcsin} e^x dx$

Тема 8. Теория поля

1. Найти градиент поля $U(M) = \frac{x}{x^2 + y^2 + z^2}$ в точке $M_0(1; 2; 2)$.

2. Найти точки, в которых градиент скалярного поля $U(x, y) = \ln\left(x + \frac{1}{y}\right)$ равен вектору $\bar{b} = \bar{i} - \frac{16}{9}\bar{j}$.
3. Вычислить с помощью градиента производную поля $U = (x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}$ в точке $M(1, 1, 1)$ по направлению вектора $\bar{l} = 2\bar{j} - \bar{k}$.
4. Найти поток радиуса-вектора через поверхность куба $-a \leq x \leq a, -a \leq y \leq a, -a \leq z \leq a$ изнутри этой поверхности.
5. Найти дивергенцию поля $\bar{F}(x, y, z) = \frac{\bar{r}}{r}$, где $\bar{r} = x\bar{i} + y\bar{j} + z\bar{k}$.
6. Найти поток вихря поля $\bar{F} = y^2\bar{i} + z^2\bar{j} + x^2\bar{k}$ через боковую поверхность части конуса $(z-3)^2 = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 3$ в направлении оси Oz .
7. Найти циркуляцию векторного поля $\bar{F} = y^2\bar{i} - x^2\bar{j} + z^2\bar{k}$ по контуру ABCA, получаемому при пересечении параболоида $x^2 + z^2 = 1 - y$ с координатными плоскостями. Вычислить двумя способами: непосредственно и по теореме Стокса.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

I. Введение в анализ

1. Числовые множества. Расширение понятия числа. Комплексные числа.
2. Множество действительных чисел, ограниченное сверху и снизу. Точные верхняя и нижняя грани множеств (\sup и \inf). Неограниченные множества.
3. Понятие функции, график функции. Функция Хевисайда, функция «антье». Четные и нечетные функции. Периодические функции. Обратная функция. Сложная функция. Явно и неявно заданные функции. Параметрическое задание функций.
4. Основные элементарные функции и их графики.
5. Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности.
6. Предел числовой последовательности. Достаточный признак существования предела для монотонной последовательности.
7. Предел функции. Определение предела функции «по Коши» и «по Гейне». Односторонние пределы.
8. Теоремы о пределах функций.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства.
10. Раскрытие неопределенностей.
11. Первый замечательный предел. Доказательство. Следствия.
12. Второй замечательный предел. Доказательство. Следствия.
13. Сравнение функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Основные эквивалентности. Вычисление пределов с использованием эквивалентностей.
14. Непрерывность функции в точке.
15. Точки разрыва функции и их классификация.
16. Функции, непрерывные на отрезке. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Коши.

II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

17. Определение производной.
18. Геометрический и физический смысл производной. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
19. Односторонние и бесконечные производные.
20. Необходимое условие существования производной.
21. Таблица производных простейших элементарных функций. Вывод нескольких формул.
22. Основные правила дифференцирования.
23. Производная сложной функции.
24. Дифференцирование неявно заданных функций и функций, заданных параметрически. Логарифмическая производная.
25. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Свойства дифференциала.

26. Производные и дифференциалы высших порядков.
27. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ферма, геометрический смысл.
28. Теорема Ролля, геометрический смысл.
29. Теорема Лагранжа, геометрический смысл.
30. Теорема Коши, геометрический смысл.
31. Правило Лопиталья.
32. Формула Тейлора. Формулы Тейлора для основных элементарных функций.
33. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.
34. Условия возрастания и убывания функции.
35. Экстремумы функции. Необходимые условия экстремума. Критические точки по первой производной. Достаточные условия экстремума.
36. Достаточные условия экстремума с использованием производных высших порядков.
37. Наибольшее и наименьшее значения функции.
38. Выпуклость и вогнутость графика функции. Условия выпуклости и вогнутости.
39. Точки перегиба. Необходимые условия существования точки перегиба. Критические точки по второй производной. Достаточные условия точки перегиба.
40. Асимптоты.

III. Интегральное исчисление функций одной переменной

41. Первообразная заданной функции и неопределённый интеграл. Свойства неопределённого интеграла.
42. Таблица интегралов от основных элементарных функций. Независимость вида неопределённого интеграла от выбора аргумента.
43. Основные методы интегрирования.
44. Замена переменной интегрирования в неопределённом интеграле. Примеры применения замены переменной интегрирования.
45. Формула интегрирования по частям, примеры её применения.
46. Интегрирование рациональных дробей.
47. Интегрирование простейших иррациональностей.
48. Интегрирование тригонометрических функций.
49. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение определённого интеграла.
50. Свойства определённого интеграла.
51. Определённый интеграл с переменным верхним пределом.
52. Теорема Ньютона - Лейбница.
53. Замена переменной интегрирования в определённом интеграле. Примеры применения замены переменной интегрирования.
54. Интегрирование по частям определённого интеграла. Примеры.
55. Приложения определённого интеграла к некоторым задачам геометрии и механики.
56. Площадь в прямоугольных и полярных координатах.
57. Длина дуги в прямоугольных и полярных координатах.

58. Вычисление объемов тел по известным поперечным сечениям. Объем тела вращения.
59. Площадь поверхности вращения.
60. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода, определение и свойства. Достаточные условия сходимости.

IV. Понятие функции нескольких переменных.

61. Определение функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Предел и непрерывность функции двух переменных.
62. Частные производные функции двух переменных. Полный дифференциал.
63. Частные производные высших порядков функции двух переменных. Дифференциалы высших порядков.
64. Производная сложной функции.
65. Экстремум функции двух переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Геометрическая интерпретация.

V. Дифференциальные уравнения

66. Определение дифференциального уравнения n -го порядка. Общий интеграл и общее решение дифференциального уравнения. Задача Коши.
67. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия.
68. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
69. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
70. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Подстановка Бернулли. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.
71. Уравнение Бернулли.
72. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
73. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия.
74. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
75. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Типы общих решений.
76. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения.
77. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод неопределённых коэффициентов.
78. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью общего вида. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.

VI. Кратные, криволинейные интегралы.

79. Понятие двойного интеграла. Геометрический и физический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.
80. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
81. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.
82. Понятие тройного интеграла. Геометрический и физический смысл тройного интеграла. Свойства. Вычисление тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.
83. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
84. Приложения тройного интеграла.
85. Понятие криволинейного интеграла первого и второго рода. Вычисление. Физический смысл. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов.

VII. Ряды.

86. Числовые ряды. Сходимость и расходимость числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда.
87. Ряды с неотрицательными членами. Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами.
88. Достаточные признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши. Интегральный признак.
89. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница.
90. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов.
91. Сходимость, абсолютная сходимость и область сходимости функционального ряда.
92. Степенные ряды. Теорема Абеля. Свойства степенных рядов.
93. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Вычислить пределы последовательностей:

$$1) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 - (n-1)^3}{(2n+3)^2 - ((3n+1)^2)};$$

$$2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n^2 + 4n - 1}{4n^2 + 2n + 3} \right)^{1-2n};$$

$$3) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n + 3} - \sqrt{n^2 + 7n + 1});$$

2. Вычислить пределы функций:

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 4x^2 - 3x + 18}{x^3 - 5x^2 + 3x + 9};$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 2x}{1 + \cos(3x - 3\pi)};$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1 + \pi x^3)}}.$$

3. Найти производные первого порядка явных, неявных, параметрически заданных функций:

$$1) y = x \cdot \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1 + x^2};$$

$$2) y = \frac{3x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2 + 2}};$$

$$3) y = e^{\sin x} \left(x - \frac{1}{\cos x} \right);$$

$$4) y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg} x};$$

$$5) \begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases};$$

$$6) \ln(x^2 + y^2) + \operatorname{arccctg} \frac{x}{y}.$$

4. Найти неопределённые интегралы:

$$1) \int \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1 + x^2} dx;$$

$$2) \int (4x + 3) \sin 5x dx;$$

$$3) \int \frac{x^3 + 40x + 8}{x(x+1)(x+2)} dx.$$

5. Вычислить определённые интегралы:

$$1) \int_{-2}^0 (x^2 + 2) e^{\frac{x}{2}} dx;$$

$$2) \int_0^2 \frac{\cos x}{1 + \cos x + \sin x} dx;$$

$$3) \int_0^{2\pi} \sin^4 3x \cos^4 x dx.$$

6. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$$y = (x - 2)^3, \quad y = 4x - 8.$$

7. Вычислить длину дуги, заданной уравнениями:

$$y = \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq \frac{15}{16}.$$

8. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями:

$$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1, z = 0, z = 2.$$

9. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси Ox (V_{Ox}) или Oy (V_{Oy}) фигуры, ограниченной графиками функций:

1) $y = x^3, y = \sqrt{x}, V_{Ox} = ?$

2) $y = x^2, x = 2, y = 0, V_{Oy} = ?$

10. Найти общий интеграл дифференциального уравнения:

1) $20xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 5xy^2dx;$

2) $xy' = 4\sqrt{2x^2 + y^2} + y.$

11. Решить задачу Коши:

1) $y'' + 6y' + 9y = 10\sin x, y(0) = y'(0) = 0,$

2) $2(y^3 - y + xy)dy = dx.$

12. Записать общий вид частных решений линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:

1) $y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5;$

2) $y'' - 2y' + y = (1 + 2x)e^x;$

3) $y'' + 4y' + 5y = 10 \cos 2x.$

13. Исследовать на сходимость числовые ряды:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n^2}{(n+2)!};$

2) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2 n};$

3) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{2n+5}.$

14. Найти радиус и область сходимости степенных рядов:

1) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{(3n+1)3^n};$

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+4)^n}{(4n+1)3^n}.$$