



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСИ

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)

«МАТЕМАТИКА»
(раздел **«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**)

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

35.03.09 ПРОМЫШЛЕННОЕ РЫБОЛОВСТВО

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

рыболовства и аквакультуры
кафедра прикладной математики и информационных
технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
<p>ОПК-1 - Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий.</p>	<p>ОПК-1.1: Использует знания математических наук для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования производственных процессов.</p>	<p>Математика (раздел «Теория вероятностей и математическая статистика»)</p>	<p><u>Знать:</u> фундаментальные (базовые) понятия и определения теории вероятностей и математической статистики; - логику вероятностных отношений в недетерминированных условиях; - основные методы теории вероятностей и математической статистики, применяемые для решения типовых задач; - основы статистического анализа массовых явлений. <u>Уметь:</u> осуществлять постановку задач вероятностного содержания; -строить алгоритм решения конкретной типовой задачи, выбирать метод ее решения и обосновывать свой выбор; - выбирать оптимальный метод решения задачи, оценивать полученный результат, строить простейшие математические модели прикладных и профессиональных задач; - получать вероятные оценки искомых параметров изучаемых процессов и явлений с заданным уровнем значимости;</p>

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
			<p>- пользоваться стандартными приемами прогноза событий и общепринятыми таблицами классических стандартных распределений;</p> <p>- оценивать уровень достоверности разнородных групп данных, определять необходимый объем исходной информации для получения надежных результатов.</p> <p><u>Владеть:</u> математической символикой, основными способами представления математической информации (аналитическим, графическим, символьным, словесным и др.), определением области применения математического знания к решению конкретной задачи;</p> <p>- навыками работы с типовыми пакетами программ статистического анализа и обработки экспериментальных данных;</p> <p>- методами построения математических моделей и их исследования в различных сферах профессиональной деятельности, математическими знаниями, как структурированной информацией.</p>

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме зачета, относятся:

- задания по контрольной работе.
- промежуточная аттестация в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля. Время выполнения теста 45 мин.

Тестовые задания приведены в Приложении № 1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий реализована в программном обеспечении.

Оценка «зачтено» выставляется при правильном выполнении не менее 75% заданий.

Оценка «не зачтено» выставляется при правильном выполнении менее 75% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при получении оценки «зачтено».

3.3 Задания по темам практических занятий предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины.

В приложении № 2 приведены темы и типовые задания практических занятий. Задания для подготовки к практическим занятиям и материал, необходимый для подготовки к ним, в том числе показатели, критерии и шкалы оценивания результатов, представлены в

учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если он демонстрирует способность к полной самостоятельности (допускаются консультации с преподавателем по сопутствующим вопросам) в выборе способа решения неизвестных или нестандартных заданий в рамках учебной дисциплины с использованием знаний, умений и навыков, полученных как в ходе освоения данной учебной дисциплины, так и смежных дисциплин;

Оценка «не зачтено» выставляется, если выявляется неспособность обучающегося самостоятельно продемонстрировать наличие знаний при решении заданий, которые были представлены преподавателем вместе с образцом их решения, отсутствие самостоятельности в применении умения к использованию методов освоения учебной дисциплины и неспособность самостоятельно проявить навык повторения решения поставленной задачи по стандартному образцу, что свидетельствует об отсутствии сформированной компетенции.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Учебным планом предусмотрено выполнение контрольной работы. Образцы типовых вариантов заданий контрольной работы приведены в Приложении № 3. Задания для выполнения контрольной работы представлены в учебно-методическом пособии, размещенном в электронной среде.

4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Контрольная работа оценивается «зачтено» и «не зачтено». Оценка «зачтено» выставляется обучающемуся в случае правильного выполнения всех предложенных заданий. Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине в третьем семестре в форме зачета проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

В случае не прохождения студентом всех видов текущего контроля успеваемости для оценивания результатов освоения дисциплины могут быть использованы типовые вопросы и образцы заданий из Приложения № 4.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Универсальная система оценивания включает в себя системы оценок: 1) «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»; 2) «зачтено», «не зачтено»; 3) 100 – балльную/процентную систему и правило перевода оценок в пятибалльную систему (табл. 2).

Таблица 2 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0-40%	41-60%	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
1 Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно-корректно связывать между собой (только некоторые из которых может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимым для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект
2 Работа с информацией	Не в состоянии находить необходимую информацию, либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи
3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта	Не может делать научно корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые релевантные задачи данные	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0-40%	41-60%	61-80 %	81-100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
				релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил оценку «зачтено».

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине Математика (раздел «Теория вероятностей и математическая статистика») представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 35.03.09 Промышленное рыболовство.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И.Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры промышленного рыболовства 09.03.2022 г. (протокол № 9).

Заведующий кафедрой



А.А. Недоступ

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1.

Индикатор достижения компетенции ОПК-1.1: Использует знания математических наук для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования производственных процессов.

1. В комбинаторике по формуле $\frac{n!}{(n-m)!}$ рассчитывают:

1. сочетания без повторений из n различных элементов по m элементов
2. сочетания с повторениями из n различных элементов по m элементов
3. размещения с повторениями из n различных элементов по m элементов
4. размещения без повторений из n различных элементов по m элементов

2. Событие называется достоверным, если:

1. его вероятность близка к единице
2. при заданном комплексе факторов оно может произойти
3. при заданном комплексе факторов оно обязательно произойдет
4. вероятность события не зависит от причин, условий, испытаний

3. Формула Бернулли имеет вид:

1. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(k)$, $q = 1 - p$
2. $P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$
3. $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$, $q = 1 - p$
4. $P_n(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \Phi\left(\frac{k-np}{\sqrt{npq}}\right)$, $q = 1 - p$

4. Имеется 5 городов, каждый из которых соединен с каждым дорогой, не проходящей через остальные города. Общее количество дорог равно:

1. 15
2. 60
3. 10
4. 25

5. Подброшены две игральные кости. Вероятность того, что выпала хотя бы одна единица, равна:

1. 0/36
2. 1/4
3. 1/12
4. 11/36

6. Распределение непрерывной случайной величины X , заданной плотностью вероятности:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a; b] \\ 0, & x \notin [a; b] \end{cases}, \text{ называют:}$$

1. равномерным

- 2.показательным
- 3.биномиальным
- 4.нормальным

7. В законе распределения Пуассона для расчета вероятностей значений случайной величины X применяют формулу:

1. $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$
2. $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{\lambda}$
3. $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e$
4. $P(X = m) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

8. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{3x}{4} + \frac{3}{4} & \text{при } -1 < x \leq \frac{1}{3}, \\ 1 & \text{при } x > \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вероятность того, что в результате испытания X попадет в интервал $(0; \frac{1}{3})$, равна:

1. 0
2. 1
3. $\frac{1}{3}$
4. $\frac{1}{4}$

9. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

X	2	3	6	8
p	a	0,2	b	c

Тогда значения a, b, c **НЕ** могут быть равны:

1. $a=0,3$ $b=0,3$ $c=0,2$
2. $a=0,2$ $b=0,2$ $c=0,2$
3. $a=0,4$ $b=0,3$ $c=0,1$
4. $a=0,4$ $b=0,2$ $c=0,2$

10. Соответствие между возможными значениями двумерной случайной величины (x_i, y_j) и вероятностями их реализации p_{ij} называется:

1. законом распределения
2. условной вероятностью
3. плотностью распределения
4. функцией распределения

11. Задано статистическое распределение выборки объема $n = \sum_{i=1}^k n_i$:

x_i	x_1	x_2	...	x_k
-------	-------	-------	-----	-------

n_i	n_1	n_2	...	n_k
-------	-------	-------	-----	-------

Выборочное среднее \bar{x}_v вычисляется по формуле:

1. $\frac{x_1+x_2+\dots+x_k}{n}$

2. $\frac{x_1+x_k}{2}$

3. $\frac{x_1 \cdot n_1 + x_k \cdot n_k}{n}$

4. $\frac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \dots + x_k \cdot n_k}{n}$

12. Сумма доверительной вероятности и уровня значимости равна:

- 1
- неотрицательному числу
- 0
- числу из интервала от 0 до 1

13. Оценка $\tilde{\theta}$ параметра θ распределения генеральной совокупности, для которой выполнено равенство $M(\tilde{\theta}) = \theta$, называется:

- состоятельной
- эффективной
- несмещенной
- асимптотически несмещенная

14. Для случайной величины X, распределенной по закону Пуассона, центральный момент второго порядка равен:

- np
- λp
- λ
- npq

15. При построении доверительного интервала для генеральной доли (вероятности p) его центром является:

- выборочная средняя \bar{x}
- выборочная дисперсия s^2
- относительная частота $\frac{m}{n}$
- исправленная выборочная дисперсия s_0^2

Вариант 2.

Индикатор достижения компетенции ОПК-1.1: Использует знания математических наук для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования производственных процессов.

1. Размещения – это:

- возможность переставлять местами набор элементов

2. комбинации, составленные выбором из различных элементов различных элементов, отличающиеся либо составом элементов, либо порядком их следования
3. комбинации m элементов из n элементов, отличающиеся составом или порядком следования, причем выбранный элемент возвращается на место и может участвовать в дальнейшем выборе
4. комбинации, составленные выбором различных элементов из различных элементов, отличающиеся только составом (но не порядком следования)
5. комбинации, составленные из одних и тех же элементов и отличающиеся порядком их следования

2. Утверждение «Противоположные события всегда составляют полную группу»:

1. верно
2. зависит от природы случайных событий
3. неверно
4. верно только для независимых событий

3. На 9 карточках написаны цифры от 1 до 9. Вероятность того, что число, составленное из двух наугад взятых карточек, делится на 18, равна:

1. $1/9$
2. $1/18$
3. $1/3$
4. $1/36$

4. Число телефонных номеров из 6 цифр, при условии, что любая цифра может повторяться, равно:

1. 999 999
2. 998 900
3. 999 000
4. 1 000 000

5. Из пяти задолжников в академической ректор вызвал через старосту трех студентов. Староста забыл фамилии вызванных студентов и послал наудачу трех студентов.

Вероятность того, что к ректору явятся именно вызванные им студенты, равна:

1. 0,2
2. 0,1
3. 0,25
4. $1/3$

6. Функцией распределения случайной величины является:

1. $F(x) = P(X > x)$
2. $f(x) = F'(x)$
3. $F(x) = f'(x)$
4. $F(x) = P(X < x)$

7. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения:

X	-1	2	4
p	0,1	a	b

Тогда $M(X)=3,3$, если:

1. $a=0,1$ $b=0,8$

2. $a=0,1$ $b=0,9$
3. $a=0,8$ $b=0,1$
4. $a=0,2$ $b=0,7$

8. Плотность распределения случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -2, \\ \frac{1}{5} & \text{при } -2 < x \leq 3, \\ 0 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Тогда вероятность попадания X в интервал $(0,5; 1)$ равна:

1. 0,2
2. 0,1
3. 0,4
4. 0,25

9. Время ожидания автобуса есть равномерно распределенная в интервале $(0; 6)$ случайная величина X . Среднее время ожидания очередного автобуса равно:

1. 6
2. 3
3. 2
4. 1/4

10. Закон больших чисел утверждает, что:

1. при большом числе испытаний вероятность реализации случайного события становится близкой к единице
2. поведение произведения достаточно большого количества случайных величин становится почти закономерным
3. при большом числе испытаний средняя величина неограниченно возрастает
4. поведение суммы достаточно большого количества случайных величин становится почти закономерным

11. Выборка наблюдений, представленная в порядке возрастания, называется:

1. упорядоченным рядом
2. вариационным рядом
3. упорядоченной выборкой
4. статистическим рядом

12. Проведено 3 измерения некоторой случайной величины (в мм): 10; 12; 14. Тогда **несмещённая** выборочная оценка дисперсии равна:

1. 3
2. 4
3. 12
4. 10

13. При построении доверительного интервала для вероятности биномиально распределенного генерального признака в случае больших выборок используют распределение:

1. хи-квадрат
2. Стьюдента
3. Фишера
4. нормальное

14. Непараметрической гипотезой является предположение о:

1. неизвестном законе распределения генеральной совокупности
2. равенстве двух средних генеральных совокупностей
3. равенстве двух дисперсий генеральных совокупностей
4. равенстве дисперсии и математического ожидания

15. Левосторонняя критическая область принятия гипотезы может быть определена из соотношения:

1. $P(-x_{\text{крит}} < X < x_{\text{крит}}) = \gamma$
2. $P(X < -x_{\text{крит}}) + P(X > x_{\text{крит}}) = \alpha$
3. $P(X < -x_{\text{крит}}) = \alpha$
4. $P(X > x_{\text{крит}}) = \alpha$

Вариант 3.

Индикатор достижения компетенции ОПК-1.1: Использует знания математических наук для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования производственных процессов.

1. В магазине продаются 8 сортов роз. Покупатель просит составить букет из 5 роз. Число комбинаций различных сортов роз в букете рассчитывается по формуле:

1. сочетания без повторений
2. сочетания с повторениями
3. размещения с повторениями
4. размещения без повторений

2. Вероятности событий A и B равны соответственно 0,3 и 0,4. Вероятность их суммы, если вероятность их произведения 0,1, равна:

1. 0,6
2. 0,12
3. 0,7
4. 0,4

3. В группе из 20 студентов 4 отличника и 16 хорошистов. Вероятности успешной сдачи сессии для них соответственно равны 0,9 и 0,65. Вероятность того, что наугад выбранный студент успешно сдаст сессию, равна:

1. 7/10
2. 9/20
3. 7/20

4. 9/10

4. Число четырехбуквенных слов, которые можно образовать из букв слова «around», равно:

1. 360
2. 1440
3. 720;
4. 180

5. Из промежутка $[0; 2]$ наугад выбирается два числа. Вероятность того, что их сумма больше 2, равна:

1. 0,75
2. 0,25
3. 0,125
4. 0,5

6. **НЕ** является дискретной случайная величина:

1. масса наудачу взятой монеты
2. число попыток пересдач экзамена по теории вероятностей
3. количество «орлов» при подбрасывании 10 монет
4. число выпавших очков при подбрасывании двух игральных кубиков

7. Случайная величина X принимает целые неотрицательные значения от 0 до 5 с вероятностями

$$P(X = m) = C_5^m \cdot 0,9^m \cdot 0,1^{5-m}.$$

Тогда значение $D(2X+3)$ равно:

1. 2,7
2. 0,2
3. 1,2
4. 1,8

8. Если возможные значения непрерывной случайной величины X принадлежат интервалу (a, b) , то можно утверждать, что:

1. $f(x) = 0, x > b$
2. $f(x) = 0, x > a$
3. $f(x) = 1, a < x < b$
4. $f(x) = 1, x > b$

9. Функция распределения непрерывной случайной X величины имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

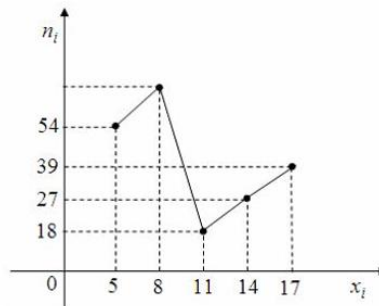
Тогда значение $D(X)$ равно:

1. 2/13
2. 1/12
3. 1/13
4. 1/14

10. В данной местности среднее значение скорости ветра у земли равно **4 м/с**. Вероятность p того, что в заданный день скорость ветра при одном наблюдении окажется более **25 м/с**, можно оценить как:

1. $p \leq 0,16$
2. $p \leq 0,08$
3. $p > 0,16$
4. $p > 0,08$

11. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 200$, полигон частот которой имеет вид:



Тогда относительная частота варианты $x_2=8$ равна:

1. 0,32
2. 0,69
3. 0,62
4. 0,31

12. Интервальная оценка математического ожидания нормально распределенного количественного признака $(8,4; 9,2)$. Выборочное среднее равно:

1. 8,8
2. 8,6
3. 9,0
4. 8,75
5. недостаточно данных

13. Доверительный интервал $(\theta^* - \delta, \theta^* + \delta)$ для параметра θ определяется по:

1. заданному значению δ и значению θ^* , которое находится из соотношения $P(|\theta^* - \theta| < \delta) = \gamma$
2. определенному из выборки θ^* и значению δ , которое находится из соотношения $P(|\theta^* - \theta| < \delta) = \gamma$
3. заданной доверительной вероятности γ и по ее выборочным данным δ и θ^*
4. определенным из выборки значениям δ и θ^*

14. При проверке статистических гипотез ошибка первого рода состоит в том, чтобы:

1. отвергнуть правильную нулевую гипотезу
2. принять нулевую и альтернативную гипотезы
3. отвергнуть нулевую и альтернативную гипотезы

4. принять неправильную нулевую гипотезу

15. Если альтернативная гипотеза имеет вид $H_1: a \neq 20$, критическая область будет:

1. двусторонней
2. левосторонней
3. правосторонней
4. отсутствовать

Приложение № 2

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Тема 1. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Тема 2. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Тема 3. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства

Тема 4. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Тема 5. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей.

Тема 6. Статистическое оценивание параметров распределения (точечные, интервальные оценки).

Тема 7. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера-Снедекора. Нахождение доверительных интервалов при нормальном распределении. Статистическая проверка статистических гипотез. Виды гипотез. Методы проверки. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические оценки параметров распределения.

Тема 8. Элементы корреляционного анализа. Регрессионный анализ.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

1. 5 защитников и 3 нападающих делятся на 2 команды по 4 человека. Сколько способов деления существует, если в каждой команде должен быть хотя бы 1 нападающий?
2. В магазине продают конфеты 5 сортов. Сколько вариантов букетов по 8 цветов в каждом можно составить?
3. Бросают 4 игральных кубика. Найти вероятность, что $A = \{\text{на двух кубиках выпадет совпадающее число очков, на остальных – разное и отличное от двух других}\}$, $B = \{\text{на всех 4 кубиках выпадет разное число очков}\}$

4. Из букв слова «ЗАДАЧА» выбирают три буквы без возвращения. Найти вероятность: $A = \{\text{Среди выбранных две буквы } A\}$, $B = \{\text{Среди выбранных хотя бы одна буква } A\}$, $C = \{\text{Среди выбранных нет буквы } A\}$
5. В круг радиуса $R=3$ вписан правильный треугольник. Найти вероятность попадания в треугольник наудачу брошенной в круг точки.
6. Стержень длины разломан на 3 части в двух наугад выбранных точках. Найти вероятность составления из полученных отрезков треугольника.
7. В урне 6 белых и 4 черных шара. Последовательно достают по одному шару до появления черного. Найти вероятность, что потребуется не менее 4 извлечений, если выбор а) с возвращением, б) без возвращения.
8. Производят три независимых измерения. Вероятность ошибки при каждом из них соответственно равны 0.1, 0.15 и 0.2. Найти вероятность того, что будет допущено не более двух ошибок.
9. Подготовка к экзамену содержит две темы по 10 вопросов в каждой. Студент знает ответы на 9 вопросов из первой темы и на 8 – из второй темы. Для сдачи экзамена нужно ответить на один вопрос. Найти вероятность, что:
 - а) студент сдаст экзамен;
 - б) студент не сдал экзамен, отвечая на вопрос из 2 темы.
10. Оценить шансы на успех трех игроков: первому нужно получить хотя бы одну «6» при бросаниях кости 6 раз, второму – не менее двух «6» при 12 бросаниях, третьему – не менее трех «6» при 18 бросаниях.
11. ДСВ X – число выпадений 6 очков при 4 бросаниях игральной кости. Для X :
 - а) составить ряд распределения, построить полигон распределения.
 - б) составить функцию распределения $F(x)$ и ее график;
 - в) найти $M(x)$, $D(x)$; $\sigma(x)$; моду.

12. Известна $f(x)$ для НСВ

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1; \\ bx^2, & 1 < x \leq 2; \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

Найти b , $F(x)$, $M(X)$, $D(x)$, $P(1 < X < 1,75)$. Построить графики $F(x)$, $f(x)$. Вероятность попадания в заданный интервал отметить на обоих графиках.

X	Y		
	-1	0	2
0	0,1	0,1	?
1	0,1	0,2	0,1
2	0,1	0,1	0,1

13. Закон распределения 2ДСВ (X, Y) задан таблицей

Найти:

- а) безусловные законы распределения X и Y
- б) условный закон распределения $X|Y=0$
- в) проверить зависимость X и Y ,
- г) проверить коррелированность X и Y ,
- д) записать уравнение регрессии X на Y и Y на X .

14. Плотность распределения 2НСВ задана выражением

$$f(x, y) = \begin{cases} C(x^4 + y^4) & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найти:

- а) параметр C ,
- б) одномерные плотности $f_X(x)$ и $f_Y(y)$,
- в) проверить зависимость X и Y ,
- г) найти коэффициент корреляции

15. Диаметр круга x измерен приближенно, причем . Рассматривая диаметр как случайную величину X , распределенную равномерно в интервале (a,b) , найти математическое ожидание и дисперсию площади круга.

16. Для новогоднего праздника Петя должен сделать гирлянду из 400 электрических лампочек. Он решает включить их параллельно. Лампочки оказались очень низкого качества – вероятность того, что какая-либо из них погаснет во время праздника, составляет 0,5. С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что число горящих лампочек будет заключено между 100 и 300.

17. По извлеченной случайной выборке генеральной совокупности величины X объема $n=50$ провести обработку статистических данных:

- получить интервальный ряд,
- построить полигон и гистограмму относительных частот,
- найти эмпирическую функцию распределения и кумуляту,
- оценить моду, медиану,
- вычислить числовые характеристики (среднее, дисперсию, с/кв отклонение, эксцесс E , асимметрию A ,
- проверить интервалы существенных значений A и E ,
- выдвинуть предположение о распределении генеральной совокупности,
- выполнить аналогичные расчеты через встроенную надстройку Excel Анализ данных

18. Найти методом наибольшего правдоподобия по выборке x_1, x_2, \dots, x_n точечную оценку

параметра p геометрического распределения: $P(X = x_i) = (1-p)^{x_i-1} p$, где x_i - число испытаний, произведенных до появления события, p - вероятность появления события в одном испытании (в общем виде, ДСВ, перемножаем вероятности двух событий).

19. Среди 250 деталей, изготовленных станком-автоматом, оказалось 32 нестандартных. Найти доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,99 неизвестную вероятность p изготовления станком нестандартной детали.

20. По данным двух выборок нормального закона распределения проверить гипотезу о равенстве генеральных средних (при конкурирующей гипотезе об их неравенстве) при уровне значимости $\alpha = 0.1$.

Приложение № 3

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ ЗАДАНИЙ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Раздел «Случайные события»

1. В партии из 80 банок 6 оказалось нестандартными. Найти вероятность того, что две взятые подряд банки окажутся нестандартными.
2. В ящике 10 заклепок: 5 железных, 3 латунных и 2 медных. Взяли наудачу 2 заклепки. Какова вероятность того, что обе они из одного материала.
3. Вероятность того, что телевизор в течение гарантийного срока потребует ремонта, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 6 проданных телевизоров в течение гарантийного срока А – потребуют ремонта не более одного Б – хотя бы один не потребует ремонта.
4. Посажено 900 семян кукурузы. Вероятность прорастания отдельного семени равна 0,8. Найти вероятность того, что взойдет не менее 700 ростков кукурузы.
5. Произведено 200 независимых испытаний. Вероятность осуществления события А В каждом из которых равна 0,6. Какова вероятность того, что событие осуществится: а) ровно 200 р ,б) от 180 до 190 раз, в) не менее 200 раз.

Раздел «Случайные величины»

1. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	11.3	11.6	12.4	13.2
P	0.5	0.1	0.2	0.2

Найти $M(X)$ $D(X)$ и $G(X)$ Построить график $F(X)$

2. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{5} & 0 < x \leq 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

Найти дифференциальную функцию $f(x)$, Найти $M(X)$, $D(X)$ и $\sigma(X)$. Найти $P(3 < x < 4)$ Построить график $F(X)$ и $f(X)$.

Раздел «Математическая статистика»

В ходе проведения экспериментов получен следующий набор данных для указанных ниже вариантов. Составить интервальный вариационный ряд, определить среднюю выборочную, выборочную дисперсию, среднее квадратическое отклонение выборки. Найти моду и медиану интервального вариационного ряда. Найти 95% доверительный интервал для истинного среднего значения. Построить гистограмму относительных частот.

17,2 10,6 18,9 17,5 14,6 14,1 12,6 21,1 15,5 18,2
 17,8 10,4 13,7 13,2 18,7 15,7 16,3 14,8 13,8 15,8
 15,4 16,9 14,7 15,3 13,4 17,3 15,4 13,5 15,8 17,8
 20,0 18,2 15,3 16,6 16,7 14,5 14,0 17,4 17,2 15,2
 16,6 13,6 17,9 13,9 12,9 15,5 17,0 12,7 16,4 14,8
 15,3 16,4 16,4 15,7 14,2 13,6 17,9 16,5 15,4 15,6
 15,4 17,0 16,9 15,2 16,1 15,9 14,3 14,2 18,0 15,9
 17,6 16,3 15,0 14,4 17,3 16,4 14,7 12,3 15,1 15,9
 16,7 16,4 15,5 16,7 15,7 15,1 17,7 15,4 11,0 12,5
 13,2 14,5 15,4 16,4 15,2 16,6 17,8 15,3 16,1 16,2

Приложение № 4

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

1. Случайные события. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
2. Произведение событий. Зависимые и независимые события. Теоремы умножения вероятностей.
3. Сумма событий. Теоремы сложения.
4. Следствия из теорем сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
5. Основные формулы комбинаторики. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
6. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
7. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности события в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
8. Дискретные случайные величины. Закон распределения. Числовые характеристики и их свойства.
9. Биномиальный, геометрический, гипергеометрический законы распределения. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
10. Интегральная функция распределения и ее свойства.
11. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности) и ее свойства.
12. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
13. Равномерный закон распределения.
14. Показательный закон распределения. Функция надежности.
15. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значений случайной величины и заданный интервал для нормального закона.
16. Вероятность отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания для нормального закона. Правило трех сигм.
17. Понятие о начальных и центральных моментах распределения.
18. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
19. Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.
20. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
21. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления.
22. Оценка неизвестных параметров распределения. Точечные оценки. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».
23. Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность.
24. Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения.
25. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.
26. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
27. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Критическая область.
28. Проверка гипотезы о нормальном распределении изучаемой случайной величины. Критерий Пирсона.

29. Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости Линейная корреляция. Уравнение регрессии. Коэффициент регрессии
30. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент (ковариация). Коэффициент корреляции и его свойства.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ К ЗАЧЕТУ

- В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
- В каждой из двух урн содержится 8 черных и 2 белых шара. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется черным.
- Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего стрелков эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятность того, что: 1) только один из стрелков поразит цель; 2) только два стрелка поразят цель; 3) все три стрелка поразят цель.
- Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает 2 вопроса, содержащиеся в его экзаменационном билете.
- Две команды по 20 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номеров участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что братья будут участвовать в соревновании под одним и тем же номером
- Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,99. Найти вероятность четырех попаданий при пяти выстрелах.
- От аэровокзала отправились 2 автобуса-экспресса к трапам самолетов. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в аэропорт равна 0,95. Найти вероятность того, что: 1) оба автобуса придут вовремя; 2) оба автобуса опоздают, 3) только один автобус придёт вовремя; 4) хотя бы один автобус придёт вовремя.
- Вероятность появления событий в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие наступит 60 раз в 100 испытаниях.
- Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие появится не менее 20 и не более 30 раз.
- Вероятность наступления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать отклонение относительной частоты появления события от его вероятности не больше, чем на 0,04.
- Заданы среднее квадратическое отклонение $\sigma = 10$ нормально-распределенной случайной величины X , выборочная средняя $x_{\bar{v}} = 18,21$, объем выборки $n = 16$. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания $M(X)$ с заданной надёжностью $\gamma = 0,95$.
- В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.
- Случайная дискретная величина X принимает три возможных значения: $x_1 = 4$ с вероятностью $p_1 = 0,5$; $x_2 = 6$ с вероятностью $p_2 = 0,3$ и x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X) = 8$.
- Случайная дискретная величина задана рядом распределения:

X	1	3	5	7	9
P	0.2	0.1	0.2	0.2	0.3

Найти функцию распределения $F(x)$ и построить её график. Найти дисперсию $D(2X)$.

15. Дана функция распределения непрерывной случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \sin x, & \text{если } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{если } x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения $f(x)$ и построить их графики. Найти вероятность того, что случайная величина X принадлежит промежутку $(-\pi/4; \pi/4)$.

16. Найти числовые характеристики случайной величины X , распределённой равномерно в интервале $(2; 8)$.

17. Написать плотность и функцию распределения показательного закона, если его параметр 2.5. Построить их графики.

18. Случайная величина X задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \pi/2, \\ 0, & \text{если } x \geq \pi/2. \end{cases}$$

Найти функцию распределения и построить их графики.

19. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлечённых деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.

20. В партии 10% нестандартных деталей. Наудачу отобраны четыре детали. Написать биномиальный закон распределения случайной дискретной величины X – числа нестандартных деталей среди четырёх отобранных.

21. Среди 30 экзаменационных билетов 8 лёгких. Два студента по очереди берут по билету. Какова вероятность того, что студентам достанется не больше одного лёгкого билета?

22. 40% изделий данного предприятия – это продукция высшего сорта. Некто приобрёл 5 изделий, изготовленных на этом предприятии. Чему равна вероятность, что четыре из них высшего сорта?

23. Из 20 стрелков 5 попадают в мишень с вероятностью 0.8; 8-с вероятностью 0.7; 4- с вероятностью 0.6 и 3- с вероятностью 0.5. Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент не поразит мишень.

24. Из 30 кинескопов, имеющихся в телевизионном ателье, 7 штук произведены заводом № 1, 15 – заводом № 2, восемь – заводом № 3. Вероятность того, что кинескоп изготовленный заводом № 1, в течение гарантийного срока не выйдет из строя, равна 0.95. Для кинескопа завода № 2 такая вероятность равна 0.9, а для завода № 3 – 0.8. Выбранный наудачу кинескоп выдержал гарантийный срок. Найти вероятность того, что это был кинескоп, изготовленный заводом № 3.

25. Вероятность выклева стерляди из икры в искусственных условиях, равна 0.7. Сколько икринок стерляди нужно взять на контроль, чтобы с надёжностью 0,95 можно было ожидать, отклонение относительной частоты от вероятности выклева не превзойдёт 0,05?

26. Случайная величина X имеет следующую интегральную функцию распределения

$$\text{вероятностей } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 1, \\ 1 - e^{-0.5(x-1)}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

Требуется: а) найти дифференциальную функцию распределения вероятностей; б) найти вероятность того, что случайная величина X принимает значение из интервала $(0,5; 2,5)$