

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
"КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"

Институт отраслевой экономики и управления

**Е. А. Гордеева**

## **ЭКОНОМЕТРИКА**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов  
специальности 38.05.01 Экономическая безопасность

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО "КГТУ"  
2023

УДК 330.43

Рецензент

доктор технических наук, профессор кафедры экономической теории  
и инструментальных методов Института отраслевой экономики и управления  
ФГБОУ ВО "КГТУ" А. М. Карлов

**Гордеева, Е. А.**

Эконометрика: учеб.-метод. пособие по изучению дисциплины для студентов специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, специализация "Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности"/ Е. А. Гордеева. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 68 с.

В учебно-методическое пособие по изучению дисциплины вошёл традиционный материал по основам эконометрики, который изучается в высшей школе и который предусмотрен рабочей программой модуля "Экономика и финансы" для направления подготовки 38.05.01 Экономическая безопасность.

В учебно-методическом пособии приведен тематический план по дисциплине и даны методические указания по её самостоятельному изучению, подготовке к лабораторным занятиям, задания и методические указания по выполнению контрольной работы, подготовке к промежуточной аттестации, выполнению самостоятельной работы. Пособие подготовлено в соответствии с требованиями утвержденной рабочей программы дисциплины "Эконометрика" специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, специализация "Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности".

Табл. 12, рис. 14, список лит. – 14 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала кафедрой экономической теории и инструментальных методов 31.08.2023 г., протокол № 01

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к изданию в качестве локального электронного методического материала для использования в учебном процессе методической комиссией ИНОТЭКУ ФГБОУ ВО «КГТУ» 22.09.2023 г., протокол № 11

УДК 330.43

© Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
"Калининградский государственный  
технический университет", 2023 г.  
© Гордеева Е. А., 2023 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
1 Тематический план по дисциплине и методические указания по её изучению .....	6
Тема 1. Основные понятия эконометрики .....	6
Тема 2. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики .....	7
Тема 3. Парный регрессионный анализ.....	8
Тема 4. Модель множественной регрессии .....	9
Тема 5. Системы эконометрических уравнений.....	10
Тема 6. Временные ряды в эконометрических исследованиях.....	11
2 Методические указания для подготовки к лабораторным занятиям.....	13
3 Методические указания по выполнению контрольной работы.....	29
4 Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации.....	66
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ.....	68

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящее учебно-методическое пособие по дисциплине "Эконометрика" подготовлено в соответствии с учебным планом и рабочей программой модуля 38.05.01 Экономическая безопасность.

Результаты обучения (знания, умения и владения) включают следующие компетенции студента:

*знать:*

– роль, место и значение эконометрики в экономической науке; основные предпосылки, необходимые для правильного применения классических регрессионных моделей; методики построения эконометрических моделей на основе пространственных данных и временных рядов; возможности использования эконометрических моделей для описания, анализа и прогнозирования реальных экономических процессов; технологию принятия решений о спецификации и идентификации моделей; виды нелинейных моделей, используемых в эконометрике, и принципы их преобразования к линейному виду; информационные системы поддержки эконометрических исследований и расчётов; основы анализа системы эконометрических уравнений; основы анализа и прогнозирования временных рядов; возможности практического применения эконометрических моделей в решении задач прикладной экономики;

*уметь:*

– применять понятийно-категориальный аппарат; обрабатывать эмпирические и экспериментальные данные; реализовывать методики построения эконометрических моделей; давать качественную оценку синтезированным эконометрическим моделям; проверять уравнения регрессии на отсутствие гетероскедастичности, автокорреляции случайных отклонений и мультиколлинеарности регрессоров; применять методы линеаризации для оценки параметров нелинейных моделей; выявлять идентифицируемые и неидентифицируемые уравнения в модели; анализировать и интерпретировать результаты эконометрических исследований для принятия управленческих решений по проблемам экономики;

*владеть:*

– навыками применения теоретического аппарата и доступных инструментов дисциплины для моделирования, анализа и решения экономических задач для оценки состояния и прогноза экономических явлений и процессов.

Оценочные средства поэтапного формирования результатов освоения дисциплины включают тестовые задания, типовые задания для проведения

лабораторных занятий и типовые задания для контрольной работы студентов заочной формы обучения.

Тестовые задания используются для оценки освоения тем дисциплины студентами очной и заочной форм обучения. Тестирование обучающихся на дневной форме проводится на практических занятиях после рассмотрения на лекциях соответствующих тем; на заочной форме – в основном в рамках самостоятельной работы.

Выполнение тестового задания по темам состоит, как правило, в выборе одного верного ответа из предлагаемых трёх вариантов. Оценка по результатам тестирования соответствует следующей шкале (% правильных ответов):

- от 0 до 55 – "неудовлетворительно";
- от 56 до 70 – "удовлетворительно";
- от 71 до 85 – "хорошо";
- от 86 до 100 – "отлично".

Типовые задания для проведения практических занятий дают примеры формирования эконометрических моделей и с их помощью исследований соответствующих экономических ситуаций.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме зачета. Процедура получения зачёта состоит в защите выполненной по итогам работы в семестре самостоятельной работы – на дневной форме обучения, контрольной работы – на заочной форме обучения.

Структура учебно-методического пособия. В первом разделе представлен тематический план по дисциплине и методические указания по её изучению. В разделе выделено 6 тем, каждая тема разбита на 4-6 вопросов.

Во втором разделе даны методические указания по подготовке к лабораторным занятиям.

В третьем разделе размещены методические указания по выполнению контрольной работы.

В четвертом разделе - методические указания по подготовке и сдаче экзамена.

В пятом разделе - методические указания по выполнению самостоятельной работы по дисциплине.

# 1 Тематический план по дисциплине и методические указания по её изучению

## Тема 1. Основные понятия эконометрики

Форма занятий – лекция.

**Вопросы для изучения:**

**Вопрос 1.** Возникновение и развитие эконометрики как особой отрасли общественно-экономической науки.

**Вопрос 2.** Предмет и метод эконометрики.

**Вопрос 3.** Понятие математической модели

**Вопрос 4.** Методология и этапы эконометрического моделирования.

**Вопрос 5.** Классификация переменных в эконометрических исследованиях.

## Методические указания по изучению темы 1

*Цель изучения темы* – освоить элементы методологии эконометрического моделирования, познакомиться с разными формами моделей, понять всю сложность корректного решения построения и использования таких моделей.

Таблица 1.1 – Этапы эконометрического моделирования.

Этап	Содержание этапа
1. Постановочный	Формулирование целей, широты и глубины исследования.
2. Априорный (доопытный)	Проведение теоретического анализа объекта, формирование априорной информации, гипотез и допущений.
3. Информационный	Сбор статистических данных, анализ их качества: актуальность, достоверность, точность.
4. Моделирование	Выбор компромиссной функции $Y=f(X)$ зависимости $Y$ от $X$ .
5. Идентификационный	Оценивание значений неизвестных параметров $b_0, b_1, \dots, b_p$ , анализ модели.
6. Оценка качества модели	Проверяется адекватность модели, точность расчётов, полученных на её основе.
7. Интерпретация результатов	Анализ результатов моделирования, их соответствие исходным данным, здравому смыслу, мнениям экспертов.

## Методические материалы по теме 1

В ходе работы по теме студенту следует использовать лекционный материал; материалы, полученные в ходе практического занятия, материалы в разделе дисциплины в ЭИОС КГТУ.

*Ссылки на рекомендуемые источники по теме 1:* [1, с. 3-24].

## **Тема 2. Основные понятия теории вероятностей и математической статистики**

**Форма занятий** – лекция.

**Вопросы для изучения:**

**Вопрос 1.** Случайное событие и случайная величина.

**Вопрос 2.** Законы распределения и количественные характеристики случайных величин.

**Вопрос 3.** Характеристики связи между случайными величинами.

**Вопрос 4.** Теоремы о количественных характеристиках случайных величин.

**Вопрос 5.** Понятие выборки, оценки и их свойства.

**Вопрос 6.** Понятие статистической гипотезы и порядок ее проверки.

### **Методические указания по изучению темы 2**

*Цель темы* – изучение закономерностей случайных явлений и их свойств, и использование их для анализа статистических данных.

Теория вероятностей вначале развивалась как прикладная дисциплина, в связи с этим ее понятия и выводы имели окраску тех областей знаний, в которых они были получены. Лишь постепенно выкристаллизовалось то общее, что присуще вероятностным схемам независимо от области их приложения, – массовые случайные события, действия над ними и их вероятности, случайные величины и их числовые характеристики. Большой вклад в развитие теории вероятностей внесли русские ученые. Впервые законченную систему аксиом сформулировал в 1936 г. советский математик академик А. Н. Колмогоров в своей книге "Основные понятия теории вероятностей". Практические приложения способствовали зарождению теории вероятностей, они же питают ее развитие как науки, приводя к появлению все новых ее ветвей и разделов.

Одной из важнейших сфер приложения теории вероятностей является экономика. В настоящее время сложно себе представить исследование и прогнозирование экономических явлений без использования эконометрического моделирования, регрессионного анализа, трендовых и сглаживающей моделей и других методов, опирающихся на теорию вероятностей.

Методы теории вероятностей широко применяются в различных отраслях естествознания и техники: в теории надёжности, теории массового обслуживания, в теоретической физике, геодезии, астрономии, теории стрельбы, теории ошибок наблюдений, теории автоматического управления, общей теории связи и во многих других теоретических и прикладных науках. Все это предопределяет необходимость овладения методами теории вероятностей и

математической статистики как инструментом статистического анализа и прогнозирования экономических и технологических явлений и процессов.

## **Методические материалы по теме 2**

В ходе работы по теме студенту следует использовать лекционный материал; материалы, полученные в ходе практического занятия, материалы в разделе дисциплины в ЭИОС КГТУ.

*Ссылки на рекомендуемые источники по теме 2: Конспект лекций, [1].*

## **Тема 3. Парный регрессионный анализ**

**Форма занятий** – лекция.

**Вопросы для изучения:**

**Вопрос 1.** Линейная модель парной регрессии.

**Вопрос 2.** Оценка параметров линейной регрессии методом наименьших квадратов.

**Вопрос 3.** Предпосылки метода наименьших квадратов.

**Вопрос 4.** Теорема Гаусса – Маркова.

**Вопрос 5.** Проверка значимости уравнения регрессии. Оценка качества уравнения регрессии с помощью коэффициента детерминации.

**Вопрос 6.** Оценка статистической значимости параметров линейной регрессии. Стандартные ошибки регрессии и коэффициентов регрессии. Стандартные ошибки регрессии и коэффициентов регрессии.

**Вопрос 7.** Интервальная оценка функции регрессии. Прогнозирование в регрессионных моделях.

## **Методические указания по изучению темы 3**

*Цель изучения темы* – теоретически обосновать точечные и интервальные оценки параметров регрессионной модели на основе пространственных или временных наблюдений ее переменных, точечный и интервальный прогноз значений зависимой переменной (или ее математического ожидания) при некоторых фиксированных значениях независимых переменных, освоить методы, применяемые в парном регрессионном анализе, предпосылки, при которых применение этих методов правомерно. Парный регрессионный анализ – это метод математической статистики, который позволяет найти наиболее точное и достоверное отображение (модель, аппроксимацию) стохастической зависимости между откликом  $Y$  и одним из факторов  $X$ .



### **Методические материалы по теме 3**

В ходе работы по теме студенту следует использовать лекционный материал; материалы, полученные в ходе практического занятия, материалы в разделе дисциплины в ЭИОС КГТУ.

*Ссылки на рекомендуемые источники по теме 3: Конспект лекций, [1].*

### **Тема 4. Модель множественной регрессии**

**Форма занятий** – лекция.

**Вопросы для изучения:**

**Вопрос 1.** Классическая нормальная линейная модель множественной регрессии. Оценка параметров линейного уравнения множественной регрессии методом наименьших квадратов.

**Вопрос 2.** Стандартные ошибки коэффициентов множественной регрессии. Нелинейные модели и способы их оценивания. Модели нелинейные по параметрам.

**Вопрос 3.** Модели нелинейные по переменным. Регрессионные модели с фиктивными переменными.

**Вопрос 4.** Мультиколлинеарность факторов. Методы устранения мультиколлинеарности.

**Вопрос 5.** Гетероскедастичность. Тест ранговой корреляции Спирмена.

**Вопрос 6.** Автокорреляция остатков. Тест Дарбина–Уотсона.

### **Методические указания по изучению темы 4**

*Цель изучения темы* – освоить методы, применяемые в множественном регрессионном анализе, предпосылки, при которых применение этих методов правомерно. Речь здесь пойдёт, как и в предыдущей теме, об эконометрическом - математическом - моделировании.

На любой экономический показатель чаще всего оказывает влияние не один, а несколько факторов. Например, спрос на некоторое благо определяется не только ценой данного блага, но и ценами на замещающие и дополняющие блага, доходом потребителей и многими другими факторами. В этом случае вместо парной регрессии рассматривается множественная регрессия.

Множественная регрессия широко используется в решении проблем спроса, доходности акций, при изучении функции издержек производства, в макроэкономических расчетах и в ряде других вопросов экономики. В настоящее время множественная регрессия – один из наиболее распространенных методов в эконометрике. Основной целью множественной регрессии является построение модели с большим числом факторов, а также определение влияния каждого

фактора в отдельности и совокупного их воздействия на моделируемый показатель.

Множественный регрессионный анализ является развитием парного регрессионного анализа в случаях, когда зависимая переменная связана более чем с одной независимой переменной.

#### **Методические материалы по теме 4**

В ходе работы по теме студенту следует использовать лекционный материал; материалы, полученные в ходе практического занятия, материалы в разделе дисциплины в ЭИОС КГТУ.

*Ссылки на рекомендуемые источники по теме 4: Конспект лекций, [1].*

#### **Тема 5. Системы эконометрических уравнений**

**Форма занятий** – лекция.

**Вопросы для изучения:**

**Вопрос 1.** Классификация систем уравнений в эконометрике.

**Вопрос 2.** Понятие системы одновременных уравнений.

**Вопрос 3.** Структурная и приведенная форма эконометрической модели. Проблема идентификации.

**Вопрос 4.** Необходимое и достаточное условия идентификации. Методы оценки параметров системы одновременных уравнений.

**Вопрос 5.** Косвенный метод наименьших квадратов. Двухшаговый метод наименьших квадратов.

#### **Методические указания по изучению темы 5**

*Целью изучения темы* является знакомство с различными видами систем эконометрических уравнений, изучение методов идентификации и оценивания этих систем, ознакомление с методами исследования, т. е. методами проверки, обоснования, оценивания количественных закономерностей и качественных утверждений (гипотез) в микро- и макроэкономике на основе анализа статистических данных. Изученные в предыдущих темах методы работы с регрессиями опирались на предположение о том, что исследуемый экономический показатель может быть описан некоторой регрессионной зависимостью от других показателей. Здесь мы рассмотрим ситуации, возникающие, как правило, при изучении сложных экономических систем, когда изучаемое экономическое явление или процесс описываются несколькими переменными, некоторые из них могут быть взаимозависимыми.

## **Методические материалы по теме 5**

В ходе работы по теме студенту следует использовать лекционный материал; материалы, полученные в ходе практического занятия, материалы в разделе дисциплины в ЭИОС КГТУ.

*Ссылки на рекомендуемые источники по теме 5: Конспект лекций, [1].*

## **Тема 6. Временные ряды в эконометрических исследованиях**

**Форма занятий** – лекция.

**Вопросы для изучения:**

**Вопрос 1.** Спецификация модели в виде временного ряда и его основные характеристики.

**Вопрос 2.** Нестационарные временные ряды.

**Вопрос 3.** Выравнивание уровней временного ряда, определение функции тренда.

**Вопрос 4.** Прогнозирование тенденций развития с помощью моделей кривых роста.

## **Методические указания по изучению темы 6**

*Цель изучения темы* - понимание структуры данных, выявление закономерностей и трендов, а также прогнозирование будущих значений. Это позволяет принимать информированные решения и планировать действия на основе исторических данных.

Временные ряды могут иметь различные характеристики, которые влияют на выбор методов анализа и прогнозирования. Вот некоторые из основных характеристик:

- Тренд – долгосрочное направление изменения временного ряда. Тренд может быть возрастающим (положительным), убывающим (отрицательным) или отсутствовать. Сезонность – повторяющиеся паттерны изменений в данных, которые происходят с фиксированным периодом. Например, увеличение продаж в периоды праздников.

- Цикличность – повторяющиеся паттерны изменений в данных, которые не имеют фиксированного периода. Например, бизнес-циклы, которые могут повторяться через несколько лет.

- Шум – случайные или необъяснимые колебания в данных.

Анализ временных рядов включает в себя ряд методов и подходов для изучения и прогнозирования этих рядов. Вот некоторые из основных методов:

- Визуальный анализ – включает построение графиков для визуального изучения трендов, сезонности и других характеристик.

- Статистический анализ – использование статистических методов для описания и моделирования временных рядов. Например, расчет среднего значения, стандартного отклонения, анализ автокорреляции и других статистических показателей.

- Методы сглаживания – использование различных техник для удаления шума и выявления общих трендов в данных. Например, скользящее среднее или экспоненциальное сглаживание.

- Методы декомпозиции – разложение на составляющие части, такие как тренд, сезонность и остаток. Это позволяет лучше понять структуру данных и выделить важные компоненты.

- Методы прогнозирования – использование моделей и алгоритмов для прогнозирования будущих значений. Например, модели ARIMA (авторегрессионная интегрированная скользящая средняя) или модели глубокого обучения, такие как рекуррентные нейронные сети (RNN).

### **Методические материалы по теме 6**

В ходе работы по теме студенту следует использовать лекционный материал; материалы, полученные в ходе практического занятия, материалы в разделе дисциплины в ЭИОС КГТУ.

*Ссылки на рекомендуемые источники по теме 6: Конспект лекций, [1].*

## 2 Методические указания для подготовки к лабораторным занятиям

### Тесты

При работе с тестами важно не только "угадать" правильный ответ, но и понять: почему именно такой ответ правильный.

### Вариант 1

1. Гетероскедастичность – это в эконометрике термин, обозначающий:

1. Неоднородность наблюдений, которая выражается в непостоянной (неодинаковой) дисперсии случайной ошибки эконометрической (регрессионной) модели

2. Однородную вариантность значений наблюдений, которая выражена в относительной стабильности, гомогенности дисперсии случайной ошибки эконометрической (регрессионной) модели

3. Мету разброса значений случайной величины относительно ее математического ожидания.

2. Мультиколлинеарность – это в эконометрике термин, обозначающий:

1. Метод, позволяющий оценить параметры модели, опираясь на случайные выборки

2. Статистическую зависимость между последовательными элементами одного ряда, которые взяты со сдвигом

3. Наличие линейной зависимости между факторами (объясняющими переменными) регрессионной модели.

3. Эконометрика – это наука, которая изучает:

1. Структуру, порядок и отношения, сложившиеся на основе операций подсчета, измерения и описания формы объектов

2. Возможности применения методов математики для решения экономических задач

3. Количественные и качественные экономические взаимосвязи, и взаимозависимости, опираясь на методы и модели математики и статистики.

4. Модели временных рядов в эконометрике – это модели:

1. Которые используются для того, чтобы определить, как себя будет вести тот или иной фактор в течение определенного промежутка времени

2. Которые позволяют максимально точно рассчитать период времени, требующийся для того, чтобы значение фактора изменилось на значимую величину

3. Для построения которых используются данные, характеризующие один объект за несколько последовательных периодов.

5. Метод наименьших квадратов в эконометрике – это метод:

1. Который используется для расчета наименьших отклонений случайных величин, влияющих на конечный результат

2. Который позволяет решать задачи, опираясь на минимизацию суммы квадратов отклонений некоторых функций от искомых переменных

3. Который позволяет оценить значение неизвестного параметра, минимизируя значение функции правдоподобия.

6. Модели в эконометрике – это:

1. Средство прогнозирования значений определенных переменных

2. Экономические и статистические зависимости, выраженные математическим языком

3. Данные одного типа, сгруппированные определенным образом.

7. Типы данных в эконометрике.

1. Постоянные, переменные

2. Определенные, неопределенные, качественные, количественные

3. Пространственные, временные, панельные.

8. Зависимая переменная в эконометрике – это:

1. Параметр, состоящий из случайной и неслучайной величин

2. Некоторая переменная регрессионной модели, которая является функцией регрессии с точностью до случайного возмущения

3. Переменная, которая получается путем перевода качественных характеристик в количественные, т.е. путем присвоения цифровой метки.

9. Цель эконометрики.

1. Поиск, трактовка (с использованием математического инструментария) и систематизация факторов, которые влияют на поведение экономического объекта

2. Выявление качественных и количественных связей между характеристиками экономических объектов с целью построить экономическую модель их развития

3. Разработка инструментов для прогнозирования поведения экономического объекта в различных ситуациях и на их базе решение практических задач по управлению объектом, выбору поведения в сложившихся экономических условиях и т. д.

10. Выборочная дисперсия представляет собой....

1. Несмещенную оценку генеральной дисперсии

2. Смещенную оценку генеральной дисперсии

3. Смещенную оценку моды.

11. Приемы для идентификации эконометрической модели.

1. Проверка адекватности, статистический анализ

2. Оценка параметров, статистический анализ

3. Расчет математических ожиданий, проверка адекватности.
12. Типы переменных в эконометрике бывают:
  1. Предопределенные, экзогенные, эндогенные
  2. Пространственные, временные, панельные
  3. Экзогенные, эндогенные.
13. Показатель, измеряющий тесноту статистической связи между переменной и объясняющими переменными:
  1. Коэффициент детерминации
  2. Коэффициент рекурсии
  3. Коэффициент корреляции.
14. Критические значения статистики Дарбина-Уотсона зависят от следующих факторов:
  1. Количество наблюдений в выборке и число объясняющих переменных
  2. Число объясняющих переменных и конкретные значения переменных
  3. Количество наблюдений в выборке и конкретные значения переменных.
15. Априорный этап построения эконометрической модели представляет собой:
  1. Предмодельный анализ экономической сущности изучаемого явления, формирование и формализация априорной информации
  2. Сбор и регистрация информации об участвующих в модели факторах и показателях
  3. Независимое оценивание значений участвующих в модели факторах и показателях.

## **Вариант 2**

1. Статистической зависимостью называется ...
  1. точная формула, связывающая переменные
  2. связь переменных без учета воздействия случайных факторов
  3. связь переменных, на которую накладывается воздействие случайных факторов
  4. любая связь переменных.
2. Универсальным способом задания случайной величины  $X$  является задание ее ... распределения
  1. функции
  2. ряда
  3. плотности
  4. полигона.
3. Дискретной называется случайная величина, ...
  1. множество значений которой заполняет числовой промежуток

2. которая задается плотностью распределения
3. которая задается полигоном распределения
4. которая принимает отдельные, изолированные друг от друга значения.

4. Выборочная средняя является ...

1. несмещенной оценкой генеральной дисперсии
2. несмещенной оценкой генеральной средней
3. смещенной оценкой генеральной средней
4. смещенной оценкой генеральной дисперсии.

5. Выборочная дисперсия является ...

1. смещенной оценкой генеральной дисперсии
2. несмещенной оценкой генеральной дисперсии
3. несмещенной оценкой генеральной средней
4. смещенной оценкой генеральной средней.

6. В модели парной линейной регрессии величина  $U$  является ...

1. неслучайной
2. постоянной
3. случайной
4. положительной.

7. В модели парной линейной регрессии величина  $x$  является ...

1. случайной
2. неслучайной
3. положительной
4. постоянной.

8. Предположение о нормальности распределения случайного члена необходимо для ...

1. расчета коэффициента детерминации
2. проверки значимости коэффициента детерминации
3. проверки значимости параметров регрессии и для их интервального оценивания
4. расчета параметров регрессии.

9. Эконометрика – наука, изучающая ...

1. проверку гипотез о свойствах экономических показателей
2. эмпирический вывод экономических законов
3. построение экономических моделей
4. закономерности и взаимозависимости в экономике методами математической статистики.

10.  $M(X)$  и  $D(X)$  – это ...

1. линейные функции
2. числовые характеристики генеральной совокупности (числа)



3. функции

4. нелинейные функции.

11. Для разных выборок, взятых из одной и той же генеральной совокупности, выборочные средние ...

1. и дисперсии будут одинаковыми

2. будут одинаковы, а дисперсии будут различными

3. будут различны, а дисперсии будут одинаковыми

4. и дисперсии будут различными.

12. Стандартными уровнями значимости являются ...% и ...% уровни

1. 4 / 3

2. 5 / 1

3. 3 / 2

4. 10 / 0,1.

13. Если наблюдаемое значение критерия больше критического значения, то гипотеза ...

1.  $H_1$  отвергается

2.  $H_1$  принимается

3.  $H_0$  отвергается

4.  $H_0$  принимается.

14. Величина  $\text{var}(y)$  – это дисперсия значений ... переменной

1. наблюдаемых зависимой

2. наблюдаемых независимой

3. расчетных зависимой

4. расчетных независимой.

15. Коэффициентом детерминации  $R^2$  характеризуют долю вариации переменной ... с помощью уравнения регрессии

1. зависимой, объясненную

2. зависимой, необъясненную

3. независимой, объясненную

4. независимой, необъясненную.

### Вариант 3

1. Пространственные данные – это данные, полученные от ... моменту (ам) времени

1. одного объекта, относящиеся к разным

2. разных однотипных объектов, относящихся к разным

3. разных однотипных объектов, относящихся к одному и тому же

4. одного объекта, относящиеся к одному.

2. При идентификации модели производится ... модели

1. проверка адекватности
2. оценка параметров
3. статистический анализ и оценка параметров
4. статистический анализ.

3. Геометрически, математическое ожидание случайной величины – это ...

распределения

1. центр
2. мера рассеяния относительно центра
3. мера отклонения симметричного от нормального
4. мера отклонения от симметричного.
4. Если случайные величины  $X, Y$  независимы, то ...

1.  $M(X+Y) = M(X) + M(Y)$

2.  $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$

3.  $D(X+Y) ? D(x) + D(Y)$

4.  $M(X+Y) ? M(x) + M(Y)$ .

5. Если случайные величины независимы, то теоретическая ковариация ...

1. положительная
2. отрицательная
3. равна нулю
4. не равна нулю.

6. Некоррелированность случайных величин означает ...

1. отсутствие линейной связи между ними
2. отсутствие любой связи между ними
3. их независимость
4. отсутствие нелинейной связи между ними.

7. Коэффициенты регрессии ( $a, b$ ) в выборочном уравнении регрессии

определяются методом (ами) ...

1. наименьших квадратов
2. взвешенных наименьших квадратов
3. моментов
4. градиентными.

8. Коэффициент регрессии  $b$  показывает ...

1. на сколько единиц в среднем изменяется переменная  $y$  при увеличении независимой переменной  $x$  на единицу

2. прогнозируемое значение зависимой переменной при  $x = 0$

3. прогнозируемое значение зависимой переменной при  $x > 0$

4. прогнозируемое значение зависимой переменной при  $x < 0$ .

9. Временные ряды – это данные, характеризующие ... момент ( $t$ ) времени

1. один и тот же объект в различные

2. разные объекты в один и тот же
3. один и тот же объект в один и тот же
4. разные объекты в различные.
10. Выборочная совокупность – это ...
  1. любое множество наблюдений
  2. значения случайной величины, удовлетворяющие условиям наблюдения
  3. множество наблюдений, составляющих часть генеральной совокупности
  4. значения случайной величины, принятые в процессе наблюдения.
11. Оценка называется состоятельной, если ...
  1. имеет минимальную дисперсию по сравнению с выборочными оценками
  2. дает точное значение для малой выборки
  3. её математическое ожидание равно оцениваемому параметру
  4. дает точное значение для большой выборки.
12. Статистическим критерием называют случайную величину, которая служит для проверки гипотезы ...
  1. о зависимости случайных величин, вычисленных по данным выборки
  2. конкурирующей
  3. о независимости случайных величин
  4. нулевой.
13. Выборочная ковариация является мерой ... двух переменных
  1. взаимосвязи
  2. нелинейной связи
  3. рассеяния
  4. линейной связи.
14. Коэффициент регрессии  $a$  показывает ...
  1. как меняется переменная  $y$  при увеличении переменной  $x$  на 1%
  2. прогнозируемое значение зависимой переменной при  $x = 0$
  3. прогнозируемое значение зависимой переменной при  $x > 0$
  4. прогнозируемое значение зависимой переменной при  $x < 0$ .
15. Допустимый предел значений средней ошибки аппроксимации ...%
  1. не более 8-10
  2. более 10-20
  3. не более 10-20
  4. более 8-10.

## **Задачи**

### **Задание 1**

Имеются отчётные данные данным по предприятиям. Провести регрессионный анализ зависимости индекса снижения себестоимости продукции ( $y$ ) от трудоемкости ( $x_1$ ) и удельного веса покупных изделий ( $x_2$ ).

Таблица 2 – Отчётные данные по экономическим показателям деятельности предприятий

№ п/п	$y$	$x_1$	$x_2$	№ п/п	$y$	$x_1$	$x_2$
1	204	0,23	0,40	8	56	0,26	0,44
2	209	0,24	0,26	9	52	0,49	0,17
3	222	0,19	0,40	10	46	0,36	0,39
4	236	0,17	0,50	U	53	0,37	0,33
5	62	0,23	0,40	12	31	0,43	0,25
6	53	0,43	0,19	13	146	0,35	0,32
7	172	0,31	0,25	14	18	0,38	0,02

Задание:

1. Оценить качество полученной эконометрической модели, используя коэффициент корреляции, индекс детерминации, среднюю ошибку аппроксимации, остаточную дисперсию.

Сделать выводы на основе рассчитанных оценочных показателей.

2. Оценить качество модели с использованием  $F$ -критерия Фишера.

### Задание 2

Данные о прибыли предприятия  $y$  (млн. руб.) и расходах на рекламу  $x$  за 9 кварталов представлены в таблице.

$Y$	5	7	12	16	23	21	19	18	16
$X$	0,8	1,1	1,8	2,5	4,1	5,5	7,3	8,1	8,9

Требуется:

1. Построить корреляционное поле и выдвинуть гипотезу о форме зависимости между рассматриваемыми показателями;

2. Оценить по методу наименьших квадратов (МНК) коэффициенты линейного уравнения регрессии общего вида  $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1x$  и сделать вывод о качестве построенного уравнения;

3. Оценить по МНК коэффициенты параболического уравнения регрессии общего вида  $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1x + \beta_2x^2$  и сделать вывод о его качестве;

4. Обосновать выбор лучшей модели.

### Задание 3

Результаты исследования динамики веса семги, выращиваемой в садках, приведены в таблице.

Возраст (недели) ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7
--------------------------	---	---	---	---	---	---	---

Средний привес, граммов ( $y$ )	120	250	390	520	640	770	920
---------------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Предполагая, что генеральное уравнение регрессии - линейное со свободным членом:

а) определить параметры уравнения регрессии и остаточную дисперсию дисперсии  $S^2$ ;

б) проверить при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  значимость уравнения регрессии (т. е. гипотезу  $H_0: \beta_1 = 0$ );

в) с надежностью  $\gamma = 0,8$  определить интервальную оценку параметров  $\beta_0$  и  $\beta_1$ .

г) Определить доверительный интервал прогнозируемого привеса предсказания на восьмую неделю (в точке  $x = 8$ ).

Сделайте выводы.

#### Задание 4

Исследуется зависимость спроса и предложения некоторого товара от его цены, дохода и процентной ставки, которая представлена следующей структурной формой модели (в виде системы одновременных или (совместных) уравнений):

$$\begin{cases} Q_t^s = a_1 + a_2 p_t + a_3 R_t + \varepsilon_1, \\ Q_t^d = b_1 + b_2 p_t + b_3 Y_t + b_4 Y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ Q_t^s = Q_t^d = Q_t, \end{cases}$$

где  $Q_t^s$  - предложение в момент времени  $t$ ;  $Q_t^d$  - спрос в момент времени  $t$ ;  $p_t$  - цена товара в момент времени  $t$ ;  $R_t$  - процентная ставка в момент времени  $t$ ;  $Y_t$  - доход в момент времени в момент времени  $t$ ;  $Y_{t-1}$  - доход предшествующего периода.

В этой модели цена и величина спроса-предложения определяются одновременно, в связи, с чем эти переменные должны считаться эндогенными.

Информация за восемь лет о приростах всех показателей представлена в таблице.

Номер года	$Q_t$	$R_t$	$Y_t$	$Y_{t-1}$	$p_t$
1	40	3,0	15	13	6
2	45	3,0	15	15	6
3	40	2,0	18	15	5
4	50	3,5	20	18	8
5	35	2,5	18	20	5
6	45	4,0	22	18	9
7	50	3,5	21	22	10
8	45	3,5	22	21	9
$\Sigma$	350	25,0	151	142	58

Для данной структурной модели была получена система приведенных уравнений:

$$\begin{cases} Q_t = 24,4730 + 5,2374 \cdot R_t + 0,1652 \cdot Y_t + 0,0116 \cdot Y_{t-1}, \\ p_t = -4,4268 + 1,9746 \cdot R_t + 0,1915 \cdot Y_t + 0,1065 \cdot Y_{t-1}. \end{cases}$$

Задание:

1. Провести идентификацию модели.
  2. Рассчитать параметры первого уравнения структурной модели.
- Сделать выводы.

### Задание 5

По 10 рыбоконсервным комбинатам рыбной отрасли имеется следующая информация, характеризующая зависимость объема выпуска консервов  $y$  (млн. руб.) от количества отработанных за год человеко-часов  $x_1$  (тыс. чел.-ч) и среднегодовой стоимости производственного оборудования  $x_2$  (млн. руб.):

Уравнение регрессии $y = 35 + 0,06x_1 + 2,5x_2$
Множественный коэффициент корреляции 0,9
Сумма квадратов отклонений расчетных значений результата от фактических 3000

Задание:

1. Определите коэффициент детерминации в этой модели.
2. Составьте таблицу результатов дисперсионного анализа.
3. Проанализируйте полученные результаты регрессионного анализа.

### Задание 6

Модель спроса и предложения на деньги описывается следующей структурной формой модели:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11}M_t + b_{12}Y_t + \varepsilon_1 \\ Y_t = a_2 + b_{12}R_t + \varepsilon_2 \end{cases}$$

где  $R$  - процентные ставки в период  $t$ ;  $Y$  - ВВП в период  $t$ ;  $M$  - денежная масса в период  $t$ .

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определите метод оценки параметров модели.
3. Запишите приведенную форму модели и поясните для чего её можно использовать.

### Задание 7

Администрация коммерческого банка изучает динамику депозитов физических лиц за ряд лет (млрд. руб.) на основании данных, представленных ниже:

	Сумма
Время, лет . . . . .	1 2 3 4 5 6 7 28
Депозиты физических лиц, $x$ . . .	2 6 7 3 10 12 13 53

Известно также следующее:  $\sum x^2 = 511$ .

Задание:

Постройте уравнение линейного тренда и дайте интерпретацию его параметров.

Определите коэффициент детерминации для линейного тренда.

Руководство банка предполагает, что среднегодовой абсолютный прирост депозитов физических лиц составляет не менее 2,5 млрд. руб. Подтверждается ли это предположение результатами, которые вы получили?

### Задание 8

Имеются данные об уровне дивидендов, выплачиваемых по обыкновенным акциям (в процентах), и среднегодовой стоимости основных фондов компании ( $x$ , млн. руб.) в сопоставимых ценах за последние девять лет:

Показатель	Годы								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Среднегодовая стоимость основных фондов	69	70	72	74	75	78	78	80	81
Дивиденды по обыкновенным акциям	4,6	4,0	3,3	2,7	2,4	2,1	1,9	1,7	1,8

Задание:

Определить параметры уравнения регрессии по первым разностям и дайте их интерпретацию. В качестве зависимой переменной используйте показатель дивидендов по обыкновенным акциям.

1. В чем состоит причина построения уравнения регрессии по первым разностям, а не по исходным уровням рядов?

Сделайте выводы (указать правильный ответ со ссылкой на источник).

### Задание 9

Моделирование прибыли фирмы по уравнению  $y=ab^x$  привело к результатам, представленным в таблице.

Порядковый номер квартала	Прибыль фирмы, млн. руб., $y$	
	фактическая	расчетная
1	10	11
2	12	11
3	15	17
4	17	15
5	18	20
6	11	11
7	13	14
8	19	16

Задание:

Определите качество модели. Для этого:

- определите ошибку аппроксимации;
- найдите показатель тесноты связи прибыли с исследуемым в модели фактором;
- рассчитайте F-критерий Фишера и с его помощью оцените качество модели.

### Задание 10

Модель денежного и товарного рынков региона представлена следующей моделью в натуральном виде:

$$R_t = a_1 + b_{12}Y_t + b_{14}M_t + \varepsilon_1 \text{ (функция денежного спроса);}$$

$$Y_t = a_2 + b_{21}R_t + b_{23}I_t + b_{25}G_t + \varepsilon_2 \text{ (функция товарного рынка);}$$

$$I_t = a_3 + b_{31}R_t + \varepsilon_3 \text{ (функция инвестиций),}$$

где  $R$  - процентные ставки;  $Y$  - реальный ВВП;  $M$  - денежная масса;  $I$  - внутренние инвестиции;  $G$  - реальные государственные расходы.

Задание:

- Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели представленной структурной макроэкономической модели.
- Определить метод оценки (расчёта) параметров модели.
- Составить приведенную форму модели для структурной модели. В чём смысл преобразования структурной формы модели в приведенную форму модели?



### Задание 11

На основе отчётных данных по 12 рыбоконсервным комбинатам отрасли построена эконометрическая модель зависимости объёма производства рыбной продукции  $y$  (млн. руб.) от численности промышленно-производственного персонала  $x$  (чел.). Результаты расчетов представлены в таблице:

Уравнение регрессии $y = 20 - 0,3x + 0,05x^2$
Доля остаточной дисперсии в общей дисперсии 18 %

Задание.

Определить:

- индекс корреляции;
- значимость уравнения регрессии;
- оценить качество уравнения регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера.

### Задание 12

Изучается динамика потребления рыбы и морепродуктов в Калининградском регионе. С этой целью были собраны данные об объемах среднедушевого потребления рыбы и морепродуктов  $y_t$  (кг) за 9 месяцев. Предварительная обработка данных путем логарифмирования привела к получению следующих результатов:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\ln y_t$	2,10	2,11	2,13	2,17	2,22	2,28	2,31	2,33	2,34

Задание:

- Построить уравнение экспоненциального тренда и охарактеризовать его.
- Оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии и коэффициента корреляции с помощью  $t$ -критерия Стьюдента.

### Задание 13

Изучается зависимость материалоемкости продукции от размера предприятия по 10 однородным комбинатам.

Показатель	Материалоемкость продукции по заводам									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Потреблено сырья и материалов на единицу продукции, кг	9	6	5	4	3,7	3,6	3,5	6	7	3,5
Выпуск продукции, тыс. ед.	100	200	300	400	500	600	700	150	120	250

Задание:

1. Найдите параметры уравнения  $y = a + \frac{b}{x}$ .
2. Оцените тесноту связи с помощью индекса корреляции.
3. Сделайте вывод о значимости уравнения регрессии.

#### Задание 14

Модель денежного рынка:

$$R_t = a_1 + b_{11}M_t + b_{12}Y_t + \varepsilon_1,$$

$$Y_t = a_2 + b_{21}R_t + b_{22}I_t + \varepsilon_2,$$

$$I_t = a_3 + b_{33}R_t + \varepsilon_3,$$

где  $R$  - процентные ставки;  $Y$  - ВВП;  $M$  - денежная масса;  $I$  - внутренние инвестиции.

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определить метод оценки (расчёта значений) параметров модели.
3. Записать приведенную форму модели для данной структурной формы модели, представленной в условии задания.

#### Задание 15

По данным ООН за 2013-2014 годы уровень жизни в разных странах характеризуется следующими показателями (таблица 3). Человеческий потенциал является одним из основных видов совокупного экономического потенциала и отличается конкретными и качественными характеристиками. Необходимая численность населения отличается определенными качественными показателями (квалификационной и профессиональной структурой) и является необходимым ресурсом, без которого невозможно не только развитие национальной экономики, но и ее нормальное функционирование. Соответственно, чем больше степень обеспеченности человеческим потенциалом, тем больше потенциальная способность национальной экономики к росту.

Таблица 3 – Показатели, характеризующие уровень жизни населения разных стран

Страна	ВВП на душу населения, долл. *, у	Индекс человеческого развития (ИЧР), x1	Международный индекс счастья (HPI - Happy Planet Index ), x2
Норвегия	98860	0,944	51,4
Австралия	59360	0,933	36,6
Швейцария	80970	0,917	50,3
Нидерланды	47970	0,915	50,6
США	52340	0,914	30,7
Уругвай	13580	0,790	37,2
Багамские острова	20600	0,789	59,2
Черногория	7220	0,786	41,0
Беларусь	6530	0,786	38,1
Румыния	8820	0,785	43,9
Мальдивы	5750	0,698	53,5
Монголия	3160	0,698	35,0
Туркменистан	5410	0,698	24,0
Самоа	3260	0,694	61,0
Непал	700	0,540	50,0
Пакистан	1260	0,537	54,1
Кения	860	0,535	27,8
Свазиленд	2860	0,530	18,4
Ангола	4580	0,526	26,8
Россия	12700	0,778	34,5

\* в долларах США в текущих ценах (без поправки на инфляцию).

Задание:

1. Построить матрицу парных коэффициентов корреляции.
2. Построить парные линейные уравнения регрессии, принимая душевой доход в качестве объясняющей переменной. Построить график остатков. Сделайте выводы.
3. Оценить значимость уравнений регрессии в целом и их параметров. Сравнить полученные результаты, выбрать лучшее уравнение регрессии.

### Задание 16

Предложение и спрос на рынке характеризуются следующей моделью:

$$q_1 = a_1 + b_1 p + \varepsilon_1,$$

$$q_2 = a_2 + b_2 p + \varepsilon_2,$$

$$q_1 = q_2,$$

где  $q_1$  - спрос на товар;  $q_2$  - предложение количества товара;  $p$  - цена, по которой заключаются сделки.

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определить метод оценки (расчёта) параметров модели.
3. Записать приведенную форму модели.

### Задание 17

Для изучения рынка жилья в городе были собраны о 46 коттеджах данные, на основании которых было построено уравнение множественной регрессии:

$$y = 21,1 - 6,2x_1 + 0,95x_2 + 3,57x_3 ; R^2 = 0,7 ;$$

$$(1,8) (0,54) (0,83)$$

где  $y$  - цена объекта, тыс. долл.;  $x_1$  - расстояние до центра города, км;  $x_2$  - полезная площадь объекта, кв. м;  $x_3$  - число этажей в доме, ед.;  $R^2$  - коэффициент множественной детерминации.

*В скобках указаны значения стандартных ошибок для коэффициентов множественной регрессии.*

Задание:

1. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент регрессии  $b_1$  в генеральной совокупности равен нулю.
2. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент регрессии  $b_2$  в генеральной совокупности равен нулю.
3. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент регрессии  $b_3$  в генеральной совокупности равен нулю.
4. Проверьте гипотезу о том, что коэффициенты регрессии  $b_1, b_2$  и  $b_3$  в генеральной совокупности одновременно равны нулю (или что коэффициент детерминации равен нулю).
5. Поясните расхождение результатов, полученных в пп. 1, 2 и 3, с результатами, полученными в п. 4.

### **3 Методические указания по выполнению контрольной работы**

#### **3.1 Общие сведения, выбор варианта и вопросов, исходных данных для задач**

Контрольная работа должна быть выполнена в компьютерном варианте и направлена в систему ЭИОС. Допускается формат Word либо Exel.

Работа оформляется в соответствии с ГОСТ 7.32-91 и Методическими указаниями по выполнению выпускных квалификационных работ. На титульном листе студент указывает фамилию, имя, отчество, курс, номер учебной группы, название дисциплины, номер варианта. Вариант контрольной работы определяется для каждого студента преподавателем. Работа, выполненная не по варианту, к зачету не принимается. Законченная и оформленная контрольная работа подписывается студентом на последней странице основного текста.

Текст работы должен быть выполнен аккуратно, литературным языком, с использованием общепринятой терминологии через полтора межстрочных интервала, шрифт Times New Roman 14, с соблюдением следующих размеров полей: левое -30 мм, правое - 10 мм, верхнее - 20 мм, нижнее -20 мм; абзац - 10 мм.

Перед выполнением контрольной работы необходимо внимательно прочитать задание по своему варианту, определить объем и содержание работы и подобрать необходимую литературу. В процессе выполнения контрольной работы могут быть использованы знания, полученные ранее по смежным дисциплинам, а так же информация из профессиональной периодической печати и научной литературы.

Качество выполнения контрольной работы оценивается, прежде всего, по тому, насколько правильно и самостоятельно даны ответы на поставленные вопросы и в какой степени использована рекомендованная и самостоятельно подобранная литература.

Таблица 4 - Варианты контрольной работы

Номер варианта	Ф.И.О. студента	Номера вопросов (раздел 4)	Варианты задач (раздел 5)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			

### 3.2 Вопросы для контрольной работы

1. Статистические свойства оценок параметров классических линейных моделей по методу наименьших квадратов.
2. Проверка гипотез и определение доверительных интервалов параметров линейных классических моделей.
3. Методы оценки значимости линейной множественной регрессии.
4. Методы устранения мультиколлинеарности.
5. Мультиколлинеарность и проблема выбора регрессоров в линейной модели множественной регрессии.
6. Критерии гетероскедастичности в линейной модели множественной регрессии.
7. Методы учета гетероскедастичности в линейной модели множественной регрессии.
8. Тесты на наличие автокорреляции остатков и методы учета автокорреляции.
9. Классификация нелинейных моделей и методы их линеаризации.
10. Сравнительный анализ метода наименьших квадратов и метода максимального правдоподобия при определении параметров эконометрических моделей.
11. Применение систем эконометрических уравнений для построения макроэкономических моделей.
12. Методы оценивания параметров структурных моделей.
13. Структурная и приведенная формы системы одновременных эконометрических уравнений.

14. Временные ряды в эконометрике, их классификация и общие характеристики.
15. Методы выделения тренда при анализе временных рядов.

### 3.3 Задачи для контрольной работы

#### ВАРИАНТ № 1

##### Задание 1

Имеются отчётные данные данным по предприятиям. Провести регрессионный анализ зависимости индекса снижения себестоимости продукции ( $y$ ) от трудоемкости ( $x_1$ ) и удельного веса покупных изделий ( $x_2$ ).

Таблица 5 – Отчётные данные по экономическим показателям деятельности предприятий

№ п/п	$y$	$x_1$	$x_2$	№ п/п	$y$	$x_1$	$x_2$
1	204	0,23	0,40	8	56	0,26	0,44
2	209	0,24	0,26	9	52	0,49	0,17
3	222	0,19	0,40	10	46	0,36	0,39
4	236	0,17	0,50	U	53	0,37	0,33
5	62	0,23	0,40	12	31	0,43	0,25
6	53	0,43	0,19	13	146	0,35	0,32
7	172	0,31	0,25	14	18	0,38	0,02

Задание:

1. Оценить качество полученной эконометрической модели, используя коэффициент корреляции, индекс детерминации, среднюю ошибку аппроксимации, остаточную дисперсию.

Сделать выводы на основе рассчитанных оценочных показателей.

2. Оценить качество модели с использованием  $F$ -критерия Фишера.

##### Задание 2

Данные о прибыли предприятия  $y$  (млн. руб.) и расходах на рекламу  $x$  за 9 кварталов представлены в таблице.

$y$	5	7	12	16	23	21	19	18	16
$x$	0,8	1,1	1,8	2,5	4,1	5,5	7,3	8,1	8,9

Требуется:

1. Построить корреляционное поле и выдвинуть гипотезу о форме зависимости между рассматриваемыми показателями;

2. Оценить по методу наименьших квадратов (МНК) коэффициенты линейного уравнения регрессии общего вида  $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$  и сделать вывод о качестве построенного уравнения;

3. Оценить по МНК коэффициенты параболического уравнения регрессии общего вида  $\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2$  и сделать вывод о его качестве;



#### 4. Обосновать выбор лучшей модели.

### ВАРИАНТ № 2

#### Задание 1

Результаты исследования динамики веса семги, выращиваемой в садках, приведены в таблице.

Возраст (недели) ( $x$ )	1	2	3	4	5	6	7
Средний привес, граммов ( $y$ )	120	250	390	520	640	770	920

Предполагая, что генеральное уравнение регрессии - линейное со свободным членом:

а) определить параметры уравнения регрессии и остаточную дисперсию дисперсии  $S^2$ ;

б) проверить при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  значимость уравнения регрессии (т. е. гипотезу  $H_0: \beta_1 = 0$ );

в) с надежностью  $\gamma = 0,8$  определить интервальную оценку параметров  $\beta_0$  и  $\beta_1$ .

г) Определить доверительный интервал прогнозируемого привеса предсказания на восьмую неделю (в точке  $x = 8$ ).

Сделайте выводы.

#### Задание 2

Исследуется зависимость спроса и предложения некоторого товара от его цены, дохода и процентной ставки, которая представлена следующей структурной формой модели (в виде системы одновременных или (совместных) уравнений):

$$\begin{cases} Q_t^s = a_1 + a_2 p_t + a_3 R_t + \varepsilon_1, \\ Q_t^d = b_1 + b_2 p_t + b_3 Y_t + b_4 Y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ Q_t^s = Q_t^d = Q_t, \end{cases}$$

где  $Q_t^s$  - предложение в момент времени  $t$ ;  $Q_t^d$  - спрос в момент времени  $t$ ;  $p_t$  - цена товара в момент времени  $t$ ;  $R_t$  - процентная ставка в момент времени  $t$ ;  $Y_t$  - доход в момент времени в момент времени  $t$ ;  $Y_{t-1}$  - доход предшествующего периода.

В этой модели цена и величина спроса-предложения определяются одновременно, в связи, с чем эти переменные должны считаться эндогенными.

Информация за восемь лет о приростах всех показателей представлена в таблице.

Номер года	$Q_t$	$R_t$	$Y_t$	$Y_{t-1}$	$p_t$
1	40	3,0	15	13	6
2	45	3,0	15	15	6
3	40	2,0	18	15	5
4	50	3,5	20	18	8
5	35	2,5	18	20	5
6	45	4,0	22	18	9
7	50	3,5	21	22	10
8	45	3,5	22	21	9
$\Sigma$	350	25,0	151	142	58

Для данной структурной модели была получена система приведенных уравнений:

$$\begin{cases} Q_t = 24,4730 + 5,2374 \cdot R_t + 0,1652 \cdot Y_t + 0,0116 \cdot Y_{t-1}, \\ p_t = -4,4268 + 1,9746 \cdot R_t + 0,1915 \cdot Y_t + 0,1065 \cdot Y_{t-1}. \end{cases}$$

Задание:

1. Провести идентификацию модели.
  2. Рассчитать параметры первого уравнения структурной модели.
- Сделать выводы.

### ВАРИАНТ № 3

#### Задание 1

По 10 рыбоконсервным комбинатам рыбной отрасли имеется следующая информация, характеризующая зависимость объема выпуска консервов  $y$  (млн. руб.) от количества отработанных за год человеко-часов  $x_1$  (тыс. чел.-ч) и среднегодовой стоимости производственного оборудования  $x_2$  (млн. руб.):

Уравнение регрессии $y = 35 + 0,06x_1 + 2,5x_2$
Множественный коэффициент корреляции 0,9
Сумма квадратов отклонений расчетных значений результата от фактических 3000

Задание:

1. Определите коэффициент детерминации в этой модели.
2. Составьте таблицу результатов дисперсионного анализа.
3. Проанализируйте полученные результаты регрессионного анализа.

#### Задание 2

Модель спроса и предложения на деньги описывается следующей структурной формой модели:

$$\begin{cases} R_t = a_1 + b_{11}M_t + b_{12}Y_t + \varepsilon_1 \\ Y_t = a_2 + b_{12}R_t + \varepsilon_2 \end{cases}$$

где  $R$  - процентные ставки в период  $t$ ;  $Y$  - ВВП в период  $t$ ;  $M$  - денежная масса в период  $t$ .

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определите метод оценки параметров модели.
3. Запишите приведенную форму модели и поясните для чего её можно использовать.

## ВАРИАНТ № 4

### Задание 1

Администрация коммерческого банка изучает динамику депозитов физических лиц за ряд лет (млрд. руб.) на основании данных, представленных ниже:

Сумма
Время, лет . . . . . 1 2 3 4 5 6 7 8
Депозиты физических лиц, $x$ . . . 2 6 7 3 10 12 13 53

Известно также следующее:  $\sum x^2 = 511$ .

Задание:

Постройте уравнение линейного тренда и дайте интерпретацию его параметров.

Определите коэффициент детерминации для линейного тренда.

Руководство банка предполагает, что среднегодовой абсолютный прирост депозитов физических лиц составляет не менее 2,5 млрд. руб. Подтверждается ли это предположение результатами, которые вы получили?

### Задание 2

Имеются данные об уровне дивидендов, выплачиваемых по обыкновенным акциям (в процентах), и среднегодовой стоимости основных фондов компании ( $x$ , млн. руб.) в сопоставимых ценах за последние девять лет:

Показатель	Годы								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Среднегодовая стоимость основных фондов	69	70	72	74	75	78	78	80	81
Дивиденды по обыкновенным акциям	4,6	4,0	3,3	2,7	2,4	2,1	1,9	1,7	1,8

Задание:

1. Определить параметры уравнения регрессии по первым разностям и дайте их интерпретацию. В качестве зависимой переменной используйте показатель дивидендов по обыкновенным акциям.

2. В чем состоит причина построения уравнения регрессии по первым разностям, а не по исходным уровням рядов?

Сделайте выводы (указать правильный ответ со ссылкой на источник).

## ВАРИАНТ № 5

### Задание 1

Моделирование прибыли фирмы по уравнению  $y=ab^x$  привело к результатам, представленным в таблице.

Порядковый номер квартала	Прибыль фирмы, млн. руб., $y$	
	фактическая	расчетная
1	10	11
2	12	11
3	15	17
4	17	15
5	18	20
6	11	11
7	13	14
8	19	16

Задание:

Определите качество модели. Для этого:

- определите ошибку аппроксимации;
- найдите показатель тесноты связи прибыли с исследуемым в модели фактором;
- рассчитайте F-критерий Фишера и с его помощью оцените качество модели.

### Задание 2

Модель денежного и товарного рынков региона представлена следующей моделью в натуральном виде:

$$R_t = a_1 + b_{12}Y_t + b_{14}M_t + \varepsilon_1 \text{ (функция денежного спроса);}$$

$$Y_t = a_2 + b_{21}R_t + b_{23}I_t + b_{25}G_t + \varepsilon_2 \text{ (функция товарного рынка);}$$

$$I_t = a_3 + b_{31}R_t + \varepsilon_3 \text{ (функция инвестиций),}$$

где  $R$  - процентные ставки;  $Y$  - реальный ВВП;  $M$  - денежная масса;  $I$  - внутренние инвестиции;  $G$  - реальные государственные расходы.

Задание:

3. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели представленной структурной макроэкономической модели.

4. Определить метод оценки (расчёта) параметров модели.

3. Составить приведенную форму модели для структурной модели. В чём смысл преобразования структурной формы модели в приведенную форму модели?

## ВАРИАНТ № 6

### Задание 1

На основе отчётных данных по 12 рыбоконсервным комбинатам отрасли построена эконометрическая модель зависимости объёма производства рыбной продукции  $y$  (млн. руб.) от численности промышленно-производственного персонала  $x$  (чел.). Результаты расчетов представлены в таблице:

Уравнение регрессии $y = 20 - 0,3x + 0,05x^2$
Доля остаточной дисперсии в общей дисперсии 18%

Задание.

Определить:

а) индекс корреляции;

б) значимость уравнения регрессии;

г) оценить качество уравнения регрессии с помощью  $F$ -критерия Фишера.

### Задание 2

Изучается динамика потребления рыбы и морепродуктов в Калининградском регионе. С этой целью были собраны данные об объемах среднедушевого потребления рыбы и морепродуктов  $y_t$  (кг) за 9 месяцев. Предварительная обработка данных путем логарифмирования привела к получению следующих результатов:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\ln y_t$	2,10	2,11	2,13	2,17	2,22	2,28	2,31	2,33	2,34

Задание:

3. Построить уравнение экспоненциального тренда и охарактеризовать его.

4. Оценить статистическую значимость коэффициентов регрессии и коэффициента корреляции с помощью  $t$ -критерия Стьюдента.

## ВАРИАНТ № 7

### Задание 1

Изучается зависимость материалоемкости продукции от размера предприятия по 10 однородным комбинатам.

Показатель	Материалоемкость продукции по заводам									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Потреблено сырья и материалов на единицу продукции, кг	9	6	5	4	3,7	3,6	3,5	6	7	3,5
Выпуск продукции, тыс. ед.	100	200	300	400	500	600	700	150	120	250

Задание:

1. Найдите параметры уравнения  $y = a + \frac{b}{x}$ .
2. Оцените тесноту связи с помощью индекса корреляции.
3. Сделайте вывод о значимости уравнения регрессии.

### Задание 2

Модель денежного рынка:

$$R_t = a_1 + b_{11}M_t + b_{12}Y_t + \varepsilon_1,$$

$$Y_t = a_2 + b_{21}R_t + b_{22}I_t + \varepsilon_2,$$

$$I_t = a_3 + b_{33}R_t + \varepsilon_3,$$

где  $R$  - процентные ставки;  $Y$  - ВВП;  $M$  - денежная масса;  $I$  - внутренние инвестиции.

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определить метод оценки (расчёта значений) параметров модели.
3. Записать приведенную форму модели для данной структурной формы модели, представленной в условии задания.

## ВАРИАНТ № 8

### Задание 1

По данным ООН, за 2013-2014 годы уровень жизни в разных странах характеризуется следующими показателями (таблица 6). Человеческий потенциал является одним из основных видов совокупного экономического потенциала и отличается конкретными и качественными характеристиками. Необходимая численность населения отличается определенными качественными показателями (квалификационной и профессиональной структурой) и является необходимым ресурсом, без которого невозможно не только развитие национальной экономики, но и ее нормальное

функционирование. Соответственно, чем больше степень обеспеченности человеческим потенциалом, тем больше потенциальная способность национальной экономики к росту.

Таблица 6 – Показатели, характеризующие уровень жизни населения разных стран

Страна	ВВП на душу населения, долл.*, у	Индекс человеческого развития (ИЧР), x1	Международный индекс счастья (HPI - Happy Planet Index ), x2
Норвегия	98860	0,944	51,4
Австралия	59360	0,933	36,6
Швейцария	80970	0,917	50,3
Нидерланды	47970	0,915	50,6
США	52340	0,914	30,7
Уругвай	13580	0,790	37,2
Багамские острова	20600	0,789	59,2
Черногория	7220	0,786	41,0
Беларусь	6530	0,786	38,1
Румыния	8820	0,785	43,9
Мальдивы	5750	0,698	53,5
Монголия	3160	0,698	35,0
Туркменистан	5410	0,698	24,0
Самоа	3260	0,694	61,0
Непал	700	0,540	50,0
Пакистан	1260	0,537	54,1
Кения	860	0,535	27,8
Свазиленд	2860	0,530	18,4
Ангола	4580	0,526	26,8
Россия	12700	0,778	34,5

\* в долларах США в текущих ценах (без поправки на инфляцию).

Задание:

1. Построить матрицу парных коэффициентов корреляции.
2. Построить парные линейные уравнения регрессии, принимая душевой доход в качестве объясняющей переменной. Построить график остатков. Сделайте выводы.
3. Оценить значимость уравнений регрессии в целом и их параметров. Сравнить полученные результаты, выбрать лучшее уравнение регрессии.

## Задание 2

Предложение и спрос на рынке характеризуются следующей моделью:

$$q_1 = a_1 + b_1 p + \varepsilon_1,$$

$$q_2 = a_2 + b_2 p + \varepsilon_2,$$

$$q_1 = q_2,$$

где  $q_1$  - спрос на товар;  $q_2$  - предложение количества товара;  $p$  - цена, по которой заключаются сделки.

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определить метод оценки (расчёта) параметров модели.
3. Записать приведенную форму модели.

## ВАРИАНТ № 9

### Задание 1

Для изучения рынка жилья в городе были собраны о 46 коттеджах данные, на основании которых было построено уравнение множественной регрессии:

$$y = 21,1 - 6,2x_1 + 0,95x_2 + 3,57x_3 ; R^2 = 0,7;$$

$$(1,8) (0,54) (0,83)$$

где  $y$  - цена объекта, тыс. долл.;  $x_1$  - расстояние до центра города, км;  $x_2$  - полезная площадь объекта, кв. м;  $x_3$  - число этажей в доме, ед.;  $R^2$  - коэффициент множественной детерминации.

*В скобках указаны значения стандартных ошибок для коэффициентов множественной регрессии.*

Задание:

1. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент регрессии  $b_1$  в генеральной совокупности равен нулю.
2. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент регрессии  $b_2$  в генеральной совокупности равен нулю.
3. Проверьте гипотезу о том, что коэффициент регрессии  $b_3$  в генеральной совокупности равен нулю.
4. Проверьте гипотезу о том, что коэффициенты регрессии  $b_1, b_2$  и  $b_3$  в генеральной совокупности одновременно равны нулю (или что коэффициент детерминации равен нулю).
5. Поясните расхождение результатов, полученных в пп.1, 2 и 3, с результатами, полученными в п.4.

### Задание 2

По ранее произведенным расчётам получены остатки регрессии, значения которых приведены в таблице 7.



Таблица 7 – Остатки регрессии

Месяц	Остатки	Месяц	Остатки	Месяц	Остатки
1-й	-0,7	5-й	0	9-й	0
2-й	0	6-й	0,3	10-й	0,3
3-й	-0,2	7-й	-0,1	11-й	0,3
4-й	0,9	8-й	-0,1	12-й	-0,1

Задание:

1. Оценить автокорреляцию остатков.
2. Применить критерий Дарбина-Уотсона и сделать выводы относительно рассматриваемой модели.

### ВАРИАНТ № 10

#### Задание 1

Зависимость среднемесячной производительности труда от возраста рабочих характеризуется моделью:  $y = a + bx + cx^2$ . Ее использование привело к результатам, представленным в таблице.

Номер рабочего	Производительность труда рабочих, тыс. руб., $y$	
	фактическая	расчетная
1	12	10
2	8	10
3	13	13
4	15	14
5	16	15
6	11	12
7	12	13
8	9	10
9	11	10
10	9	9

Задание:

Оценить тесноту связи между признаками.

Оценить качество модели, используя ошибку аппроксимации, индекс корреляции и  $F$ -критерий Фишера.

#### Задание 2

Имеются данные об экспорте и импорте одной из стран Западной Европы за период с 2005 по 2016 год, млрд. руб.

Год	Экспорт	Импорт	Год	Экспорт	Импорт
2005	1184	1158	2011	1403	1390
2006	1243	1191	2012	1422	1402
2007	1294	1228	2013	1382	1346
2008	1323	1280	2014	1430	1385
2009	1341	1270	2015	1524	1464
2010	1410	1346	2016	1521	1456

Задание:

1. Построить график одновременного движения экспорта и импорта страны.
2. Построить по каждому ряду тренды и выберите лучший из них.
3. Построить уравнение регрессии и оценить тесноту связи и силу связи двух рядов (по отклонениям от тренда и по множественной регрессионной модели с включение в нее фактора времени).

### ВАРИАНТ № 11

#### Задание 1

Для трех видов продукции А, В и С на основе фактических данных синтезированы модели зависимости удельных постоянных расходов от объема выпускаемой продукции, которые выглядят следующим образом:

$$Y_A = 600,$$
$$Y_B = 80 + 0,7x,$$
$$Y_C = 40x^{0,5}.$$

Задание:

1. Определить коэффициенты эластичности по каждому виду продукции и поясните их смысл.
2. Сравнить при  $x=1000$  эластичность затрат для продукции В и С.
3. Определить, каким должен быть объем выпускаемой продукции, чтобы коэффициенты эластичности для продукции В и С были равны.

#### Задание 2

В таблице приведены данные о потреблении и личных доходах населения Калининградской области.

Показатель	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.
Фактическое конечное потребление домашних хозяйств (в текущих ценах), млн. руб.	122596,7	136642,9	147545,4	162844,5	178640	181141	194546
Среднедушевые денежные доходы населения (в месяц), руб.	12920	14772	16040	16881	19371	19456	20749

Задание:

1. Построить уравнение линейной регрессии, используя метод первых разностей.

2. Охарактеризовать тесноту связи между рядами по их уровням, по первым разностям. Сделать выводы.

## ВАРИАНТ № 12

### Задание 1

Изучается зависимость объема продаж бензина фирмой "РосНефть" ( $y_t$ ) от динамики потребительских цен ( $x_t$ ). Полученные данные за последние 6 кварталов представлены в таблице.

Показатель	1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.	5 кв.	6 кв.
Индекс потребительских цен, % к 1 кварталу	100	104	112	117	121	126
Средний за день объем продаж бензина в течение квартала, тонн	89	83	80	77	75	72

Известно также, что  $\sum x_t = 680$ ;  $\sum y_t = 476$ ;  $\sum x_t y_t = 53648$ ;  $\sum x_t^2 = 77566$ .

Задание:

1. Построить модель зависимости объема продаж бензина от индекса потребительских цен с включением фактора времени.
2. Дать интерпретацию параметров полученной вами модели.
3. Составить точечный и интервальный прогноз индекса потребительских цен на последующие два квартала года.

### Задание 2

Исследовалась зависимость производительности труда производственного персонала предприятия ( $y$ ) от уровня квалификации рабочих ( $x_1$ ) и энерговооруженности их труда ( $x_2$ ) на 40 предприятиях отрасли. Результаты оказались следующими:

Уравнение регрессии $\hat{y} = a + 10x_1 + 2x_2$
Стандартные ошибки параметров 0,5 2 ?
$t$ -критерий для параметров 3 ? 5
Множественный коэффициент корреляции 0,85

Задание:

1. Определить параметр  $a$  и заполнить пропущенные значения.
2. Оценить значимость уравнения регрессии в целом, используя значение множественного коэффициента корреляции.
3. Какой из факторов оказывает более сильное воздействие на результат?

## ВАРИАНТ № 13

### Задание 1

Госкомстат изучает потребление мяса населением в Северо-Западном федерально округе России, для чего статистическому наблюдению подверглись 50 семей. Изучалась зависимость потребления мяса -  $y$  (кг на душу населения) от дохода -  $x_1$  (руб. на одного члена семьи) и от потребления рыбы -  $x_2$  (кг на душу населения). Результаты обработки данных следующие:

Уравнение регрессии $\hat{y} = -180 + 0,2x_1 - 0,4x_2$
Стандартные ошибки параметров 20 0,01 0,25
Множественный коэффициент корреляции 0,85

Задание:

1. Используя  $t$ -критерий Стьюдента, оценить значимость параметров уравнения.
2. Рассчитать  $F$ -критерий Фишера.
3. Оцените по частным  $F$ -критериям Фишера целесообразность включения в модель:
  - а) фактора  $x_1$  после фактора  $x_2$ ;
  - б) фактора  $x_2$  после фактора  $x_1$ .

### Задание 2

Имеются следующие данные об уровне безработицы  $y_t$  (%) за 9 месяцев:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y_t$	8,8	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,0	6,5

Задание:

1. Определить коэффициенты автокорреляции уровней этого ряда первого и второго порядка.
2. Обосновать выбор уравнения тренда и определите его параметры.
3. Интерпретировать полученные результаты.

## ВАРИАНТ № 14

### Задание 1

По 30-ти наблюдениям матрица парных коэффициентов корреляции оказалась следующей:

	$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y$	1,00			
$x_1$	0,30	1,00		
$x_2$	0,60	0,10	1,00	
$x_3$	0,40	0,15	0,80	1,00

Задание:

1. Построить уравнение регрессии в стандартизованном виде и сделайте выводы.

2. Определить показатель множественной корреляции (некорректированный и скорректированный).

3. Оценить целесообразность включения переменной  $x_1$  в модель после введения в нее переменных  $x_2$  и  $x_3$ , используя для этого частные  $F$ -критерии Фишера.

### Задание 2

Исследуется зависимость спроса и предложения некоторого товара от его цены, дохода и процентной ставки, которая в итоге была представлена следующей моделью:

$$Q_t^s = a_1 + a_2 p_t + a_3 R_t + \varepsilon_1,$$

$$Q_t^d = b_1 + b_2 p_t + b_3 Y_{t-1} + \varepsilon_2,$$

$$Q_t^s = Q_t^d = Q_t,$$

где  $Q_t^s$  - предложение в момент  $t$ ;  $Q_t^d$  - спрос в момент времени  $t$ ;  $p_t$  - цена товара в момент времени  $t$ ;  $R_t$  - процентная ставка в момент времени  $t$ ;  $Y_t$  - доход в момент времени  $t$ ;  $Y_{t-1}$  - доход предшествующего периода.

Следует отметить, что в данной модели цена и величина спроса-предложения определяется одновременно, в связи с чем эти переменные должны считаться эндогенными.

Информация о значениях всех показателей за восемь лет представлена в таблице 8.

Таблица 8 – Значения экономических показателей за 8 лет, входящих в экономическую модель

Год	$Q_t$	$R_t$	$Y_t$	$Y_{t-1}$	$p_t$
1	40	3,0	15	13	6
2	45	3,0	15	15	6
3	40	2,0	18	15	5
4	50	3,5	20	18	8
5	35	2,5	18	20	5
6	45	4,0	22	18	9
7	50	3,5	21	22	10
8	45	3,5	22	21	9
$\Sigma$	350	25,0	151	142	58

Для данной модели была получена система приведенных уравнений (структурная форма модели):

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_t = 24,4730 + 5,2374 \cdot R_t + 0,1652 \cdot Y_t - 0,0116 \cdot Y_{t-1} \end{array} \right.$$

$$P_t = -4,4268 + 1,9746 \cdot R_t + 0,1915 \cdot Y_t + 0,1065 \cdot Y_{t-1}$$

Задание:

1. Провести исследование модели на идентификацию.
2. Рассчитать параметры обоих уравнений структурной модели.
3. На основе системы приведенных уравнений составить систему приведенных уравнений.
4. Для каких целей анализа используется приведенная форма модели, выведенная из структурной формы модели? Какие выводы можно сделать на основе приведенной формы модели?

## ВАРИАНТ № 15

### Задание 1

Известны следующие данные об индексе потребительских цен на продовольственные товары по области за год:

Месяц	Индекс потребительских цен на продовольственные товары
Предыдущий год, XII	1.0
Текущий год:	
I	1.068
II	1,115
III	1,121
IV	1,137
V	1,139
VI	1,143

Задание.

Определить:

1. Параметры уравнения тренда и коэффициент их устойчивости;
2. Прогнозные уровни результативного признака на последующие месяцы текущего года

### Задание 2

Для прогнозирования спроса на свою продукцию Калининградское предприятие использует следующую структурную модель (выведенную эмпирическим путем), характеризующую общую экономическую ситуацию в регионе:

$$Q_t = a_1 + b_{11}Y_t + \varepsilon_{1t},$$

$$C_t = a_2 + b_{21}Y_t + \varepsilon_{2t},$$

$$I_t = a_3 + b_{32}(Y_{t-1} - K_{t-1}) + \varepsilon_{3t},$$

$$Y_t = C_t + I_t,$$

где  $Q$  - реализованная продукция в период  $t$ ;  $Y$  - ВРП (валовой региональный продукт) региона;  $C$  - конечное потребление;  $I$  - инвестиции;  $K$  - запас капитала;  $t$  - текущий период;  $t-1$  - предыдущий период.

Задание:

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определить, идентифицировано ли каждое уравнение модели.
2. Определить метод оценки (расчета значений) параметров модели.
2. Записать приведенную форму модели для данной структурной формы модели.
3. Для каких целей анализа используется приведенная форма модели, выведенная из структурной формы модели?

### 3.2 Пример ручного решения задачи. Моделирование магазина на основе парной линейной регрессии

**Постановка задачи.** Торговая компания располагает семью магазинами типа "Морепродукты" и планирует построить еще один с торговой площадью 1100 м<sup>2</sup>. Для этого она разрабатывает бизнес-план, и в том числе - эконометрическую модель магазина. На этой модели специалисты хотят исследовать зависимость среднегодовой суточной выручки ( $y$  - в сотнях тыс. руб./день) от площади магазина ( $x$  - в сотнях м<sup>2</sup>) и спрогнозировать среднесуточную выручку восьмого магазина.

**Решение задачи.**

1) **Выберем** исходные данные из таблицы А.1 и перепишем их в ещё не заполненную таблицу 9, графы 2 и 3, а также в виде точек в систему координат ХОУ на рисунке 1. Как видно, корреляционное поле хорошо аппроксимируется прямой линией, поэтому принимаем гипотезу о правомерности применении линейной парной регрессии.

**Заполним** графы 4-8 таблицы 9 на основе формул, указанных в головке таблицы и в последней строке. Выражения с чертой есть средние арифметические, например,  $\overline{x \cdot y}$  - это среднее арифметическое произведения  $X$  на  $Y$ .

**Найдём** на основе таблицы 9 МНК-методом параметры  $b_0$  и  $b_1$  регрессии:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x. \quad (3.1)$$

Для этого используем соответствующие формулы:

$$b_1 = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{x^2 - \bar{x}^2}; \quad b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}. \quad (3.2)$$

Таблица 9 – Расчётная таблица для задачи-1

№ п/п	$x_i$	$y_i$	$x^2$	$y^2$	$x_i y_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$\hat{y}_{xi}$	$e_i = \hat{y}_{xi} - y_i$	$e_i^2 = (\hat{y}_{xi} - y_i)^2$
1	1	2	1	4	2	5,90	13,76	1,97	-0,03	0,00
2	1	3	1	9	3	5,90	7,34	1,97	-1,03	1,06
3	2	4	4	16	8	2,04	2,92	3,51	-0,49	0,22
4	3	5	9	25	15	0,18	0,50	5,05	0,05	0,00
5	4	5	16	25	20	0,32	0,50	6,59	1,59	2,53
6	5	7	25	49	35	2,46	1,66	8,13	1,13	1,28
7	8	14	64	196	112	20,88	68,72	12,75	-1,25	1,56
$\Sigma$	<b>24</b>	<b>40</b>	<b>120</b>	<b>324</b>	<b>195</b>	<b>37,68</b>	<b>95,40</b>	-	<b>-0,03</b>	<b>6,65</b>

Найдём средние значения показателей по графам:

Графа 2. $\bar{x} = 24/7 = 3,43$ .	Графа 3. $\bar{y} = 40/7 = 5,71$ .	Графа 4. $\bar{x}^2 = 120/7 = 17,14$ .
Графа 5. $\bar{y}^2 = 324/7 = 46,29$ .	Графа 6. $\bar{xy} = 195/7 = 27,86$ .	Графа 7. Дисперсия $s_x^2 = 37,68/6 = 6,28$ .
Графа 8. Дисперсия $\bar{s}_y^2 = 95,40/6 = 15,90$ .	Графа 9. ---	Графа 10. ---
Графа 11. Остаточная дисперсия. $s^2 = 6,65/5 = 1,33$ .		

Искомые оценки параметров регрессии:

$$b_1 = (27,86 - 3,43 \cdot 5,71) / (17,14 - 3,43^2) = 8,27 / 5,38 = 1,54;$$

$$b_0 = 5,71 - 1,54 \cdot 3,43 = 0,43.$$

Наше уравнение регрессии будет иметь вид:

$$\hat{y} = 0,43 + 1,54x. \quad (3.3)$$

3) Построим по исходным данным линию регрессии на координатной плоскости XOY с помощью MS Excel (рисунок 1). Определяем по рисунку приблизительные значения  $b_1$  и  $b_0$ , они совпадают с расчётными, следовательно, последние рассчитаны верно.

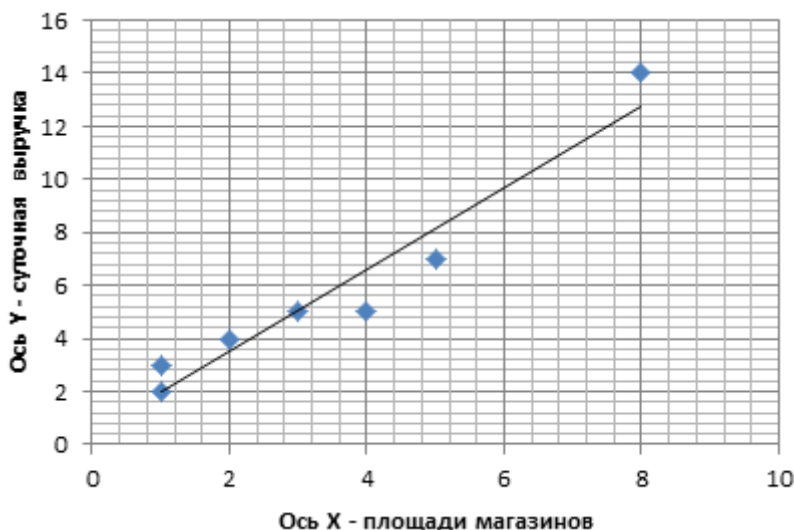


Рисунок 1 - Корреляционное поле и линия регрессии



4) **Покажем** графически и аналитически, что линия регрессии проходит через точку средних  $(\bar{x}, \bar{y})$ . Из рисунка 1 видно, что линия регрессии проходит через точку “средних”  $(\bar{x}=3,43; \bar{y}=5,71)$ . Проверим это аналитически:  $\hat{y}=0,43+1,54 \cdot 3,43 = 5,71$ , что и требовалось показать.

5) **Сформулируем** экономический смысл параметров регрессии:

а) коэффициент  $b_1=1,54=1,54 \cdot 10^5 \text{руб./}100\text{м}^2 = 1540 \text{руб./м}^2$  – удельная суточная выручка – с одного квадратного метра - без учёта феномена  $b_0$ ;

б) свободный член  $b_0=0,43$  смысла не имеет, так как при нулевой площади выручка может быть только нулевой.

б) **Вычислим** коэффициент корреляции между переменными X и Y по формуле:

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{s_x s_y} = \frac{Cov(X, Y)}{s_x s_y}. \quad (3.4)$$

Здесь известно все, кроме СКО x и СКО y в знаменателе формулы, значения дисперсий см. выше. Вычислим их:

$$\text{СКО } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{6,28} = 2,51; \text{ СКО } s_y = \sqrt{s_y^2} = \sqrt{15,90} = 3,99.$$

Окончательно:

$$r_{xy} = \frac{27,86 - 3,43 \cdot 5,71}{2,51 \cdot 3,99} = \frac{8,27}{10,01} = 0,83.$$

Получено довольно большое значение коэффициента корреляции, что говорит о высокой зависимости выручки от размера площади магазина.

7) **Определим** графически и аналитически точечный прогноз - регрессионное среднесуточное значение выручки для магазина-8 с площадью  $x=11$ . Прогнозные значения из рисунка 1 и из формулы совпадают:

$$\hat{y} = 0,43 + 1,54 \cdot 11 = 17,37 \text{ (1737000 руб./сут.)}$$

8) **Определим** интервальный регрессионный прогноз выручки для магазина-8 (площадь  $x=11$ ), принимая доверительную вероятность  $\gamma=0,95=95\%$  (уровень значимости  $\alpha=0,05=5\%$ ).

Чтобы построить доверительный интервал для СВ  $\hat{y}_{x=11}$ , определим её дисперсию  $s_{\hat{y}_{x=11}}^2$  и СКО, используя результаты вычислений из таблицы 9 (остаточное СКО  $s = \sqrt{1,33} = 1,15$ ):

$$s_{\hat{y}_{x=11}}^2 = s^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right) = 1,15^2 \left( \frac{1}{7} + \frac{(11 - 3,43)^2}{37,68} \right) = 2,20,$$

$$s_{\hat{y}_{x=11}} = \sqrt{2,20} = 1,48.$$

Искомый 95 %-ный доверительный интервал для регрессионного значения выручки магазина-8 имеет вид:

$$\hat{y} - t_{1-\alpha, k} s_{\hat{y}} \leq M_x(Y) \leq \hat{y} + t_{1-\alpha, k} s_{\hat{y}}.$$

Из статистической таблицы значений критерия Стьюдента [2, Приложение Г] находим значение критерия  $t_{0,95;7-2}=2,57$ . Вычисляем границы интервала:

- нижнее значение интервала:  $17,37-2,57 \cdot 1,48=13,57$ ;
- верхнее значение интервала:  $17,37+2,57 \cdot 1,48=21,37$ .

Окончательно, доверительный интервал – прогноз - имеет вид:

$$13,57 \leq M_{x=11}(Y) \leq 21,37.$$

**9) Найдём** с надёжностью 0,95 интервальную оценку для коэффициента регрессии  $\beta_1$ . Общая формула для расчета интервала:

$$b_1 - \Delta \leq \beta_1 \leq b_1 + \Delta,$$

где  $\Delta = t_{1-\alpha, n-2} s / \sqrt{\sum(x_i - \bar{x})^2} = 2,57 \cdot 1,15 / \sqrt{37,68} = 0,48$ .

Вычисляем:

- нижнее значение интервала:  $1,54-0,48=1,06$ ;
- верхнее значение интервала:  $1,54+0,48=2,02$ .

Окончательно, доверительный интервал имеет вид:  $1,06 \leq \beta_1 \leq 2,02$ .

Рекомендуем для наглядности перевести границы из тангенса углов в градусы углов.

**10) Найдём** с надёжностью 0,95 интервальную оценку для остаточной дисперсии  $\sigma^2$ . Из статистической таблицы для значений критерия Пирсона [2, Приложение Д] находим два значения статистики хи-квадрат:

$$\chi_{\alpha/2; n-2}^2 = \chi_{0,025; 5}^2 = 13,02; \chi_{1-\alpha/2; n-2}^2 = \chi_{0,975; 5}^2 = 0,75.$$

Формула для расчёта доверительного интервала:

$$\frac{ns^2}{\chi_{\alpha/2; n-2}^2} \leq \sigma^2 \leq \frac{ns^2}{\chi_{1-\alpha/2; n-2}^2}$$

Окончательно границы интервала:

$$s_{\text{нижн}}^2 = \frac{7 \cdot 1,15^2}{13,02} = 0,71; \quad s_{\text{верх.}}^2 = \frac{7 \cdot 1,15^2}{0,75} = 12,35,$$

доверительный интервал  $0,71 \leq \sigma^2 \leq 12,35$ .

**11) Оценим** на уровне  $\alpha=0,05$  значимость уравнения регрессии Y по X по критерию Фишера. Для этого используем таблицу 9:

- общая сумма – восьмая графа:  $Q = \sum(y_i - \bar{y})^2 = 95,40$ ;
- регрессионная сумма: из 9-й графы вычтем среднее 5,71, разности возведём в квадрат и суммируем:

$$Q_R = \sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2 = 13,99 + 13,99 + 4,84 + 0,44 + 0,78 + 5,86 + 49,56 = 89,46;$$

- остаточная сумма – одиннадцатая графа:  $Q_e = \sum (\hat{y}_i - y_i)^2 = 6,65$ .

Значение статистики Фишера рассчитаем по формуле:

$$F = \frac{Q_R / (m-1)}{Q_e / (n-m)} = \frac{s_R^2}{s^2} = \frac{89,46 / (2-1)}{1,15^2} = 67,64.$$

Уравнение регрессии значимо, если  $F > F_{\alpha, k_1, k_2}$ , здесь степени свободы  $k_1 = m - 1 = 2 - 1 = 1$ ,  $k_2 = n - m = 7 - 2 = 5$ . По статистической таблице для критерия Фишера находим:  $F_{0,05; 1; 5} = 6,61$ . Так как  $67,64 > 6,61$ , то уравнение значимо: коэффициент регрессии  $b_1 = 1,54$  значимо отличается от нуля.

**12) Оценим** на уровне  $\alpha = 0,05$  значимость уравнения регрессии  $Y$  по  $X$  по критерию Стьюдента.

Уравнение парной регрессии значимо, если  $t > t_{\text{крит.}}$ . Значение статистики Стьюдента:

$$t = \frac{b_1}{s} \sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{1,54}{1,15} \sqrt{37,68} = 8,22.$$

По статистической таблице находим  $t_{\text{крит.}} = t_{0,95; 7-2=5} = 2,57$ . Так как  $8,22 > 2,57$ , то нулевую гипотезу  $H_0$  ( $H_0 : \beta_1 = 0$ ) отвергаем и принимаем противоположную гипотезу  $H_1$ :  $\beta_1$  значимо отличается от 0, следовательно, уравнение значимо.

**13) Оценим** значимость уравнения регрессии  $Y$  по  $X$  по степени близости коэффициента детерминации  $R^2$  к 1:

$$R^2 = Q_R / Q = 89,46 / 95,40 = 0,94.$$

Как видно,  $R^2$  очень близок к 1. Следовательно, уравнение регрессии весьма значимо. Смысл  $R^2$ : коэффициент показывает, какая доля вариации результирующей переменной  $Y$  обусловлена вариацией фактора  $X$ , эта доля составляет 94 %.

### 3.3 Пример ручного решения задачи. Моделирование магазина на основе трюичной линейной регрессии

**Постановка задачи.** Специалисты компании решили усложнить модель магазина путём введения в неё второй факторной переменной. Из различных факторов была отобрана переменная  $X_2$  – размер паркинга магазина. Проектное значение паркинга у магазина-8 равно 80 автомобилям. Требуется построить новую модель, исследовать её, выполнить с её помощью прогноз выручки магазина-8.

**Решение задачи.**

**1) Выберем** данные нашего варианта "А-Ъ" для  $x_1, x_2, y$  из Приложения А и перенесём их в таблицу 10.

Таблица 10 – Исходные данные для задачи-2, вариант "А-Ъ".

X1	1	1	2	3	4	5	8	11*	м <sup>2</sup> *100
X2	1	2	2	3	3	4	6	8*	ед*10
Y	2	3	4	5	5	7	14	-	руб/сут*10 <sup>5</sup>

\*курсив – проектные данные для магазина-8.

Как видно из таблицы 10, зависимость  $\hat{y}(x_1, x_2)$  прямая. Проверим, можно ли аппроксимировать её плоскостью – линейной функцией:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 \quad (3.5)$$

Для этого положим  $x_2 = 0$  и получим функцию  $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1$  – след от пересечения плоскости (3.5) с плоскостью  $x_1 O \hat{y}$ . Построим график зависимости  $y$  от  $x_1$ , используя Excel (см. Приложение В, где дана инструкция). На рисунке 2 видно, что корреляционное поле может быть хорошо аппроксимировано прямой линией.

Вывод: зависимость  $\hat{y}(x_1, x_2)$  хорошо аппроксимируется линейной функцией (3.5).

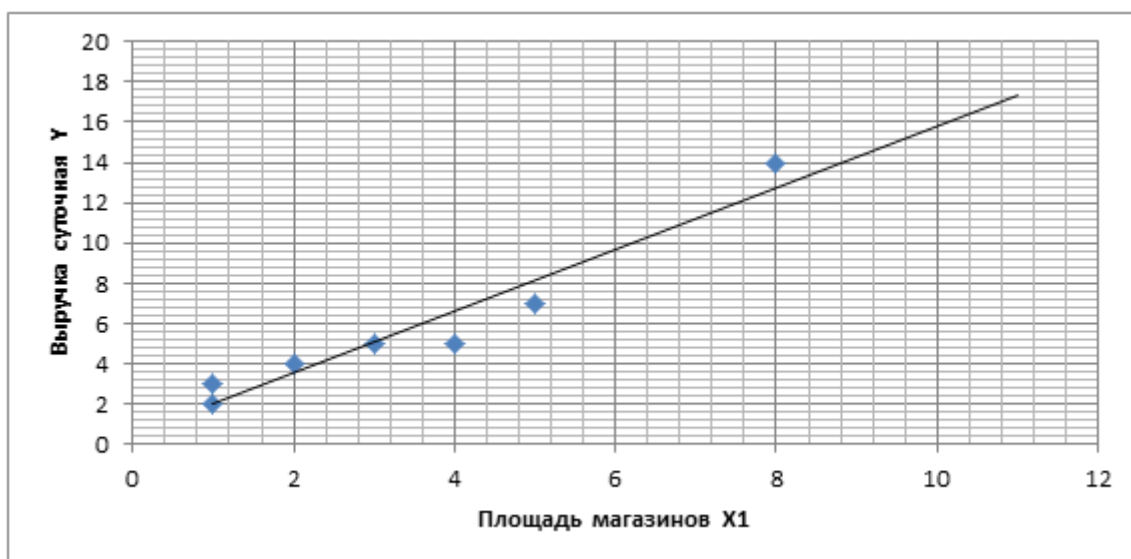


Рисунок 2 – Корреляционное поле и линия регрессии  $\hat{y} = b_0 + b_1 x_1$

**2) Запишем** матрицу  $X$  значений объясняющих переменных (матрицу плана), см. ниже среднюю матрицу. Запишем слева от неё транспонированную матрицу плана  $X'$  (здесь штрих – оператор транспонирования). Найдём матрицу  $A$  как произведение матриц  $X'X$ :

$$A = X'X = \begin{pmatrix} 11 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 11 & 2 \\ 12 & 2 \\ 13 & 3 \\ 14 & 3 \\ 15 & 4 \\ 18 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 24 & 21 \\ 24 & 120 & 96 \\ 21 & 96 & 79 \end{pmatrix}.$$

3) Найдём обратную матрицу  $A^{-1} = (X'X)^{-1}$  по формуле:

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} (A_{ij})',$$

где  $|A|$  - определитель матрицы  $A$ ;  $(A_{ij})'$  - транспонированная матрица, составленная из алгебраических дополнений матрицы  $A$ .

Определитель:

$$|A| = 7 \cdot 120 \cdot 79 + 24 \cdot 96 \cdot 21 + 21 \cdot 96 \cdot 24 - 21 \cdot 120 \cdot 21 - 96 \cdot 96 \cdot 7 - 79 \cdot 24 \cdot 24 = 192.$$

Алгебраические дополнения (слева сумма индексов чётная, справа - нечётная):

$$\begin{aligned} A_{11} &= 120 \cdot 79 - 96 \cdot 96 = 264; & A_{12} &= -(24 \cdot 79 - 96 \cdot 21) = 120; \\ A_{13} &= 24 \cdot 96 - 120 \cdot 21 = -216; & A_{21} &= -(24 \cdot 79 - 21 \cdot 96) = 120; \\ A_{22} &= 7 \cdot 79 - 21 \cdot 21 = 112; & A_{23} &= -(7 \cdot 96 - 24 \cdot 21) = -168; \\ A_{31} &= 24 \cdot 96 - 21 \cdot 120 = -216; & A_{32} &= -(7 \cdot 96 - 21 \cdot 24) = -168; \\ A_{33} &= 7 \cdot 120 - 24 \cdot 24 = 264. \end{aligned}$$

Искомая обратная матрица:

$$A^{-1} = \frac{1}{192} \begin{pmatrix} 264 & 120 & -216 \\ 120 & 112 & -168 \\ -216 & -168 & 264 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,375 & 0,625 & -1,125 \\ 0,625 & 0,584 & -0,875 \\ -1,125 & -0,875 & 1,375 \end{pmatrix}.$$

Проверим, выполняется ли равенство:  $A^{-1}A = E$ .

$$\begin{aligned} AA^{-1} &= \frac{1}{192} \begin{pmatrix} 7 & 24 & 21 \\ 24 & 120 & 96 \\ 21 & 96 & 79 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 264 & 120 & -216 \\ 120 & 112 & -168 \\ -216 & -168 & 264 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{192} \begin{pmatrix} 192 & 0 & 0 \\ 0 & 192 & 0 \\ 0 & 0 & 192 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Вывод: равенство выполняется, расчет обратной матрицы выполнен верно.

4) Найдём произведение матриц  $X'Y$ :

$$X'Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 8 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 5 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40 \\ 195 \\ 158 \end{pmatrix}.$$

5) **Найдём** параметры уравнения троичной регрессии (3.5) методом наименьших квадратов (ниже  $b$  – это вектор параметров регрессии):

$$b = (X'X)^{-1} X'Y = (1/192) \begin{pmatrix} 264 & 120 & -216 \\ 120 & 112 & -168 \\ -216 & -168 & 264 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40 \\ 195 \\ 158 \end{pmatrix} = (1/192) \cdot \begin{pmatrix} -168 \\ 96 \\ 312 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,88 \\ 0,50 \\ 1,63 \end{pmatrix}.$$

Ответ:  $b_0 = -0,88$ ;  $b_1 = 0,50$ ;  $b_2 = 1,63$ . Наше уравнение троичной регрессии имеет вид:

$$\hat{y} = -0,88 + 0,50x_1 + 1,63x_2. \quad (3.6)$$

б) **Найдём точечный прогноз** выручки – регрессионное значение - для проектируемого магазина-8 с площадью  $x_1=11$  (1100 м<sup>2</sup>) и площадью паркинга  $x_2 = 8$  (80 автомашин):  $\hat{y} = -0,88 + 0,50 \cdot 11 + 1,63 \cdot 8 = 17,66$ .

7) **Найдём 95 %-ный доверительный интервальный прогноз** выручки для регрессионного значения магазина-8 при проектных значениях факторов:  $x_1=11$ ,  $x_2=8$ . Для этого нужно найти дисперсию  $s^2$  СВ отклонений  $e$  и дисперсию  $s_{\hat{y}}^2$  СВ  $\hat{y}$  по формулам:

$$s^2 = \frac{e'e}{n - (p+1)} = \frac{\sum e_i^2}{n - p - 1}. \quad s_{\hat{y}} = s \sqrt{X_0' (X'X)^{-1} X_0};$$

где  $X_0 = (0 \ 11 \ 8)'$  – вектор проектных значений переменных  $x_0=0$ ,  $x_1=11$ ,  $x_2=8$ .

Для удобства вычислений составим таблицу 11.

Таблица 11 – Расчётная таблица для задачи-2

№ п/п	$x_{i1}$	$x_{i2}$	$y_i$	$x_{i1} \cdot x_{i2}$	$\hat{y}_i$	$e_i$	$e_i^2$ *	$\dot{x}_1^2$ *	$\dot{x}_2^2$ *
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	2	1	1,25	0,75	0,56	5,90	4,00
2	1	2	3	2	2,88	0,12	0,02	5,90	1,00
3	2	2	4	4	3,38	0,62	0,39	2,04	1,00
4	3	3	5	9	5,51	-0,51	0,26	0,18	0,00
5	4	3	5	12	6,01	-1,01	1,02	0,32	0,00
6	5	4	7	20	8,14	-1,14	1,30	2,46	1,00
7	8	6	14	48	12,90	1,10	1,21	20,88	9,00
<b>Итого</b>	<b>24</b>	<b>21</b>	<b>40</b>	<b>96</b>	<b>40,07</b>	<b>-0,07</b>	<b>4,76</b>	<b>37,71</b>	<b>16,00</b>
Сред. знач.	3,43	3,0	5,71	13,71	-	-	4,76/4 = 1,19	37,71/6 = 6,29	16,0/6 = 2,67

\*В графах 9 и 10 переменные  $x_1$  и  $x_2$  центрированы и возводятся в квадрат. В графах 8-10 дисперсии  $s^2$ ,  $s_{x_1}^2$  и  $s_{x_2}^2$  исправленные.

На основе табличных данных рассчитаем СКО:

Остаточное СКО  $e_i$ :  $s = \sqrt{1,19} = 1,09$ .

СКО  $x_1$ :  $s_{x_1} = \sqrt{6,29} = 2,51$ .

СКО  $x_2$ :  $s_{x_2} = \sqrt{2,67} = 1,63$ .

Продолжим вычисления.

$$X_0'(X'X)^{-1} = (1 \ 11 \ 8) \begin{pmatrix} 1,375 & 0,625 & -1,125 \\ 0,625 & 0,584 & -0,875 \\ -1,125 & -0,875 & 1,375 \end{pmatrix} = (-0,750 \ 0,049 \ 0,250),$$

$$(X_0'(X'X)^{-1})X_0 = (-0,750 \ 0,049 \ 0,250) \begin{pmatrix} 1 \\ 11 \\ 8 \end{pmatrix} = 1,789 \approx 1,79,$$

$$s_{\hat{y}} = 1,09\sqrt{1,79} = 1,46.$$

По статистической таблице [2, Приложение Г] находим критическое значение статистики Стьюдента  $t_{0,95; 7-2-1=4} = \mathbf{2,78}$ . Полуинтервал  $\Delta = t_{0,95; 4} \cdot s_{\hat{y}} = 2,78 \cdot 1,46 = 4,05$ .

Нижняя граница доверительного интервала:  $\hat{y}_{min} = \hat{y}_{X_0} - \Delta = 17,66 - 4,05 = 13,61$ .

Верхняя граница доверительного интервала:  $\hat{y}_{max} = \hat{y}_{X_0} + \Delta = 17,66 + 4,05 = 21,71$ .

**Ответ:** искомый доверительный интервал для прогнозного значения  $\hat{y}_{X_0}$  задаётся системой неравенств:

$$13,61 \leq M_{X_0}(Y) \leq 21,71. \quad (3.7)$$

**8) Рассчитаем коэффициент корреляции между факторными переменными – проверка на мультиколлинеарность:**

$$r_{x_1x_2} = \frac{\overline{X_1 \cdot X_2} - \overline{X_1} \cdot \overline{X_2}}{s_{x_1} \cdot s_{x_2}}.$$

Здесь все выражения и переменные вычислены в таблице 11 и под ней.

Искомый коэффициент корреляции факторных переменных:

$$r_{x_1x_2} = \frac{13,71 - 3,43 \cdot 3,00}{2,51 \cdot 1,63} = 0,84.$$

**Вывод:** мультиколлинеарность факторов  $X_1$  и  $X_2$  достаточно велика, поэтому в дальнейшем анализе можно ожидать противоречивых результатов.

**9) Проверим значимость коэффициентов регрессии.** СКО коэффициента рассчитывается по формуле:

$$s_{b_j} = s \sqrt{[(X'X)^{-1}]_{jj}}$$

где  $j=0, 1, 2$ , а выражение под корнем есть диагональный элемент обратной матрицы  $(X'X)^{-1}$ , см п. 2. Отсюда:

$$s_{b1} = 1,09 \sqrt{0,584} = 0,83; s_{b2} = 1,09 \sqrt{1,375} = 1,28.$$

Имеем: а) так как  $t = |b_1| / s_{b1} = 0,50/0,83 = 0,60 < t_{0,95;4} = 2,78$ , то **коэффициент  $b_1$  незначим** (незначимо отличается от нуля);

б) так как  $t = |b_2| / s_{b2} = 1,63/1,28 = 1,27 < t_{0,95;4} = 2,78$ , то **коэффициент  $b_2$  незначим**.

Выводы: а) на такой результат могли повлиять: мультиколлинеарность факторов, см. п. 8, и слишком малые объёмы выборок ( $n = 7$ );

в) полученный результат влечёт незначимость уравнения регрессии, см. п. 10.

**10) Оценим** значимость уравнения регрессии на уровне  $\alpha=0,05$  по коэффициенту детерминации:

$$R^2 = Q_R / Q = (b'X'Y - n\bar{y}^2) / (Y'Y - n\bar{y}^2)$$

$$b'(X'Y) = (-0,88 \quad 0,50 \quad 1,63) \begin{pmatrix} 40 \\ 195 \\ 158 \end{pmatrix} = 319,84.$$

$$\bar{y} = 40/7 = 5,72 \text{ (см. табл.4.1)} ; Y'Y = \sum y_i^2 = 324.$$

Окончательно:

$$R^2 = (319,84 - 7 \cdot 5,72 \cdot 5,72) / (324 - 7 \cdot 5,72 \cdot 5,72) = 90,81/94,97 = 0,96.$$

Вывод: значимость регрессии здесь очень высокая, хотя в п. 9 была установлена незначимость обоих коэффициентов регрессии. Противоречие.

**11) Оценим** значимость уравнения регрессии на уровне  $\alpha=0,05$  по критерию Фишера. Регрессия значима, если справедливо неравенство:

$$F = R^2 (n-p-1) / ((1-R^2) p) > F_{\alpha; k1; k2}.$$

$$\text{Вычисляем: } F = 0,96^2(7-2-1) / ((1-0,96^2)2) = 23,0 > (F_{0,05;2;4} = 6,94).$$

**Вывод:** уравнение значимо. Снова противоречие с п.9.

**Вывод по решению задачи-2:** полученная двухфакторная модель магазина несовершенна. План её доработки:

- 1) рассчитать коэффициенты корреляции между  $x_1$  и  $\hat{y}$ , между  $x_2$  и  $\hat{y}$ ;
- 2) если первый коэффициент больше второго, то фактор  $x_2$  исключить из регрессии, а вместо него включить, например, фактор  $x_3$  – средняя ширина ассортимента магазина (ширина ассортимента – это общее количество категорий товаров);
- 3) если второй коэффициент больше первого, то фактор  $x_1$  исключить из регрессии, а вместо него включить какой-нибудь фактор  $x_3$ .





### 3.4 Пример решения задачи в MS Excel. Моделирование магазина на основе линейной троичной регрессии

Постановка задачи-3 и исходные данные те же, что и для задачи-2, исходные данные см. в таблице 10.

Для решения используется функция "Регрессия" из пакета анализа данных.

1) **Внесём** в лист MS Excel исходные данные своего варианта.

	A	B	C	D	E
1	$Y_i$	$X_{1i}$	$X_{2i}$		
2	2	1	1		
3	3	1	2		
4	4	2	2		
5	5	3	3		
6	5	4	3		
7	7	5	4		
8	14	8	6		

Рисунок 3 – Исходные данные для построения троичной регрессии

2) **Выберем** пункт "Анализ данных" во вкладке "Данные". В появившемся окне найдём инструмент "Регрессия".

3) **Зададим** входные интервалы переменных X, Y и укажем интервал вывода итогов регрессионного анализа (верхнюю левую ячейку диапазона вывода данных). Выбор пункта "Остатки" позволит получить данные об остатках (ошибках) регрессии.

4) **Проведём** расчёты и представим результаты с помощью Excel в виде нескольких таблиц (рисунок 5). Расшифруем полученные данные.

а) Таблица "Регрессионная статистика" содержит:

"Множественный R" – коэффициент множественной корреляции;

"R-квадрат" – коэффициент детерминации;

"Нормированный R-квадрат" – коэффициент детерминации, скорректированный на количество степеней свободы;

"Стандартная ошибка" – квадратный корень из остаточной дисперсии;

"Наблюдения" – количество наблюдений n.

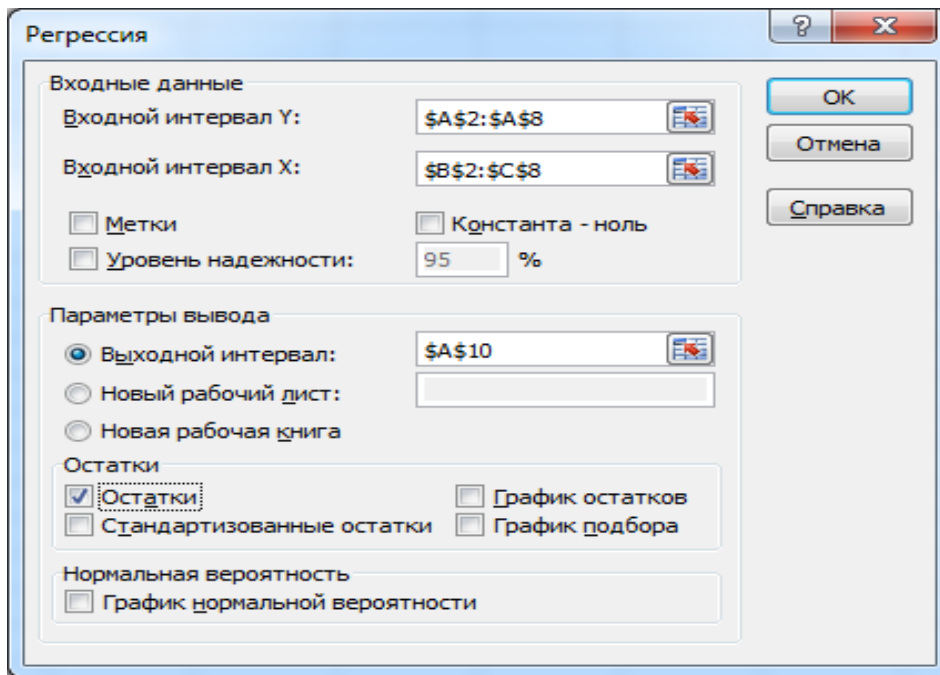


Рисунок 4 – Параметры построения трюичной регрессии

б) Таблица "Дисперсионный анализ" содержит данные:

- столбец " $df$ " - три числа степеней свободы: для регрессии, остатка и общее;
- столбец " $SS$ " - три суммы квадратов отклонений: для регрессии, остатка и общее;
- столбец " $MS$ " - два числа дисперсии на одну степень свободы: для регрессии и остатка;
- столбец " $F$ " - значение СВ  $F$ , распределённой по ЗР Фишера;
- столбец " $\text{Значимость } F$ " -  $p$ -значение для СВ  $F$ , т. е. вероятность того, что выполняется нулевая гипотеза о случайном отклонении коэффициента Фишера от нуля. В нашем примере  $p$ -значение ничтожно мало, поэтому гипотеза  $H_0$  отклоняется.

в) Следующая таблица содержит информацию о параметрах уравнения регрессии:

- столбец "Коэффициенты" - значения параметров уравнения регрессии. Строка "Y-пересечение" содержит значения параметра  $b_0$ , строка "Переменная X1" - параметра  $b_1$ , строка "Переменная X2" - параметра  $b_2$ ;
- столбец "Стандартная ошибка" – стандартные ошибки параметров уравнения регрессии. Строка "Y-пересечение" - стандартная ошибка для параметра  $b_0$ , строка "Переменная X1" – стандартная ошибка для параметра  $b_1$ , строка "Переменная X2" – стандартная ошибка для параметра  $b_2$ ;
- столбец "t-статистика" - значения  $t$ -критериев Стьюдента для параметров уравнения регрессии. Строка "Y-пересечение" – значение  $t$ -

критерия Стьюдента для параметра  $b_0$ , строка "Переменная X1" – значение t-критерия Стьюдента для параметра  $b_1$ , строка "Переменная X2" – значение t-критерия Стьюдента для параметра  $b_2$ ;

- столбец "р-значение" – р-значения t-критерия Стьюдента для параметров регрессии. Строка "Y-пересечение" – р-значение t-критерия Стьюдента для параметра  $b_0$ , строка "Переменная X1" – р-значение t-критерия Стьюдента для параметра  $b_1$ , строка "Переменная X2" – р-значение t-критерия Стьюдента для параметра  $b_2$ ;

- столбцы "Верхние 95 %" и "Нижние 95 %" – интервалы для параметров уравнения регрессии, построенные с доверительной вероятностью 95 %.

г) Таблица "Вывод остатка" содержит данные:

"Предсказанное Y" - значения  $y$ , рассчитанные по уравнению регрессии ( $\hat{y}$ ).

"Остатки" - разница между предсказанными значениями  $y$  и наблюдаемыми значениями  $y$  (e).

### 5) Конец решения.

Ниже в таблице 12 приведён количественный анализ совпадения ручного и компьютерного решений.

Таблица 12 – Сравнение ручного и компьютерного решений

Обозначение и решение ручное – задача-2		Обозначение и решение в MS Excel – задача-3		Относит. отклонение, %
1	2	3	4	5*
а) Коэффициент детерминации $R^2$ , п. 10	0,96	R-квадрат	0,951	0,9
б) СКО отклонений $s$ , п. 7	1,09	Стандартная ошибка	1,090	0,0
в) Свободный член $b_0$ , п. 5	-0,88	Y-пересечение - Коэффициенты	-0,875	0,6
г) Коэффициент $b_1$ , п. 5	0,50	Переменная X1 - Коэффициенты	0,500	0,0
9 Коэффициент регрессии $b_2$ , п. 5	1,63	Переменная X1 - Коэффициенты	1,625	0,3

\* (графа 5:  $\frac{(2)-(4)}{(4)}100\%$ ).

Вывод итогов								
Регрессионная статистика								
Множественный R		0,97479462						
R-квадрат		0,950224551						
Нормированный R-квадрат		0,925336826						
Стандартная ошибка		1,089724736						
Наблюдения		7						
Дисперсионный анализ								
		df	SS	MS	F	Значимость F		
Регрессия		2	90,67857143	45,33928571	38,18045113	0,002477595		
Остаток		4	4,75	1,1875				
Итого		6	95,42857143					
	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
Y-пересечение	-0,875	1,277815519	-0,684762383	0,531111679	-4,422784642	2,672784642	-4,422784642	2,672784642
Переменная X 1	0,5	0,832291015	0,600751409	0,580386945	-1,810810314	2,810810314	-1,810810314	2,810810314
Переменная X 2	1,625	1,277815519	1,271701569	0,27238898	-1,922784642	5,172784642	-1,922784642	5,172784642
Вывод остатка								
Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки						
1	1,25	0,75						
2	2,875	0,125						
3	3,375	0,625						
4	5,5	-0,5						
5	6	-1						
6	8,125	-1,125						
7	12,875	1,125						

Рисунок 5 – Вывод итогов решения задачи-3

Вывод: относительное отклонение ручного и компьютерного решений не превысило 0,9 %, следовательно, ручное решение было выполнено верно.

### 3.5 Пример решения задачи в MS Excel. Задача с нелинейной регрессией

Наша цель – построить и исследовать модель магазина - нелинейной регрессии – с помощью табличного редактора MS Excel. Ниже – пример решения.

1). Внести исходные данные своего варианта в табличный редактор, во вкладке "Вставка" выбрать пункт "Точечная".



Рисунок 6 – Исходные данные для построения нелинейной регрессии

2). Нажать пункт "Выбрать данные".

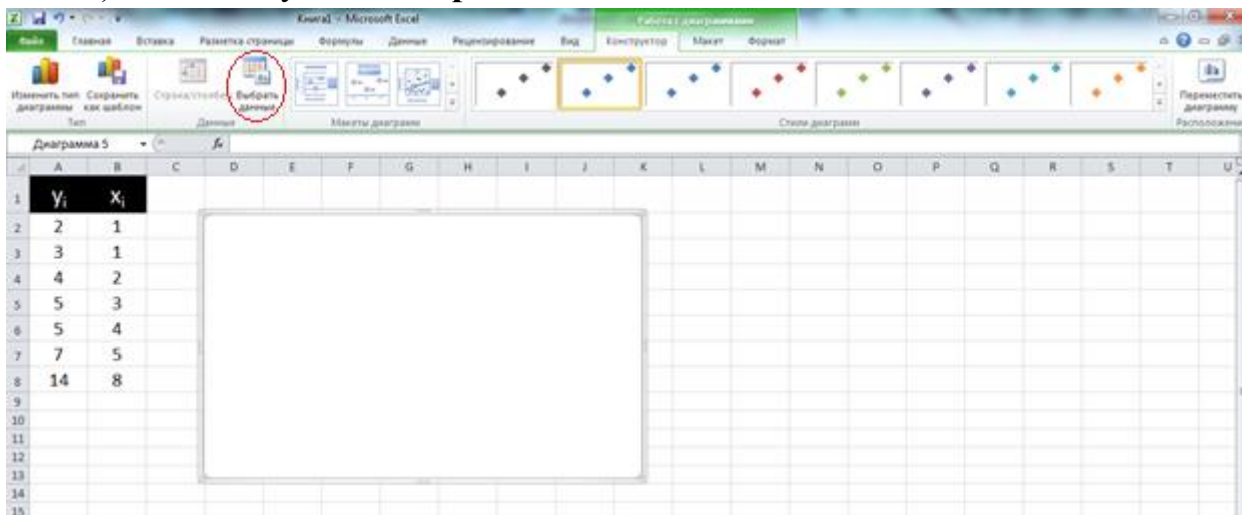


Рисунок 7 – Построение корреляционного поля

3). В появившемся окне нажать "Добавить".

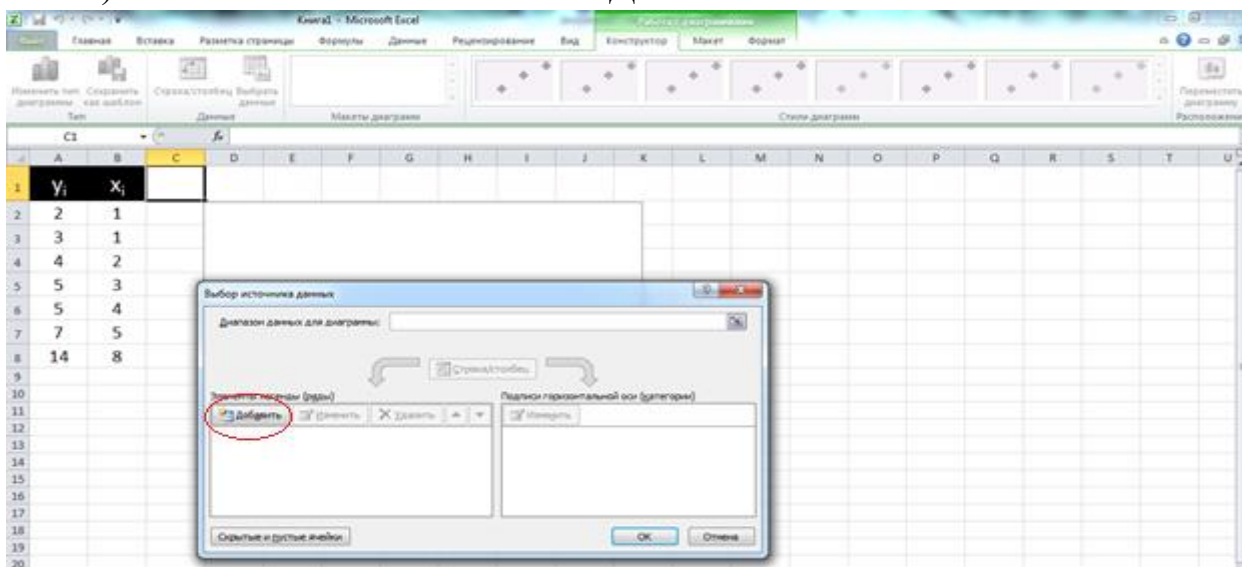


Рисунок 8 – Добавление данных для построения диаграммы

4). Присвоить имя ряду "Наблюдения" и указать значения переменных X и Y.

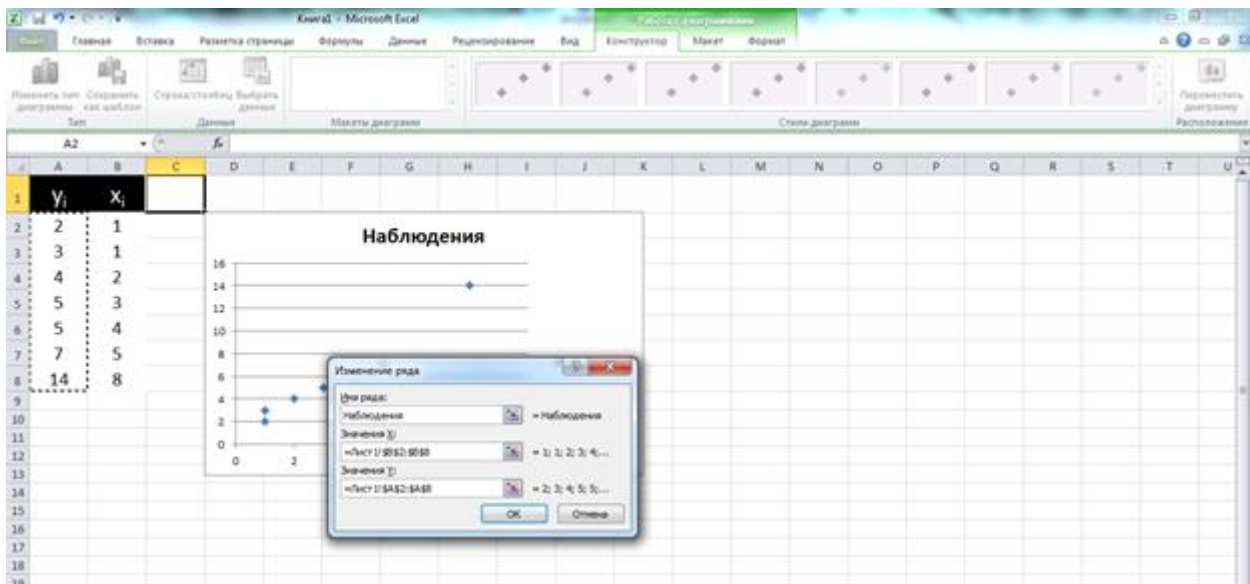


Рисунок 9 – Данные для построения корреляционного поля

5). Табличный редактор построил диаграмму. Перейти во вкладку "Макет".

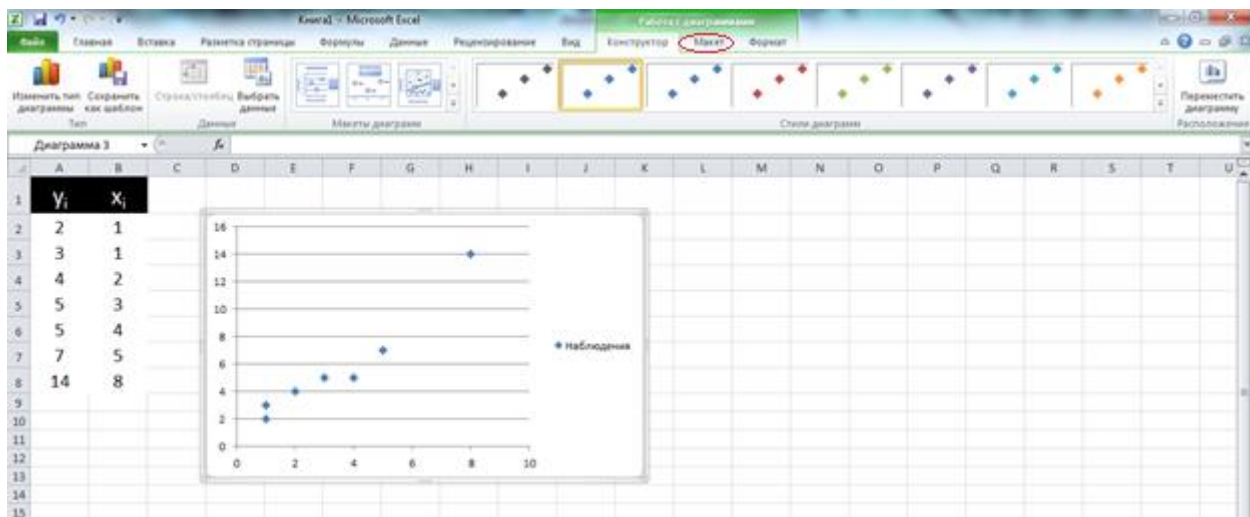


Рисунок 10 – Корреляционное поле

б) Указать названия осей диаграммы.

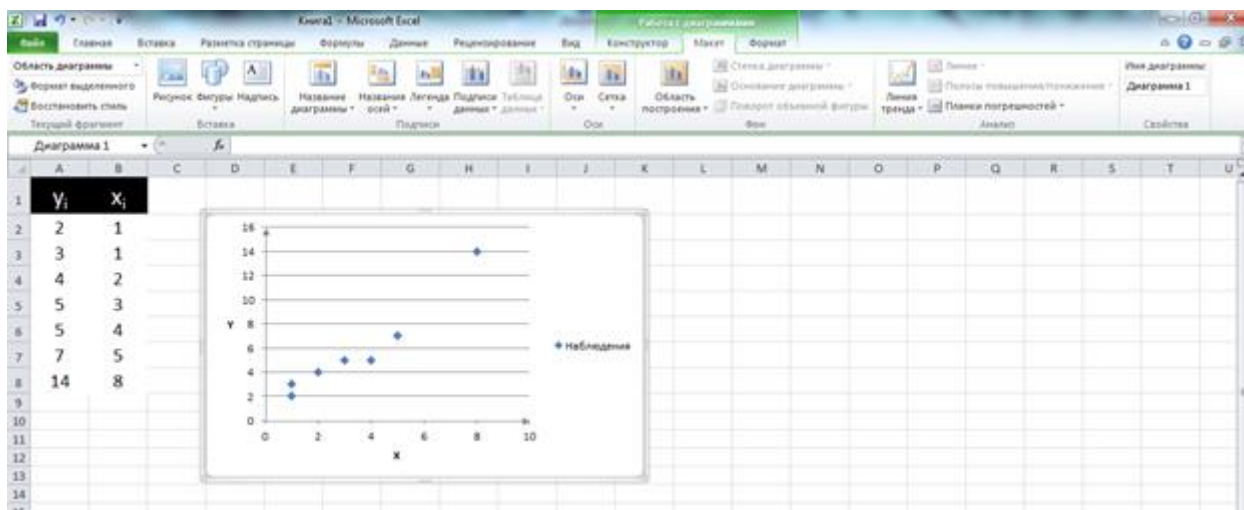


Рисунок 11 – Оформление корреляционного поля

7). Выбрать вкладку "Линия тренда" и нажать на пункт "Дополнительные параметры линии тренда".

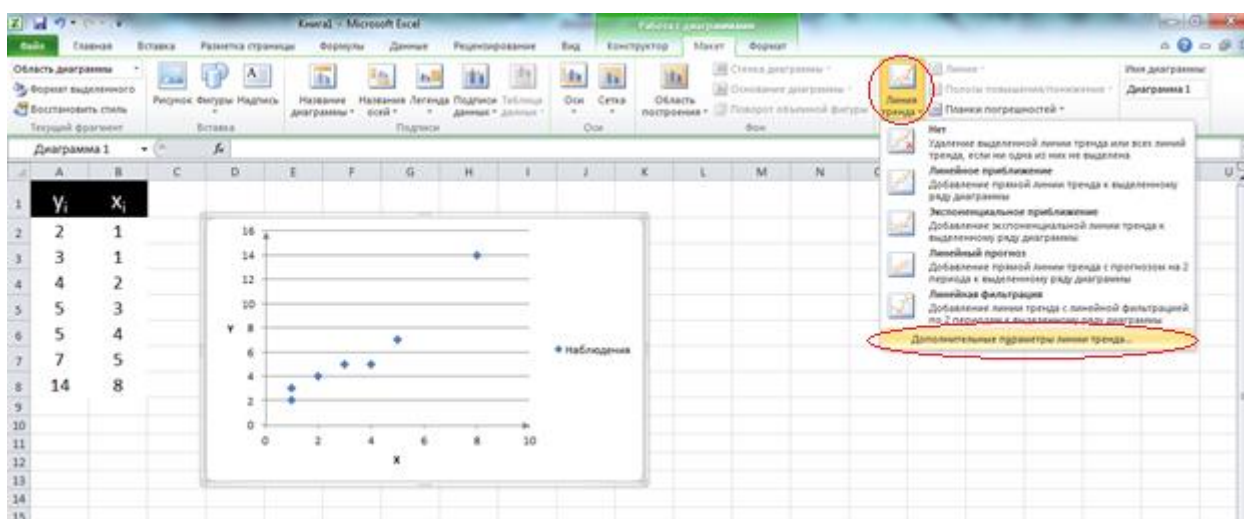


Рисунок 12 – Построение линии тренда

8) В появившемся диалоговом окне указать параметры линии тренда. Для сглаживания исходных данных используем полином второй степени (при  $X=0$  он даёт  $Y=0$ , что и требуется). Присвоить имя аппроксимирующей линии "Нелинейная регрессия". Задать параметры прогноза и отметить точку пересечения кривой с осью  $Y$ . Отметить необходимость показывать на графике уравнение регрессии и коэффициент детерминации.



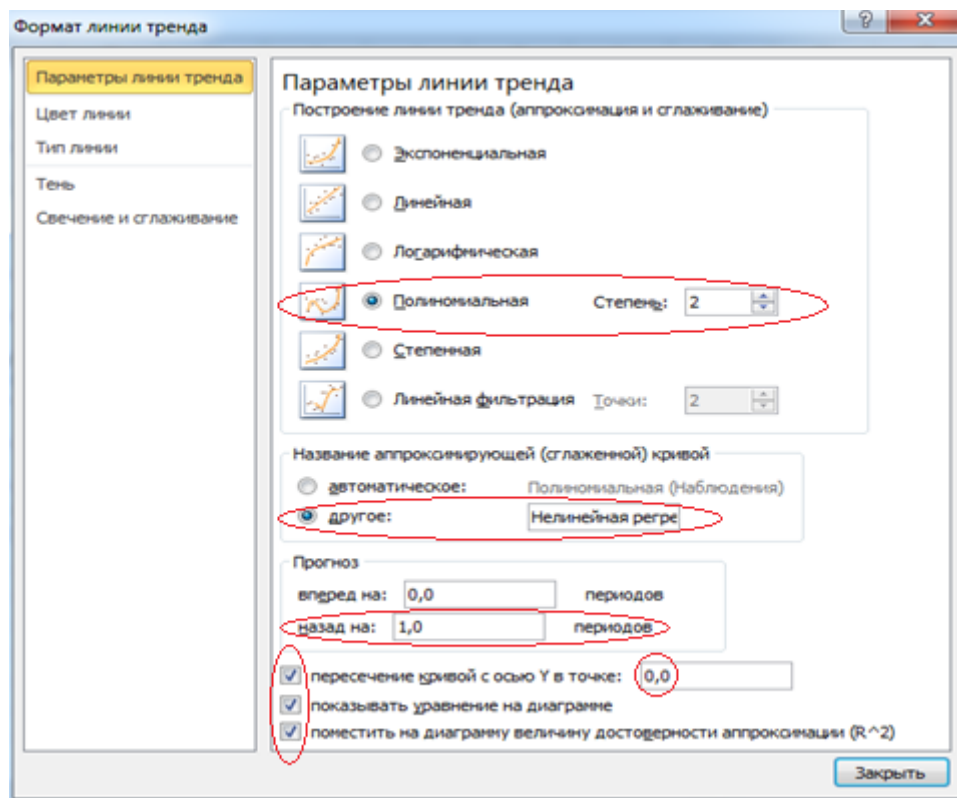


Рисунок 13 – Параметры линии тренда

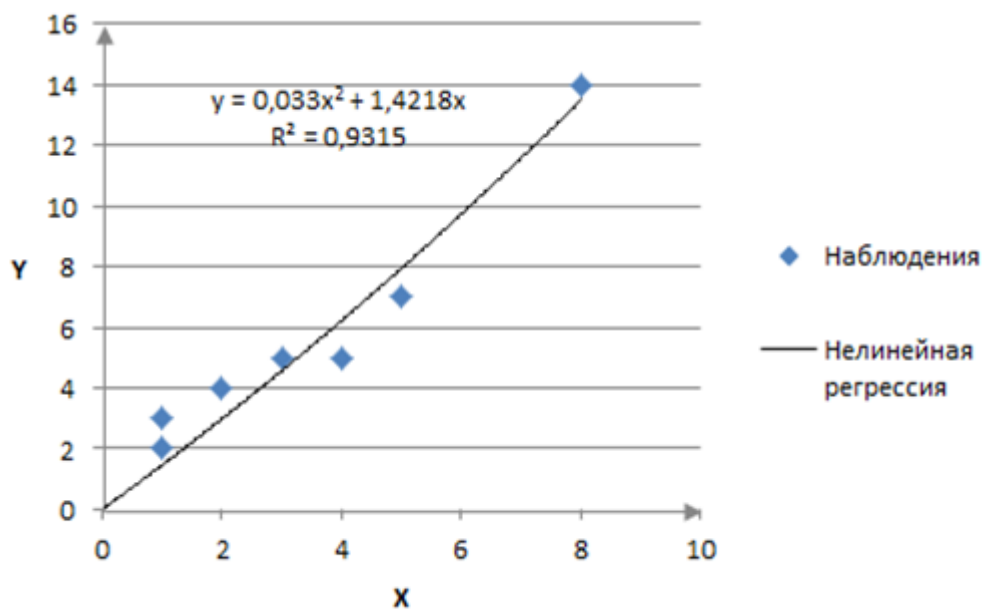


Рисунок 14 – Нелинейная регрессия

9) Конец решения.

10) Вывод: для наших исходных данных исключение  $b_0$  из уравнения регрессии и введение квадратичной составляющей  $x^2$ , судя по малой кривизне линии регрессии, не дало кардинальных изменений по сравнению с линией

парной линейной регрессии. Действительно, коэффициент при  $x$  больше коэффициента при  $x^2$  в 47 раз ( $1,42/0,03=47$ ). Имеющиеся отличия обусловлены в основном отсутствием в задаче-4 свободного члена  $b_0$ .

#### **4 Методические указания по подготовке к промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация в форме экзамена проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости. В качестве оценочных средств для текущего контроля успеваемости используются различные задания, выполняемые студентами на учебных занятиях и во время самостоятельной учебной работы. Сюда относятся:

- а) тестовые задания;
- б) задания по темам практических занятий;
- в) задания по контрольным работам.

Последней группе заданий при подготовке к зачёту следует уделять особое внимание поскольку, во-первых, выполнение и защита контрольной работы предусмотрены учебным планом заочной формы обучения, во-вторых, контрольная работа представляет собой целостное исследование, которое проходит через основные темы дисциплины и включает в себя решение экономико-математических задач, в том числе на компьютере.

#### **Вопросы для экзамена**

1. Основные цели и задачи эконометрики как научной дисциплины.
2. Этапы построения эконометрической модели и их содержание.
3. Классификация переменных в моделях. Параметры модели.
4. Оценка параметров линейной регрессии. Метод наименьших квадратов.
5. Предпосылки метода наименьших квадратов. Теорема Гаусса-Маркова.
6. Оценка статистической значимости уравнения парной регрессии.
7. Оценка статистической значимости параметров парной регрессии.
8. Точечная и интервальная оценка прогноза по линейному уравнению регрессии.
9. Нелинейная регрессия. Модели нелинейные по переменным.
10. Нелинейная регрессия. Модели нелинейные по параметрам.
11. Фиктивные переменные в регрессионных моделях.
12. Фиктивные переменные. Условия и технология применения.
13. Модель множественной регрессии. Предпосылки МНК,
14. Оценка параметров множественной линейной регрессии. Матричный метод.

15. Оценка параметров множественной линейной регрессии. Скалярный метод.
16. Частные уравнения регрессии.
17. Регрессионная модель в стандартизованном масштабе.
18. Оценка статистической значимости параметров множественной линейной регрессии.
19. Проверка общего качества уравнения множественной линейной регрессии.
20. Коэффициент детерминации. Скорректированный коэффициент детерминации. Анализ статистической значимости коэффициента детерминации.
21. Мультиколлинеарность факторов. Понятие совершенной и несовершенной мультиколлинеарности.
22. Устранение мультиколлинеарности. Процедура последовательного присоединения регрессоров.
23. Устранение мультиколлинеарности. Метод дополнительной регрессии.
24. Устранение мультиколлинеарности. Процедура последовательного удаления регрессоров.
25. Гетероскедастичность. Графический метод определения гетероскедастичности. Последствия применения МНК.
26. Гетероскедастичность. Критерии определения гетероскедастичности.
27. Устранение гетероскедастичности. Метод взвешенных наименьших квадратов.
28. Автокорреляция остатков. Последствия автокорреляции в остатках. Критерий Дарбина–Уотсона.
29. Классификация систем уравнений в эконометрике. Структурная и приведенная формы модели.
30. Проблема идентификации. Необходимое и достаточное условие идентификации.
31. Оценивание параметров структурной модели. Косвенный МНК.
32. Оценивание параметров структурной модели. Двухшаговый МНК.
33. Спецификация модели в виде временного ряда и его основные характеристики.
34. Выравнивание уровней временного ряда, определение функции тренда.
35. Нестационарные временные ряды. Определение функции тренда методом конечных разностей.

## СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

### Основные

1. Кремер, Н. Ш. Эконометрика: учеб. / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2016. – 328 с. (ЭБС "Электронная библиотека онлайн").
2. Сток, Дж., Уотсон, М. Введение в эконометрику: учебник / Дж. Сток, М. Уотсон. - Москва: Российская академия народного хозяйства, 2019. – 866 с.
3. Демидова, О. А. Эконометрика: учеб. и практикум для вузов / О. А. Демидова, Д. И. Малахов. - Москва: Изд-во ЮРАЙТ, 2023. - 334 с.
4. Агаларов, З. С. Эконометрика: учеб. / З. С. Агаларов, А. И. Орлов. - Москва: Изд.-торг. корпорация «Дашков и Ко», 2021. - 380 с.
5. Галочкин, В. Т. Эконометрика: учеб. и практикум для вузов / В. Т. Галочкин. - Москва: Изд-во ЮРАЙТ, 2023. - 293 с. (Высшее образование).

### Дополнительные

6. Карлов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учеб. пособие / А. М. Карлов. – Москва: КноРус, 2015. – 264 с.
7. Мнацаканян, А. Г. Методические указания по оформлению учебных текстовых работ (рефератов, контрольных, курсовых, выпускных квалификационных) / А. Г. Мнацаканян, Ю. Я. Настин, Э. С. Круглова. – Калининград: Изд-во КГТУ, 2017. – 22 с.
8. Балдин, К. В. Эконометрика: учеб пособие / К. В. Балдин, О. Ф. Быстров, М. Соколов. – Москва: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. – 254 с. (ЭБС "Электронная библиотека онлайн").
9. Дубова, Т. А. Статистические методы прогнозирования в экономике: учеб. пособие / Т. А. Дубова, М. Ю. Архипова. – Москва: Изд-во МЭСИ, 2004. - 136
10. Орлов, А. И. Эконометрика: учеб. / А. И. Орлов. – Москва: "Экзамен", 2002. – 413 с.
11. Абдуллин, Р. З. Эконометрика в MS EXCEL: практикум / Р. З. Абдуллин, В. Р. Абдуллин. - Иркутск, Изд-во БГУ, 2016. – 135 с.
12. Мхитарян, В. С. Эконометрика: учеб.-практ. пособие / В. С. Мхитарян, М. Ю. Архипова, В. П. Сиротин. – Москва: АНО "Евразийский открытый университет", 2012. – 221 с. (ЭБС "Электронная библиотека онлайн").
13. Сергеев, Л. И. Регрессионный анализ макроэкономических параметров развития рыбной отрасли / Л. И. Сергеев // Балтийский экономический журнал. – 2018. – № 1(21). – С. 86-99.

14. Хачатрян, С. Р. Методы и модели решения экономических задач: учеб. пособие / С. Р. Хачатрян, М. В. Пинегина, В.П. Буянов. – Москва: "Экзамен", 2005. – 384 с.

Локальный электронный методический материал

Е. А. Гордеева

## ЭКОНОМЕТРИКА

Редактор Э. С. Круглова

Уч.-изд. л. 4,8 Печ. л. 4,3

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1