



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«ИНТЕГРАЛЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки
09.03.01 ИНФОРМАТИКА И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА

Профиль программы
**«АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ И
УПРАВЛЕНИЯ»**

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

цифровых технологий
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общетеchnические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1: Использует знания основ математики в профессиональной деятельности и решает стандартные профессиональные задачи с применением методов математического анализа и моделирования	Интегралы и дифференциальные уравнения	<p><u>Знать:</u> основные определения и теоремы теории интегрирования и теории дифференциальных уравнений;</p> <p>- основные методы вычисления интегралов и решения дифференциальных уравнений.</p> <p><u>Уметь:</u> пользоваться методами интегрирования при вычислении при вычислении неопределенных и определенных интегралов;</p> <p>- классифицировать дифференциальные уравнения и решать их соответствующими методами.</p> <p><u>Владеть:</u> основными методами интегрирования;</p> <p>- основными методами решения дифференциальных уравнений.</p>

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1. Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2. К оценочным средствам поэтапного формирования результатов освоения дисциплины относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;

- задания и контрольные вопросы по лабораторным работам.

2.3 Оценочные средства для промежуточной аттестации, проводимой в форме экзамена, включают в себя:

– экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания

Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 50 мин.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2. Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Задания по темам практических занятий

Темы и образцы типовых заданий по темам практических занятий представлены в Приложении №2.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.5 Задания по лабораторным занятиям

Темы, образцы типовых заданий и контрольные вопросы к лабораторным работам приведены в Приложении №3.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения лабораторных работ.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

К экзамену допускаются студенты, положительно аттестованные по результатам текущего контроля успеваемости.

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 4.

Экзаменационный билет содержит два теоретических вопроса и две задачи.

Экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме, а также в форме тестирования. Экзаменатор для уточнения оценки может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание. При проведении экзамена в форме тестирования используются тестовые вопросы, указанные в п.3.1.

4.2. Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, проводимом в форме тестирования, описана в п. 3.2.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств аттестации по дисциплине «Интегралы и дифференциальные уравнения» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, профиль Автоматизированные системы обработки информации и управления.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

И.о. заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры систем управления и вычислительной техники 25.04.2022 г. (протокол № 5).

Заведующий кафедрой

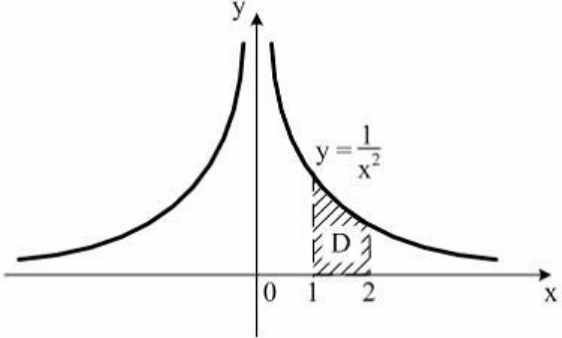
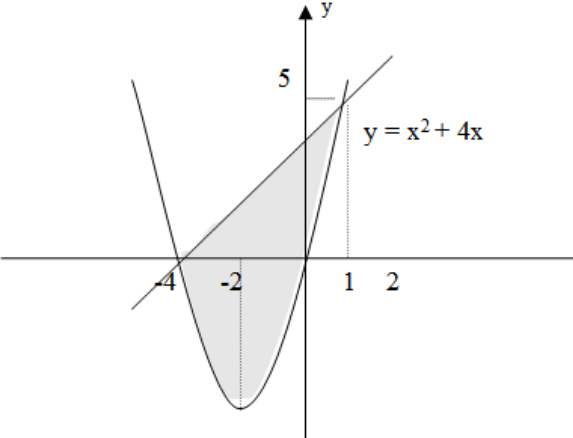


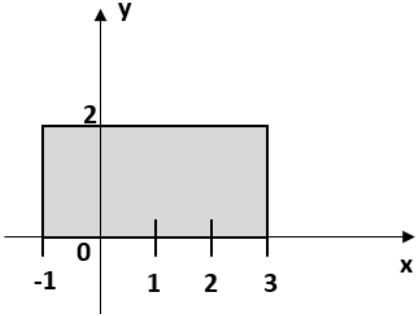
В.А. Петрикин

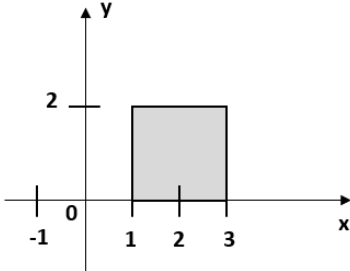
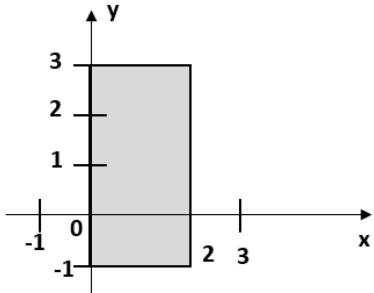
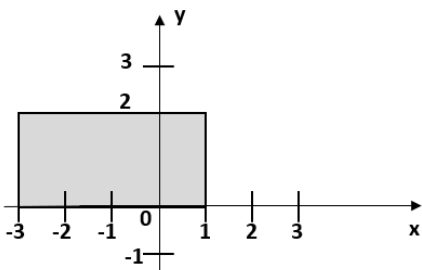
ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант 1

№	Задание	Варианты ответов
1.	Множество всех первообразных функций $f(x) = \sqrt[3]{x}$ имеет вид:	1) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + c$ 2) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} + c$ 3) $\sqrt[3]{x^4} + c$ 4) $\frac{4}{3}\sqrt[3]{x^4} + c$
2.	Неопределенный интеграл $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$ равен:	1) $\cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + C$ 2) $-\cos\left(\frac{1}{x^2}\right) + C$ 3) $\frac{1}{x} \cdot \cos \frac{1}{x} + C$ 4) $\cos \frac{1}{x} + C$
3.	Неопределенный интеграл $\int x \cos x dx$ равен:	1) $x(\sin x - \cos x) + C$ 2) $x(\sin x + \cos x) + C$ 3) $\sin x - x \cos x + C$ 4) $x \sin x + \cos x + C$
4.	Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}$ равен:	1) $\arcsin\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$ 2) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}(x+1) + C$ 3) $\frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$ 4) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{2}\right) + C$
5.	Определенный интеграл $\int_7^8 dx$ равен:	1) 1 2) 15 3) -1 4) 0

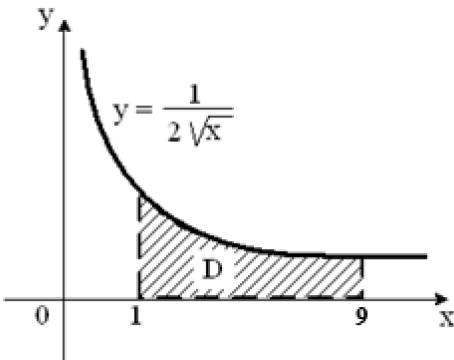
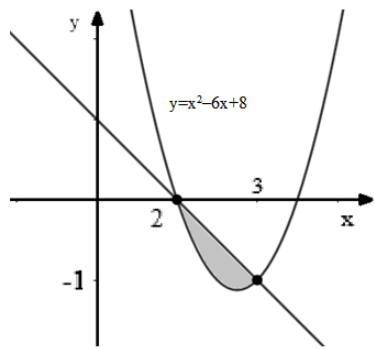
6.	<p>Определенный интеграл $\int_0^1 x\sqrt{1+x^2} dx$ равен:</p>	<p>1) $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}-1)$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}+1)$ 4) 1</p>
7.	<p>$F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 3^{x-1} \ln 3$, тогда разность $F(2)-F(1)$ равна:</p>	<p>1) 2 2) 3 3) 1 4) 0</p>
8.	 <p>Площадь криволинейной трапеции D равна:</p>	<p>1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{8}$ 4) 1</p>
9.	 <p>Площадь заштрихованной части фигуры, изображённой на чертеже, задана интегралом:</p>	<p>1) $\int_{-4}^1 (-x^2 - 3x + 4) dx$ 2) $\int_{-4}^1 (x^2 + 5x + 4) dx$ 3) $\int_{-4}^1 (-x^2 + 5x + 4) dx$ 4) $\int_0^1 (x^2 + 3x - 4) dx$</p>
10.	<p>Сходящимися являются несобственные интегралы:</p>	<p>1) $\int_1^{\infty} x^{-\frac{2}{3}} dx$ 2) $\int_1^{\infty} x^{-3} dx$ 3) $\int_1^{\infty} x^{-\frac{1}{3}} dx$ 4) $\int_1^{\infty} x^{-\frac{3}{8}} dx$</p>
11.	<p>Вид дифференциального уравнения $(1+y^2)dx - xydy = 0$:</p>	<p>1) уравнение Бернулли 2) однородное 3) с разделяющимися переменными 4) в полных дифференциалах</p>

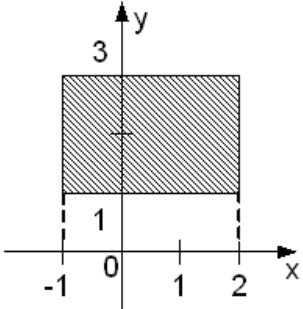
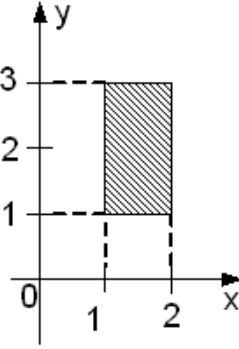
12.	Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является уравнение:	1) $xy' + y = x^3 + 2$ 2) $\sqrt{x^2 + 1} dy = xydx$ 3) $(y^2 - x)dx + (y + x)dy = 0$ 4) $xy' = \sqrt{x + y}$.
13.	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = \frac{dx}{1+x^2}$ имеет вид:	1) $-\frac{1}{y} = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} + c$ 2) $-\frac{1}{y} = \operatorname{arctg} x + c$ 3) $\frac{1}{y} = -\ln(1 + x^2) + c$ 4) $\frac{1}{y} = \ln(1 + x^2) + c$
14.	Решением задачи Коши $y' - y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$, при $y(0) = 0$, является соотношение вида:	1) $y = \frac{x}{\cos x}$ 2) $y = \frac{x}{\sin x}$ 3) $y = \operatorname{tg} x$ 4) $y = x^2 + 1$
15.	Решением уравнения $y'' + 6y' + 13y = 0$ является:	1) $y = Ce^{-3x} \cos 2x$ 2) $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ 3) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$ 4) $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
16.	Фундаментальной системой решений дифференциального уравнения $y''' - y'' + 4y' - 4y = 0$ является:	1) $e^x, \cos 2x, \sin 2x$ 2) e^x, e^{2x}, e^{-2x} 3) $e^x \cos 2x, e^x \sin 2x$ 4) $e^{2x}, \cos x, \sin x$
17.	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^3 dx \int_0^2 f(x, y) dy$ является прямоугольник вида:	1)  2)

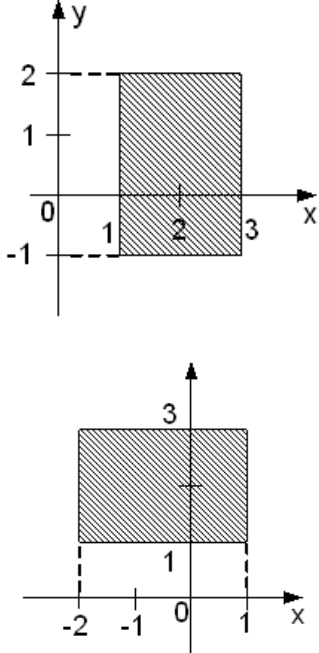
		 <p>3)</p>  <p>4)</p> 
18.	Повторный интеграл $\int_3^5 dx \int_0^1 dy$ равен:	1) 2 2) 1 3) 3 4) 0
19.	Даны точки $O(0;0)$ и $A(2;2)$. Интеграл $\int_L (x + y) dx$ по контуру OA равен:	1) 2 2) 0 3) 8 4) 4
20.	Интеграл $\int_{(0,0)}^{(1,2)} xy dx + x dy$ по контуру отрезка прямой $y = 2x$ равен:	1) 4 2) $5/3$ 3) $8/3$ 4) 3

Вариант 2

№	Задание	Варианты ответов
1	Множество всех первообразных функций $f(x) = e^{6x+2}$ имеют вид:	1) $-6e^{6x+2} + c$ 2) $\frac{1}{6}e^{6x+2} + c$ 3) $e^{6x+2} + c$

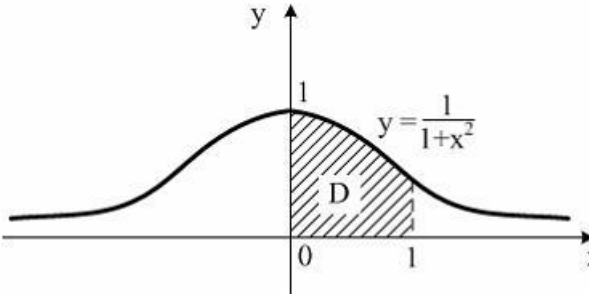
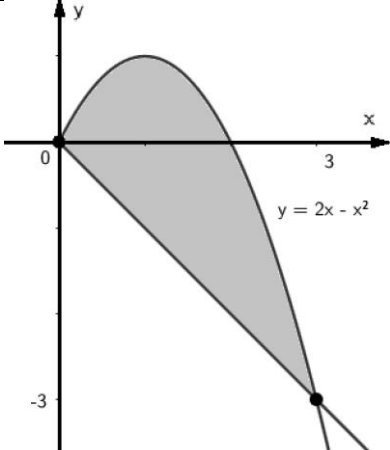
8	 <p>Площадь криволинейной трапеции D равна:</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1) 2 2) 8 3) 12 4) 3
9	 <p>Площадь заштрихованной части фигуры, изображённой на чертеже, задана интегралом:</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. $\int_2^3 (-x^2 + 5x - 6) dx$ 2. $\int_2^3 (-x^2 - 5x + 6) dx$ 3. $\int_2^3 (x^2 - 7x + 10) dx$ 4. $\int_2^3 (x^2 - 5x + 6) dx$
10	Сходящимися являются несобственные интегралы:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $\int_1^{\infty} x^{-5} dx$ 2) $\int_1^{\infty} x^{-6} dx$ 3) $\int_1^{\infty} x^{-3} dx$ 4) $\int_1^{\infty} x^{-1} dx$
11	Вид дифференциального уравнения $y' + 2xy = xe^{-x^2}$:	<ol style="list-style-type: none"> 1) с разделяющимися переменными 2) линейное 3) однородное 4) уравнение Бернулли
12	Линейным дифференциальным уравнением является уравнение:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $xy' + y = x^3$ 2) $\sqrt{y^2 + 1} dx = xy dy$ 3) $(y - x) dx + (y + x) dy = 0$ 4) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$
13	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{y^2} = x dx$ имеет вид:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $-\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + c$ 2) $-\frac{1}{y} = x^2 + c$ 3) $y = \frac{x^2}{2} + c$ 4) $\frac{1}{y} = \frac{x^2}{2} + c$

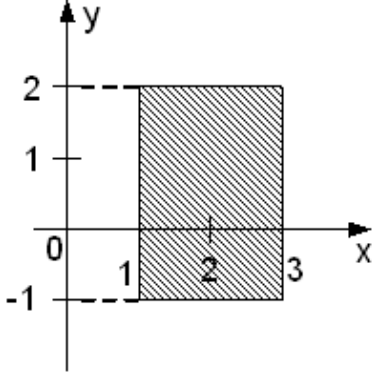
14	<p>Решением задачи Коши $y' - \frac{3y}{x} = x$, при $y(1) = -1$, является соотношение вида:</p>	<p>1) $y = -x^2$ 2) $y = x^2$ 3) $y = -x^3$ 4) $y = -\frac{1}{x}$</p>
15	<p>Решением уравнения $y'' - 5y' + 6y = 0$ является:</p>	<p>1) $y = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$ 2) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$ 3) $y = C e^{3x}$ 4) $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{3x}$</p>
16	<p>Фундаментальной системой решений дифференциального уравнения $y''' + 3y'' + 2y' = 0$ является:</p>	<p>1) e^{-x}, e^{-2x} 2) $1, e^{-x}, e^{-2x}$ 3) x, e^x, e^{2x} 4) $1, \cos 2x, \sin x$</p>
17	<p>Областью интегрирования повторного интеграла $\int_{-1}^2 dx \int_1^3 f(x, y) dy$ является прямоугольник вида:</p>	<p>(1)</p>  <p>2)</p>  <p>3)</p>

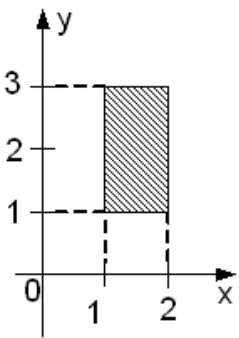
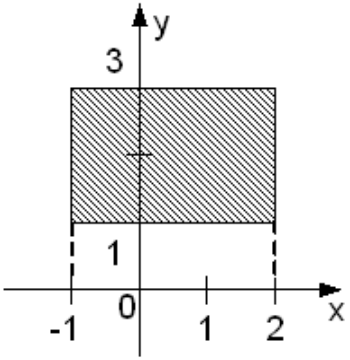
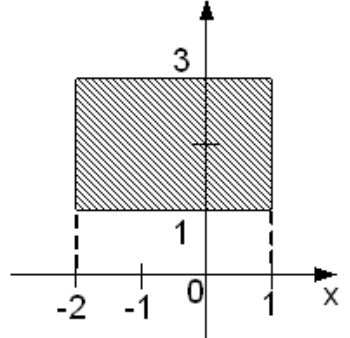
		 <p>4)</p>
18	Повторный интеграл $\int_2^4 dx \int_0^1 dy$ равен:	1) 2 2) 0 3) 1 4) -2
19	Даны точки $A(2;0)$ и $B(2;4)$. Интеграл $\int_L (x + y)dx + xdy$ по контуру AB равен:	1) 16 2) 4 3) 2 4) 8
20	Интеграл $\int_{(0,0)}^{(1,1)} 2xydx + x^2dy$ по контуру $y = x^2$ равен:	1) 0 2) 3 3) 1 4) 2

Вариант 3

№	Задание	Варианты ответов
1	Множество всех первообразных функций $f(x) = e^{-5x+3}$ имеют вид:	1) $5e^{-5x+1} + c$ 2) $-\frac{1}{5}e^{-5x+1} + c$ 3) $e^{-5x+1} + c$ 4) $-5e^{-5x+1} + c$
2	Неопределенный интеграл $\int \frac{e^{2x} - 1}{e^x} dx$ равен:	1) $e^x - \frac{1}{e^x} + C$ 2) $e^{2x} - \frac{1}{e^x} + C$ 3) $e^{2x} + \frac{1}{e^x} + C$ 4) $e^x + \frac{1}{e^x} + C$
3	Неопределенный интеграл $\int (x-7)\sin x dx$ равен:	1) $x\sin x + (7-x)\cos x + C$ 2) $7\sin x + x\cos x + C$ 3) $-x\sin x + 7\cos x + C$ 4) $\sin x + (7-x)\cos x + C$
4	Неопределенный интеграл $\int \frac{dx}{3+5\cos x}$ равен:	1) $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{2} \right) + C$ 2) $\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right)}{\sqrt{2}} \right) + C$ 3) $\frac{1}{2} \ln \left \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) + \sqrt{2}}{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) - \sqrt{2}} \right + C$ 4) $\frac{1}{4} \ln \left \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) + 2}{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2}\right) - 2} \right + C$

5	<p>Определенный интеграл $\int_4^5 dx$ равен:</p>	<p>1) 1 2) 9 3) 0 4) -1</p>
6	<p>Определенный интеграл $\int_2^3 2x\sqrt{x^2 - 4} dx$ равен:</p>	<p>1) $\frac{10\sqrt{5}}{3}$ 2) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ 3) 1 4) $5\sqrt{5}$</p>
7	<p>$F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 6^{x-1} \ln 6$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна:</p>	<p>1) 5 2) 7 3) 8 4) 1</p>
8	 <p>Площадь криволинейной трапеции D равна:</p>	<p>1) $\frac{\pi}{4}$ 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{1}{2}$</p>
9	 <p>Площадь заштрихованной части фигуры, изображённой на чертеже, задана интегралом:</p>	<p>1) $\int_0^3 (3x - x^2) dx$ 2) $\int_0^3 (2x - x^2) dx$ 3) $\int_0^3 (x - x^2) dx$ 4) $\int_0^3 (x^2 - 3x) dx$</p>
10	<p>Сходящимися являются несобственные интегралы:</p>	<p>1) $\int_1^{\infty} (x+1)^{-\frac{2}{5}} dx$ 2) $\int_1^{\infty} (x+2)^{-4} dx$ 3) $\int_1^{\infty} (x+3)^{-\frac{2}{3}} dx$ 4) $\int_1^{\infty} (x-1)^{-\frac{1}{8}} dx$</p>

11	Вид дифференциального уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$:	<ol style="list-style-type: none"> 1) с разделяющимися переменным 2) однородное 3) уравнение Бернулли 4) линейное
12	Однородным дифференциальным уравнением первого порядка является уравнение:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $xy' + y = x^3$ 2) $\sqrt{y^2 + 1} dx = xydy$ 3) $(y - x)dx + (y + x)dy = 0$ 4) $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$
13	Общим интегралом дифференциального уравнения $x^2 dy = (y - 3)dx$ имеет вид:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $\ln y - 3 = -\frac{1}{x} + c$ 2) $\ln y - 3 = \frac{1}{x} + c$ 3) $\ln y = \frac{1}{x^2} + c$ 4) $y = 2x + c$
14	Решением задачи Коши $x^2 y' = 2xy + 3$, при $y(1) = -1$, является соотношение вида:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $y = \frac{1}{x}$ 2) $y = -\frac{1}{x}$ 3) $y = -x^2$ 4) $y = -x^3$
15	Решением уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$ является:	<ol style="list-style-type: none"> 1) $y = e^{2x}(C_1 + C_2 x)$ 2) $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{2x}$ 3) $y = e^{2x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$ 4) $y = C e^{2x}$
16	Фундаментальной системой решений дифференциального уравнения $y''' - 3y' + 2y = 0$ является:	<ol style="list-style-type: none"> 1) e^x, xe^x, e^{-2x} 2) e^x, e^{-2x} 3) e^x, e^{2x}, e^{-2x} 4) e^x, e^{2x}
17	Областью интегрирования повторного интеграла $\int_1^3 dx \int_{-1}^2 f(x, y) dy$ является прямоугольник вида:	<ol style="list-style-type: none"> 1)  2)

		<p>3) </p> <p>4) </p> <p></p>
18	<p>Повторный интеграл $\int_0^2 dx \int_0^2 dy$ равен:</p>	<p>1) 4 2) 3 3) 2 4) 1</p>
19	<p>Даны точки $O(0;0)$ и $A(1;1)$. Интеграл $\int_L ydx + xdy$ по дуге OA параболы $y = x^2$ равен:</p>	<p>1) 3 2) 1 3) 2 4) 9</p>
20	<p>Интеграл $\int_{(0,0)}^{(1,3)} xydx + x^2 dy$ по контуру $y = 3x$ равен:</p>	<p>1) 1 2) 2 3) 0 4) 3</p>

ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Тема 1 Неопределённый интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей, простейших иррациональностей и тригонометрических функций.

Тема 2. Определённый интеграл. Несобственные интегралы. Площади плоских фигур и длина дуги в прямоугольных и полярных координатах.

Тема 3. Вычисление объёмов тел и площади поверхности вращения с помощью определённого интеграла.

Тема 4. Дифференциальные уравнения первого порядка и их виды. Методы решения ДУ первого порядка.

Тема 5 Дифференциальные уравнения высшего порядка. Виды и методы решения ДУ высшего порядка.

Тема 6. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 7. Вычисление кратных интегралов. Приложения двойного и тройного интегралов.

Тема 8. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов. Элементы теории поля.

Список используемых источников.

1. Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: Учеб, пособие для студентов выеш. техн. учеб, заведений / Г. С, Бараненков, Б. П. Демидович, В. А, Ефименко и др.; Под ред. Б. П. Демидовича. — М.: ООО «Издательство Астрель»: ООО «Издательство АСТ», 2004 — 495, [1] с.: ил.1.
2. Сборник задач по высшей математике: С контрол. работами. 1 курс / К. Н. Лунгу [и др.]. - Изд. 3-е, испр. и доп. - М.: Айрис-пресс, 2013, 2014, 2018.
3. 3.Сборник задач по высшей математике: С контрол. работами. 2 курс / К. Н. Лунгу [и др.]. - Изд. 3-е, испр. и доп. - М.: Рольф, 2018.-576с.:ил
4. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: учебное пособие в 4 частях. Части 1, 2, 3. - Минск: Вышш. шк., 2009.

Задания [1,3] предназначены для выполнения на практических занятиях под руководством преподавателя и самостоятельно [4] в рамках домашнего задания для дополнительной проработки тем дисциплины и представляют собой подборки практических задач.

ТИПОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕМАМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практические задания формируются на базе сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. «Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов» (М., АСТ: Астрель, 2003г) из списка основной учебной литературы, приведенного в рабочей программе по дисциплине.

Практические задачи по теме 1 «Неопределённый интеграл. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей, простейших иррациональностей и тригонометрических функций»: №№ 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373.

Практические задания по теме 2 «Определённый интеграл. Несобственные интегралы. Площади плоских фигур и длина дуги в прямоугольных и полярных координатах»: №№ 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1623, 1635, 1667.

Практические задания по теме 3 «Вычисление объёмов тел и площади поверхности вращения с помощью определённого интеграла»: №№ 1691, 1695, 1722, 1736.

Практические задания по теме 4 «Дифференциальные уравнения первого порядка и их виды. Методы решения ДУ первого порядка»: №№ 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876.

Практические задания по теме 5 «Дифференциальные уравнения высшего порядка. Виды и методы решения ДУ высшего порядка»: 2911, 2914, 2936, 2976, 2980, 2987, 2992.

Практические задания по теме 6. «Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Метод вариации произвольных постоянных»: 2995, 3001, 3012, 3032, 3037

Практические задания по теме 7. «Вычисление кратных интегралов. Приложения двойных и тройных интегралов»: 2136, 2138, 2152, 2161, 2175, 2189, 2247,

Практические задания по теме 8. «Криволинейные интегралы первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов. Элементы теории поля»: 2295, 2310, 2318, 2336, 2361, 2376, 2398.

ТЕМЫ, ОБРАЗЦЫ ТИПОВЫХ ЗАДАНИЙ И КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛАБОРАТОРНЫМ РАБОТАМ

Лабораторные работы выполняются по следующим темам дисциплины

Тема 1. Неопределённый и определенный интегралы. Основные методы интегрирования. Несобственные интегралы.

Тема 2. Площади плоских фигур и длина дуги в прямоугольных и полярных координатах. Вычисление объемов тел и площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла

Тема 3. Дифференциальные уравнения первого порядка и их виды. Методы решения ДУ первого порядка

Тема 4. Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающее понижение порядка. Однородное линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами.

Тема 5. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Тема 6. Вычисление кратных интегралов. Приложения двойных и тройных интегралов.

Тема 7. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов. Элементы теории поля.

Лабораторная работа № 1 (2 часа) Неопределенный и определенный интегралы. Основные методы интегрирования. Несобственные интегралы.

Задание

1. Вычислить интегралы а) $\int \sin \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$, б) $\int \frac{1 + \ln x}{x \ln x} dx$, в) $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}} dx$.

2. Вычислить интегралы а) $\int (x - 7) \sin x dx$, б) $\int \frac{x dx}{\sqrt{5 - 4x}}$.

3. Вычислить интеграл $\int \frac{x^2 - 3x - 12}{x(x - 4)(x - 3)} dx$

4. Вычислить интегралы а) $\int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}$, б) $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$.

5. Вычислить определённые интегралы а) $\int_0^3 x^4 \sqrt{9 - x^2} dx$, б) $\int_{\pi/2}^{\pi} \cos^2 x \sin^4 x dx$.

6. Вычислить несобственный интеграл и исследовать его на сходимость $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x - 3)^2}}$.

7. Вычислить несобственный интеграл и исследовать его на сходимость $\int_0^{\infty} x \cdot e^{-3x} dx$;

Контрольные вопросы

1. В чем состоит способ подстановки и интегрирования по частям для вычисления неопределенного интеграла?
2. Какой интеграл называется определенным? Каковы его основные свойства и геометрический смысл?
3. Запишите формулу Ньютона – Лейбница для вычисления определенного интеграла.
4. В чем состоит способ подстановки и интегрирования по частям для вычисления определенного интеграла?
5. Какие геометрические и физические величины можно вычислять с помощью определенного интеграла? Напишите основные формулы и приведите примеры.
6. Как вычислить площадь плоской фигуры?
7. Запишите формулу нахождения длины дуги с помощью определенного интеграла.
8. Что называется несобственным интегралом 2-го рода (от функций с бесконечными разрывами)?
9. Какие из приведенных интегралов являются несобственными:

$$\int_0^{+\infty} x \cdot \sin(x) \cdot dx, \quad \int_0^1 \frac{dx}{x+1}, \quad \int_{-1}^0 \frac{dx}{x+1}, \quad \int_0^1 \frac{dx}{x-1}, \quad \int_{-2}^3 \frac{dx}{\sqrt[3]{x^2+1}} \quad ?$$

Лабораторная работа № 2 (2 часа). Площади плоских фигур и длина дуги в прямоугольных и полярных координатах. Вычисление объемов тел и площади поверхности вращения с помощью определенного интеграла.

Задание

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными линиями $y = -x^2$, $x + y + 2 = 0$.
2. Вычислить длину дуги заданной плоской кривой $\begin{cases} x = 4\cos^3 t, \\ y = 4\sin^3 t, \\ \pi \leq t \leq 3\pi/2. \end{cases}$
3. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной координатной оси фигуры, ограниченной заданными линиями $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, Oy .
4. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной координатной оси фигуры, ограниченной заданными линиями $y = \sin x$, $y = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$, Ox .

Контрольные вопросы

1. Может ли при вращении бесконечно протяженной кривой вокруг какой – либо прямой образоваться тело конечного объема? рассмотрите пример кривой $y = e^{-x}$ ($0 \leq x < +\infty$).
2. Как вычисляются объемы тел вращения?
3. Как найти площадь поверхности вращения?

4. Какие интегралы называются несобственными? Какой интеграл называется несобственным интегралом 1-го рода (с бесконечным пределом (пределами) интегрирования)?

Лабораторная работа № 3 (2 часа). Дифференциальные уравнения первого порядка и их виды. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка.

Задание

$$y' \cdot y = -\frac{2 \cdot x}{\cos(y)}$$

1. Найти общее решение дифференциального уравнения
2. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному

начальному условию $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}$, $y(1)=1$

3. Решить дифференциальные уравнения первого порядка

1. $(xy^2 + x)dx + (y + x^2y)dy = 0$.

2. $2x^2y' - 4xy - y^2 = 0$.

3. $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$.

4. $\frac{y}{x}dx + (3y^2 + \ln x)dy = 0$.

Контрольные вопросы

1. Какое уравнение называется дифференциальным? Что называется порядком дифференциального уравнения? Приведите примеры.

2. Что называется решением дифференциального уравнения? Приведите примеры.

3. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое — частным? Каков их геометрический смысл? Приведите примеры.

4. Сформулируйте задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка и укажите ее геометрический смысл.

5. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением с разделяющимися переменными и как оно интегрируется? Приведите примеры.

6. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется однородным и как оно интегрируется? Приведите примеры.

7. Какие дифференциальные уравнения первого порядка являются сводящимися к однородным, и каковы способы их приведения к однородным? Приведите примеры.

8. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется линейным и как оно интегрируется? Приведите примеры.

9. Какое дифференциальное уравнение первого порядка называется уравнением Бернулли и как оно интегрируется? Приведите примеры.

Лабораторная работа № 4 (2 часа). Дифференциальные уравнения высшего порядка, допускающее понижение порядка. Однородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Задание

1. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающее понижения порядка $y''' = \sin 3x + 5x^2 + 3x$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающее понижения порядка $(1 + x^2) \cdot y'' + 2xy' = 12x^3$.
3. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному начальному условию $y' \cdot y^2 + y \cdot y'' - (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.
4. Решить дифференциальное уравнение $xy'' - y' = 0$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 0$.
6. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 8y' + 12y = 0$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' = 0$.

Контрольные вопросы

1. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.
2. Каков геометрический смысл начальных условий для дифференциальных уравнений второго порядка?
3. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида $y^{(n)} = f(x)$. Приведите пример.
4. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида $F(x, y', y'') = 0$. Приведите пример.
5. Изложите метод решения дифференциального уравнения вида $F(y, y', y'') = 0$. Приведите пример.
6. Дайте определение линейного дифференциального уравнения второго порядка (однородного и неоднородного).
7. Что называется характеристическим уравнением для линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?
8. Как составляется общее решение однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами?

Лабораторная работа № 5 (2 часа). Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высшего порядка. Метод вариации произвольных постоянных.

Задания

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 4e^x$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' - 2y = 8 \cdot \sin 2x$.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y = 4x \cdot \cos x$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + 5y = e^x \cdot \cos(2x)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 2x^2 - x + 3$.

6. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + y' = x^2 + 3x \cdot e^x$

7. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному

начальному условию $y'' + y = \frac{1}{\cos(x)}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

8. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному

начальному условию $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$, $y(1) = e$, $y'(1) = 3e$.

Контрольные вопросы

1. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

2. Как составляется общее решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами? В чем заключается метод подбора?

3. Изложите метод вариации постоянных для нахождения общего решения неоднородного линейного дифференциального уравнения второго порядка.

4. Какие системы называются системами дифференциальных уравнений?

5. Изложите метод решения систем дифференциальных уравнений.

Лабораторная работа № 6 (2 часа). Вычисление кратных интегралов. Приложения двойных и тройных интегралов.

Задания

1. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dy \int_{8y^2}^{2y+6} f(x, y) dx$ Сделать чертеж области интегрирования.

2. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_{-3}^{-1} dx \int_0^{\sqrt{-4x-x^2}} f(x, y) dy$ Сделать чертеж области интегрирования.

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D y dx dy$, где область D ограничена линиями $y \leq \sqrt{x}$, $y \geq -x$, $x - y \leq 2$; сделать чертеж области интегрирования.

4. Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями

$$z = x^2, x - 2y + 2 = 0,$$

$$x + y = 7, z = 0.$$

5. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L 2xy dx + x^2 dy$ вдоль кривой $y = x^2$ от $A(0,0)$ до $B(1,1)$; сделать чертеж.

Контрольные вопросы

1. Как вычислить двойной интеграл в в прямоугольных декартовых координатах?
2. Как изменить порядок интегрирования в двойном интеграле?
3. Как построить область интегрирования?
4. В чем заключается геометрический смысл двойного интеграла?
5. Изложите последовательность вычисления тройного интеграла в прямоугольных декартовых координатах.
6. Перечислите основные приложения тройного интеграла.

Лабораторная работа № 7 (2 часа). Криволинейные интегралы первого и второго рода. Приложения криволинейных интегралов. Элементы теории поля.

Задания

1. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L 2xydx + x^2dy$ вдоль кривой $y = x^2$ от $A(0,0)$ до $B(1,1)$; сделать чертеж.
2. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L ydx + xdy$, где L – часть окружности $x = R \cos t, y = R \sin t$ от $t_1 = 0$ до $t_2 = \frac{\pi}{2}$. Сделать чертеж.
3. Найти величину и направление градиента скалярного поля $U = x^2 + y^2 - z^2$ в точке $A(1,2,-1)$.
4. Вычислить дивергенцию и ротор векторного поля $\vec{F} = xy^2 \cdot \vec{i} - yz \cdot \vec{j} + z^2 \cdot \vec{k}$.
5. Вычислить поток векторного поля $\vec{F} = (y - 1) \cdot \vec{i} + \vec{j} + y \cdot \vec{k}$ через незамкнутую поверхность S , где S – часть цилиндра $x^2 + y^2 = 1$, расположенная между плоскостями $z = 0$ и $x + y + z = 5$, в направлении внешней нормали \vec{n} .

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Дайте определение первообразной функции. Какими свойствами обладает первообразная?
2. Какой интеграл называется неопределенным? Перечислите свойства неопределенного интеграла.
3. Принцип интегрирования с помощью подстановки и по частям. Приведите примеры.
4. Методы интегрирования тригонометрических функций.
5. Какая дробь называется рациональной? Как интегрируются рациональные дроби?
6. Определенный интеграл и его свойства. Запишите формулу Ньютона – Лейбница.
7. Запишите формулу интегрирования по частям для определенного интеграла. Примеры.
8. Какой интеграл называется несобственным? Перечислите типы несобственных интегралов. Примеры.
9. Какие несобственные интегралы называются сходящимися?
10. Понятие дифференциального уравнения первого порядка.
11. Как найти общее решение дифференциального уравнения первого порядка?
12. Какая задача называется задачей Коши для дифференциального уравнения первого порядка?
13. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными.
14. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
15. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
16. Какие уравнения называются уравнениями Бернулли? Как найти общее решение этого уравнения?
17. Дифференциальные уравнения высших порядков. Общие понятия. Задача Коши.
18. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
19. Линейные однородные дифференциальные уравнения и свойства их решений.
20. Линейная независимость функций. Определитель Вронского. Условие линейной независимости решений линейного однородного дифференциального уравнения.
21. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
22. Определение фундаментальной системы решений в зависимости от типа корней характеристического уравнения.
23. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами со специальной правой частью, метод подбора частного решения.
24. Какие системы называются системами дифференциальных уравнений.
25. Двойной интеграл и его свойства. Геометрический смысл двойного интеграла.
26. В чем заключается физический смысл двойного интеграла?
27. Тройной интеграл и его свойства. Какие приложения тройного интеграла вы знаете?
28. В чем отличие криволинейных интегралов первого и второго рода? Приведите примеры.
29. Запишите формулу Остроградского – Грина
30. Сформулируйте теорему Остроградского – Гаусса
31. Какие типы интегралов связывает формула Стокса?
32. Что характеризуют градиент и производная по направлению скалярного поля? Запишите формулы нахождения этих величин.
33. Какие процессы характеризуют поток и дивергенция векторного поля?
34. Запишите формулу нахождения ротора векторного поля.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Вычислить интеграл $\int \cos \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{x^2}$.
2. Вычислить интеграл $\int \frac{1 - \ln x}{x \ln x} dx$.
3. Вычислить интеграл, используя интегрирование по частям $\int (x - 7) \sin x dx$.
4. Вычислить интеграл, используя подходящую подстановку $\int \frac{x dx}{\sqrt{5 - 4x}}$.
5. Вычислить интеграл $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$.
6. Вычислить интеграл $\int_0^\pi x \cos 3x dx$.
7. Вычислить определенный интеграл $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$;
8. Вычислить определенный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{(x - 1)^2}$.
9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 + 4$, $y = x + 1$; $x \geq 0$.
10. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{+\infty} e^{-3x} dx$.
11. Вычислить несобственный интеграл $\int_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2 + 1)^2}$;
12. Вычислить несобственный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{(x - 1)^2}$.
13. Найти общее решение дифференциального уравнения I-го порядка с разделяющимися переменными $y' = y^2 + 1$
14. Найти частное решение дифференциального уравнения I-го порядка $y' = \frac{1 + y^2}{1 + x^2}$, если $y(0) = 1$
15. Найти общее решение дифференциального уравнения $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0$.
16. Найти общее решение дифференциального уравнения $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$.
17. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy'' - y' = 0$.
18. Найти частное решение дифференциального уравнения первого порядка $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$, если $y(0) = 2$.
19. Найти общее решение дифференциального уравнения высшего порядка, допускающее понижение порядка: $y''' = x^2 + 3x + 1$
20. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающее понижения порядка $(1 + x^2) \cdot y'' + 2xy' = 12x^3$.
21. Найти частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее заданному

начальному условию $y' \cdot y^2 + y \cdot y'' - (y')^2 = 0$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$.

22. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами $2y'' - 2y' + 5y = 0$.

23. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 8e^{2x}$.

24. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' + 2y = 4e^x$.

25. Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' = 8e^{2x}$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -8$.

26. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле $\int_0^1 dx \int_x^{2x} fdy$.

27. Вычислить двойной интеграл вида $\iint_D (3x + 2y) dx dy$, где D - фигура, ограниченная линиями: $y = 2x^2$, $y = 0$, $x = 0$.

28. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x + 2y) dx dy$, где D - фигура, ограниченная линиями $y = 3x^2$, $y = 1$, $x = 0$.

29. Вычислить двойной интеграл вида $\iint_D (3x - y) dx dy$, где D - фигура, ограниченная линиями $\begin{cases} 1 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$.

30. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 + 1$ и $y = 3 - x^2$.

31. Вычислить с помощью двойного интеграла площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 1 - x^2$ и $y = 0$.

32. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L x dy - 2y dx$, где L - контур треугольника с вершинами $A(1,2)$, $B(3,1)$, $C(2,5)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

33. Вычислить криволинейный интеграл вида: $\int_L (x + y) dx - (x - y) dy$, где L - часть параболы $y = \frac{1}{2}x^2$ от точки $O(0,0)$ до точки $A(2,2)$.

34. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L 2xy dx + x^2 dy$ вдоль кривой $y = x^2$ от $A(0,0)$ до $B(1,1)$. Сделать чертеж.

35. Найти производную функции $U = x^2 + y^2 - 4yz$ в точке $M(0,1,2)$ в направлении от этой точки к точке $M_1(2,3,3)$.

36. Найти градиент функции $U = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}$ в точке $A(-1,1,-1)$.

37. Найти поток вектора $\vec{a} = z \cdot \vec{i} - x \cdot \vec{j} + y \cdot \vec{k}$ через верхнюю сторону треугольника, полученного при пересечении плоскости $3x + 6y - 2z - 6 = 0$ с координатными плоскостями.

38. Вычислить циркуляцию векторного поля

$$\vec{a} = (x - 2z) \cdot \vec{i} + (x + 3y + z) \cdot \vec{j} + (5x + y) \cdot \vec{k}$$

вдоль периметра треугольника с вершинами $A(1;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;1)$.