



Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПС

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

08.03.01 СТРОИТЕЛЬСТВО

Профиль программы

«ПРОМЫШЛЕННОЕ И ГРАЖДАНСКОЕ СТРОИТЕЛЬСТВО»

ИНСТИТУТ
РАЗРАБОТЧИК

морских технологий, энергетики и строительства
кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1 Способен решать задачи профессиональной деятельности на основе использования теоретических и практических основ естественных и технических наук, а также математического аппарата	ОПК-1.5 Решение уравнений, описывающих основные физические процессы, с применением методов математического анализа	Математика (раздел «Математический анализ»)	<u>Знать</u> : методы решения задач профессиональной деятельности, используя математический аппарат. <u>Уметь</u> : решать инженерные задачи, используя при необходимости, математический аппарат. <u>Владеть</u> : навыками применения методов математического аппарата при решении задач профессиональной деятельности.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные практические задания (ИПЗ);
- задания по контрольной работе;

2.3. Промежуточная аттестация в форме зачета проводится по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

К оценочным средствам промежуточной аттестации в форме экзамена относятся:

- экзаменационные вопросы и задания по дисциплине.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении № 1.

Шкала оценивания тестовых заданий основана на пятибалльной системе:

- Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.
- Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.
- Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

3.2. Темы и примеры заданий по темам практических занятий приведены в приложении №2

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на пятибалльной системе.

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.
- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.
- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

3.3. Типовые темы и типовые варианты ИПЗ приведены в приложении №3.

Шкала оценивания результатов выполнения ИПЗ основана на пятибалльной системе.

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.
- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.
- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

3.4. Типовые темы и варианты заданий контрольной работы приведены в приложении №4.

Шкала оценивания результатов выполнения контрольной работы основана на пятибалльной системе.

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.
- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.
- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Промежуточная аттестация по дисциплине в форме зачета, выставляется по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

4.2. Промежуточная аттестация по дисциплине в форме экзамена проводится по билетам, состоящим из двух вопросов и трех практических заданий.

Перечень типовых экзаменационных вопросов и заданий приведен в приложении №5.

Оценивание экзамена проводится по пятибалльной системе в соответствии со следующими критериями:

- Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагал ответы на вопросы билета, обосновывая их в числе прочего и знаниями из общеобразовательных и общеинженерных дисциплин, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.
- Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагал ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении

задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

- Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Математический анализ» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 08.03.01 Строительство (профиль «Промышленное и гражданское строительство»).

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол № 6).

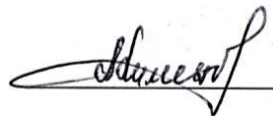
И.о. заведующего кафедрой



А.И. Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры строительства (протокол № 5 от 19.04.2022 г.)

Заведующий кафедрой



В.А. Пименов

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Вариант №1

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2+5x+6}{x^2-4}$ равен:

1. $-\frac{1}{4}$
2. $-\frac{1}{2}$
3. 2
4. 0

Вопрос №2. Асимптотой графика функции $y = \frac{x^2-2}{x-2}$ является:

1. прямая $y = 2$
2. прямая $y = -2$
3. прямая $x = 2$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №3. Асимптотой графика функции $y = \frac{3x^2+5}{x}$ является:

1. прямая $y = 5$
2. прямая $y = 2x$
3. прямая $y = 5x$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №4. Производная $y'(x)$ функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением $x^4y^2 - y^3x^2 = 4$, равна:

1. $\frac{2y^2-4x^3y}{2x^3-3xy}$
2. $-\frac{2y^2-4x^3y}{2x^3-3xy}$
3. $\frac{2y^2-3xy}{2x^2-3xy}$
4. $-\frac{2y^2+4xy}{4x^2+2xy}$

Вопрос №5. Производная функции $y = f(x)$, заданной параметрически уравнениями $\begin{cases} y = 6t^3 - t^2 \\ x = t - 2 \end{cases}$, равна:

1. $\begin{cases} y'_x = 18t^2 - t^2 \\ x = t - 2 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y'_x = 18t^2 - 2t \\ x = 1 \end{cases}$

3.
$$\begin{cases} y'_x = 18t^2 - 2t \\ x = t - 2 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} y'_x = 18t - 2 \\ x = t \end{cases}$$

Вопрос №6. На числовой прямой дана точка $x=8,3$. Тогда ее « ε - окрестностью» может являться интервал:

1. (8,3; 8,5)
2. (8,1; 8,5)
3. (8,1; 8,3)
4. (8,2; 8,5)

Вопрос №7. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$ равен:

1. 1
2. 2
3. 0
4. ∞

Вопрос №8. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 4x^4 + 3x^2 + 1}{x^6 + 5x^5 - 4x}$ равен:

1. 0
2. $2/5$
3. $+\infty$
4. 2

Вопрос №9. Для функции $y = \operatorname{ctg}^7 2x$ производная $y'(x)$ равна:

1.
$$\frac{-14 \operatorname{ctg}^6 2x}{\sin^2 2x}$$

2.
$$\frac{14 \operatorname{ctg}^6 2x}{\sin^2 2x}$$

3.
$$\frac{7 \operatorname{ctg}^6 x}{\sin^2 x}$$

4.
$$\frac{-7 \operatorname{ctg}^6 2x}{\sin^2 2x}$$

Вопрос №10. Наибольшее значение функции $y=x^3$ на отрезке $[-1;2]$ равно:

1. 4
2. 12
3. 1
4. 5

Вопрос №11. Частная производная функции $Z = e^{x+y^3}$ по переменной x в точке $M(0; 1)$ равна:

1. e
2. $3e$
3. $2e$
4. 3

Вопрос №12. Множество первообразных функции $f(x)=\sin(4x+1)$ имеет вид:

1. $\frac{1}{4}\cos(4x+1)+c$
2. $-4\cos(4x+1)+c$
3. $\frac{-1}{4}\cos(4x+1)+c$
4. $\cos(4x+1)+c$

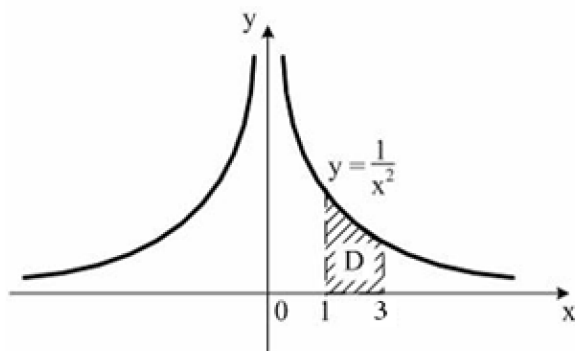
Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int \frac{4}{x^2-4x+5} dx$ равен:

1. $4\arctg(x-2)+C$
2. $\frac{3}{2}\ln(x^2-4x+5)-2\arcsin(x-2)+C$
3. $3\ln(x^2-4x+5)-2\arctg(x-2)+C$
4. $\frac{3}{2}\ln(x^2-4x+5)+\arcsin(x-2)+C$

Вопрос №14. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 9^{x-1} \ln 9$, тогда разность $F(2)-F(1)$ равна:

1. 8
2. 9
3. 1
4. 0

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D равна:



1. $\frac{2}{3}$
2. $\frac{1}{3}$
3. $\frac{1}{2}$
4. 1

Вопрос 16. Вид дифференциального уравнения $xy' + y = y^2 \ln x$:

1. линейное
2. однородное
3. с разделяющимися переменными
4. уравнение Бернулли.

Вопрос №17. Частное решение дифференциального уравнения $2y' \sqrt{x} = y$ при $y(4)=1$ имеет вид:

1. $y = e^{\sqrt{x+2}}$
2. $y = e^{\sqrt[3]{x}} - 2$
3. $y = e^{\sqrt{x}-2}$
4. $y = e^{\sqrt{x}-4}$

Вопрос №18. Дано дифференциальное уравнение $y'=4$, тогда функция $y=2Cx - 3$ является его решением при C , равном:

1. 1
2. 0
3. 4
4. 2

Вопрос № 19. Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{\cos^2 y} = e^{-x} dx$ имеет вид:

1. $\operatorname{tg} y = e^{-x} + C$
2. $\operatorname{ctg} y = e^{-x} + C$
3. $\frac{1}{\cos y} = e^{-x} + C$
4. $\operatorname{tg} y = -e^{-x} + C$

Вопрос №20. Порядок дифференциального уравнения $7y'''+y = 13x^2$ равен:

1. 3
2. 1
3. 13

4. 7

Вопрос №21. Дано дифференциальное уравнение $y''+6y'-7y=0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид:

1. $k^2 + 6k - 7 = 0$
2. $k^2 + 6k + 7 = 0$
3. $k^2 - 6k + 7 = 0$
4. $1 + 6k - 7k^2 = 0$

Вопрос №22. Решением уравнения $y'' + y' - 6 = 0$ является:

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
3. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
4. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

Вопрос №23. Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 30y = x + 8$ по виду его правой части соответствует функция:

1. $y = Ax + B$
2. $y = Ax^2 + Bx$
3. $y = e^{-5x}(Ax + B)$
4. $y = Ae^{-5x} + Be^{6x}$

Вопрос №24. Частные производные первого порядка функции $z = \ln(x^4 + y^2)$ равны:

1. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{4x^3}{x^4+y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^4+y^2}$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{4x}{x^4+y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{x^4+y^2}$
3. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{4x^3+y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x^4+2y}$,
4. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x^3}{x^4+y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{y^2}{x^4+y^2}$.

Вопрос №25. Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 16y = 0$ имеет вид:

1. $y = C_1 e^{4x} + C_2 x e^{4x}$
2. $y = C_1 \cos 4x + C_2 x \sin 4x$
3. $y = C_1 + C_2 e^{16x}$
4. $y = C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x$

Вопрос №26. Последовательность задана рекуррентным соотношением $a_{n+1} = 3a_n - 4$, $a_1 = 3$.
Тогда третий член этой последовательности a_3 равен:

1. 11
2. 19
3. 83
4. 56

Вопрос №27. Ряд $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$:

1. знакоположительный
2. степенной ряд
3. знакопеременный
4. знакочередующийся

Вопрос №28. Для ряда $\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{16} + \dots$ формула n -го члена равна:

1. $u_n = \frac{3}{2^{n+2}}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)
2. $u_n = \frac{3}{2^n}$ ($n = 1, 2, \dots$)
3. $u_n = \frac{3}{n+2}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)
4. $u_n = \frac{3}{2^n}$ ($n = 0, 1, 2, \dots$)

Вопрос №29. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$, то числовой ряд сходится при l , равном:

1. 1,7
2. - 2,2
3. 0,7
4. 2,2

Вопрос №30. Полный дифференциал функции $z = x^4\sqrt{y} + y^2\sqrt{x}$ равен:

1. $dz = \left(4x^3\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}}\right) dx - \left(2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}}\right) dy$
2. $dz = \left(4x^3\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}}\right) dx + \left(2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}}\right) dy$
3. $dz = \left(4x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}}\right) dx - \left(2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}}\right) dy$
4. $dz = \left(4x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}}\right) dx + \left(2y\sqrt{x} + \frac{x^4}{2\sqrt{y}}\right) dy$

Вариант №2

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2+4x+3}{x^2-1}$ равен:

1. -1
2. $\frac{1}{2}$
3. 2
4. 0

Вопрос №2. Асимптотой графика функции $y = \frac{x^2-2}{x+1}$ является:

1. прямая $y = 2$
2. прямая $y = -2$
3. прямая $x = -1$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №3. Асимптотой графика функции $y = \frac{2x^2+1}{x}$ является:

1. прямая $y = 2$
2. прямая $y = 2x$
3. прямая $x = -1$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №4. Производная $y'(x)$ функции $y = f(x)$, заданной неявно уравнением $x^3y^2 + y^3x^2 = 4$, равна:

1. $-\frac{2y^2+3xy}{2x^2+3xy}$
2. $\frac{y^2+3xy}{x^2+3xy}$
3. $\frac{2y^2-3xy}{2x^2-3xy}$
4. $-\frac{y^2+xy}{x^2+xy}$

Вопрос №5. Производная функции $y = f(x)$, заданной параметрически уравнениями $\begin{cases} y = 5t^3 - 3t^2 \\ x = t + 1 \end{cases}$, равна:

1. $\begin{cases} y'_x = 15t^2 - 3t^2 \\ x = t + 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y'_x = 15t^2 - 3t \\ x = t + 1 \end{cases}$
3. $\begin{cases} y'_x = 15t^2 - 6t \\ x = t + 1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y'_x = 15t - 6 \\ x = t + 1 \end{cases}$

Вопрос № 6. На числовой прямой дана точка $x = 7,9$. Тогда ее « ε - окрестностью» может являться интервал:

1. $[7,9; 8,1]$
2. $[7,7; 8,3]$
3. $[7,7; 8,1]$
4. $[7,9; 8,3]$

Вопрос №7. Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{4x}$ равен:

1. e^{-2}
2. ∞
3. $2e$
4. e^4

Вопрос № 8 Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 3x^2 + 4x^3}{5x + 3}$ равен:

1. 0
2. ∞
3. $2/5$
4. 2

Вопрос №9. Для функции $y = 7^{\sqrt{x}}$ производная $y'(x)$ равна:

1. $7^{\sqrt{x}} \ln 7$
2. $\frac{7^{\sqrt{x}} \ln 7}{2\sqrt{x}}$
3. $\sqrt{x} 7^{\sqrt{x}-1}$
4. $\frac{7^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}$

Вопрос №10. Наибольшее значение функции $y=x^3+3$ на отрезке $[-1;1]$ равно:

1. 3
2. 4
3. 1
4. 5

Вопрос №11. Частная производная функции $z = e^{x+y^3}$ по переменной y в точке $M(0; 1)$ равна:

1. e
2. $3e$
3. $2e$
4. 3

Вопрос №12. Множество первообразных функции $f(x)=\cos(4x+1)$ имеет вид:

1. $-4 \sin(4x + 1) + C$
2. $\frac{-1}{4} \sin(4x + 1) + C$
3. $\frac{1}{4} \sin(4x + 1) + C$
4. $\sin(4x+1)+C$

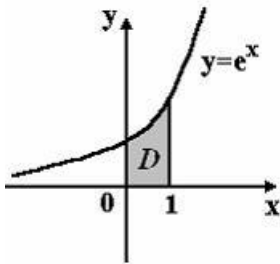
Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int \frac{3x^2-2x^5}{x^6-3x^3-1} dx$ равен:

1. $C + \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$
2. $C - \frac{1}{3} \ln|x^6 - 3x^3 - 1|$
3. $C - \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$
4. $-\frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$

Вопрос №14. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x)=3^{x-1} \cdot \ln 3$, тогда разность $F(2)-F(1)$ равна:

1. 4
2. 1
3. 3
4. 2

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D



равна:

1. $2e$
2. $e - 1$
3. e
4. $e + 1$

Вопрос 16. Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является:

1. $y(e^x + 4)dy + 2e^x dx = 0$
2. $(e^{2x} + y)dy + ye^{2x} dx = 0$
3. $y' + 2xy = x^3 + 1$
4. $xy' = \sqrt{x^2 + y^2}$

Вопрос №17. Частное решение дифференциального уравнения $(1 + x^2)y' = 2xy$ при $y(0)=1$ имеет вид:

1. $x^3 + 1$
2. $2x$
3. $2x^3 + 3$
4. $x^2 + 1$

Вопрос №18. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k + 3)x^3$, тогда функция $y = \frac{x^4}{4}$ является его решением при k равном:

1. -1
2. 2
3. -2
4. 1

Вопрос №19. Общий интеграл дифференциального уравнения $\cos y dy = \frac{dx}{x^2}$ имеет вид:

1. $-\sin y = -\frac{1}{x} + C$
2. $\sin y = x^2 + C$
3. $-\sin y = \frac{x^2}{2} + C$
4. $\sin y = -\frac{1}{x} + C$

Вопрос №20. Порядок дифференциального уравнения $5y'''' + 2y'' + y = x^4$ равен:

1. 4
2. 3
3. 5
4. 1

Вопрос №21. Дано дифференциальное уравнение $y'' + y' + 5y = 0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид:

1. $k^2 + k + 5 = 0$
2. $1 + k + 5k^2 = 0$
3. $k^2 - k + 5 = 0$
4. $k^2 + k - 5 = 0$

Вопрос №22. Решением уравнения $y'' + 6y' + 18y = 0$ является:

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$
4. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$

Вопрос №23. Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 3y = x + 8$ по виду его правой части соответствует функция:

1. $y = Ax + B$
2. $y = Ax^2 + Bx$
3. $y = e^{-5x}(Ax + B)$
4. $y = Ae^{-5x} + Be^{6x}$

Вопрос №24. Частные производные первого порядка функции $z = \cos(x^4 + y^2)$ равны:

1. $\frac{\partial z}{\partial x} = -2x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = -y \sin(2x^4 + 2y^2)$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = -4x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = -2y \sin(2x^4 + 2y^2)$
3. $\frac{\partial z}{\partial x} = x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = y \sin(2x^4 + 2y^2)$
4. $\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 \sin(x^4 + y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2y \sin(x^4 + y^2)$

Вопрос №25. Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 6y' + 9y = 0$ имеет вид:

1. $y = C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x$
2. $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$
3. $y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$
4. $y = C_1 e^{-3x} + C_2 x e^{-3x}$

Вопрос №26. Для ряда $\frac{8}{2} + \frac{8}{4} + \frac{8}{8} + \frac{8}{16} + \dots$ формула n -го члена равна:

1. $u_n = \frac{8}{2^n} (n = 0, 1, 2, \dots)$
2. $u_n = \frac{3}{2n} (n = 1, 2, \dots)$
3. $u_n = \frac{3}{n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4. $u_n = \frac{3}{2n+2} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №27. Ряд $1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$:

1. знакочередующийся
2. степенной ряд
3. знакоположительный

4. знакопеременный

Вопрос №28. Если формула n -го члена числовой последовательности имеет вид $x_n = \frac{n-1}{n^2+1}$, то x_4 равно:

1. $\frac{1}{4}$
2. $\frac{4}{27}$
3. $\frac{2}{9}$
4. $\frac{3}{17}$

Вопрос №29. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$, то числовой ряд сходится при l , равном:

1. $-2,1$
2. $2,1$
3. $0,3$
4. $1,3$

Вопрос №30. Полный дифференциал функции $z = x^2\sqrt{y} - y^2\sqrt{x}$ равен:

1. $dz = \left(2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left(2y\sqrt{x} - \frac{x^2}{2\sqrt{y}} \right) dy$
2. $dz = \left(2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left(\frac{x^2}{2\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
3. $dz = \left(2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{\sqrt{x}} \right) dx + \left(\frac{x^2}{\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
4. $dz = \left(2x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx - \left(\frac{x^2}{2\sqrt{y}} + 2y\sqrt{x} \right) dy$

Вариант №3

Вопрос №1. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ равен:

1. -1
2. $\frac{1}{2}$
3. 2
4. 0

Вопрос №2. Асимптотой графика функции $y = \frac{x^2 + 2}{x + 3}$ является:

1. прямая $y = 2$
2. прямая $y = -2$
3. прямая $x = -3$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №3. Асимптотой графика функции $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ является:

1. прямая $y = 1$
2. прямая $y = x$
3. прямая $x = -3$
4. график не имеет асимптот

Вопрос №4. Производная $y'(x)$ функции $y = f(x)$, заданной неявно, уравнением $x^2y + y^2x = 2$, равна:

1. $-\frac{y^2 + 2xy}{x^2 + 2xy}$
2. $\frac{y^2 + 2xy}{x^2 + 2xy}$
3. $\frac{y^2 - 2xy}{x^2 - 2xy}$
4. $-\frac{y^2 + xy}{x^2 + xy}$

Вопрос №5. Производная функции $y = f(x)$, заданной параметрически

уравнениями $\begin{cases} y = 5t^2 - t \\ x = t + 1 \end{cases}$, равна:

1. $\begin{cases} y'_x = 10t^2 - t \\ x = t + 1 \end{cases}$
2. $\begin{cases} y'_x = 10t^2 \\ x = t + 1 \end{cases}$
3. $\begin{cases} y'_x = 10t - 1 \\ x = t + 1 \end{cases}$
4. $\begin{cases} y'_x = 10t \\ x = t + 1 \end{cases}$

Вопрос №6. На числовой прямой дана точка $x = 8,3$. Тогда ее « ε - окрестностью» может являться интервал:

1. $[8,1; 8,4]$
2. $[8,2; 9,1]$
3. $[8,2; 8,4]$
4. $[8,0; 8,5]$

Вопрос №7. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{x}$ равен:

1. 4
2. $\frac{1}{2}$
3. 2
4. ∞

Вопрос № 8. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 1}{5 + x^2 - 3x^3}$ равен:

1. -1
2. $\frac{3}{5}$
3. $+\infty$
4. 1

Вопрос №9. Для функции $y = \sqrt{\sin x}$ производная $y'(x)$ равна:

1. $\frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$
2. $-\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$
3. $\sqrt{\cos x}$
4. $\sqrt{\sin x} \cos x$

Вопрос №10. Наибольшее значение функции $y = x^3 + 1$ на отрезке $[-1; 1]$ равно:

1. 4
2. 2
3. 1
4. 0

Вопрос №11. Частная производная функции $z = e^{x^3 + y}$ по переменной y в точке $M(0; 1)$ равна:

1. e
2. $3e$
3. $2e$
4. 3

Вопрос №12. Множество первообразных функции $f(x) = e^{-3x}$ имеет вид:

1. $\frac{1}{3}e^{-3x} + C$
2. $-3e^{-3x} + C$
3. $e^{3x-2} + C$
4. $-\frac{1}{3}e^{-3x} + C$

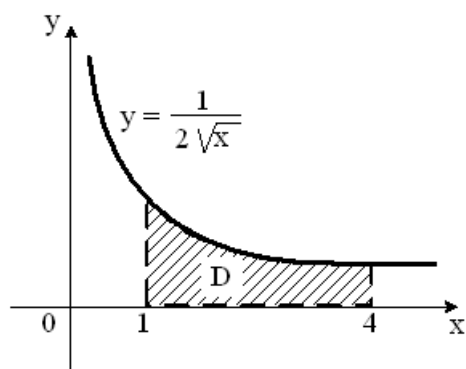
Вопрос №13. Неопределенный интеграл $\int \frac{2x^5 - 3x^2}{1 - 3x^3 + x^6} dx$ равен:

1. $\frac{1}{3} \ln|1 - 3x^3 + x^6| + C$
2. $C - \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$
3. $-\frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$
4. $C - \frac{1}{3} \ln|1 + 3x^3 - x^6|$

Вопрос №14. $F(x)$ – первообразная для функции $f(x) = 2^{x-1} \cdot \ln 2$, тогда разность $F(2) - F(1)$ равна:

1. 1
2. 2
3. 4
4. -1

Вопрос №15. Площадь криволинейной трапеции D



равна:

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

Вопрос 16. Уравнение $y' - 2y = e^x$ является:

1. линейным дифференциальным уравнением
2. уравнением Бернулли
3. дифференциальным уравнением с разделительной переменной
4. однородным дифференциальным уравнением

Вопрос №17. Частное решение дифференциального уравнения $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$ при $y(0)=1$ имеет вид:

1. $y = \frac{1+x}{1-x}$
2. $y = \frac{1-x}{1+x}$
3. $y = \frac{2+x}{1-x}$
4. $\arctgy = \arctgx + \pi/4$

Вопрос №18. Дано дифференциальное уравнение $y' = (3k - 1)x^2$, тогда функция $y = \frac{2}{3}x^3$ является его решением при k , равном:

1. 2
2. 3
3. 0
4. 1

Вопрос №19. Общий интеграл дифференциального уравнения $y^2 dy = \frac{dx}{\sqrt{x}}$ имеет вид:

1. $y^3 = \sqrt{x} + c$
2. $y = \sqrt{x} + c$
3. $\frac{y^3}{3} = 2\sqrt{x} + c$
4. $2y = \ln|x| + c$

Вопрос №20. Порядок дифференциального уравнения $11y'' + 9y = x^3$ равен:

1. 2
2. 11
3. 9
4. 3

Вопрос №21. Дано дифференциальное уравнение $y'' + 4y' + 11y = 0$. Тогда соответствующее ему характеристическое уравнение имеет вид:

1. $k^2 + 4k + 11 = 0$
2. $k^2 + 4k - 11 = 0$
3. $k^2 - 4k + 11 = 0$
4. $1 + 4k + 11k^2 = 0$

Вопрос №22. Решением уравнения $y'' + y' - 6 = 0$ является:

1. $y = Ce^{-3x} \cos 2x$
2. $y = e^{-3x} (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$
3. $y = e^{2x} (C_1 \cos 3x - C_2 \sin 3x)$
4. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-3x}$

Вопрос №23. Частному решению линейного неоднородного дифференциального уравнения $y'' - y' - 30y = 4x + 8$ по виду его правой части соответствует функция:

1. $y = Ax + B$
2. $y = Ax^2 + Bx$
3. $y = e^{-5x}(Ax + B)$
4. $y = Ae^{-5x} + Be^{6x}$

Вопрос №24. Частные производные первого порядка функции $z = \sin(x^4 + y^2)$ равны..

1. $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = y \sin(2x^4 + 2y^2)$
2. $\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2y \sin(2x^4 + 2y^2)$
3. $\frac{\partial z}{\partial x} = x^3 \sin(2x^4 + 2y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = y \sin(2x^4 + 2y^2)$
4. $\frac{\partial z}{\partial x} = 4x^3 \cos(x^4 + y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2y \cos(x^4 + y^2)$

Вопрос №25. Общее решение дифференциального уравнения $y'' + 5y' + 6y = 0$ имеет вид:

1. $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$
2. $y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x$
3. $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{3x}$
4. $y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-3x}$

Вопрос №26. Для ряда $\frac{3}{4} + \frac{3}{16} + \frac{3}{64} + \frac{3}{256} + \dots$ формула n -го члена равна:

1. $u_n = \frac{3}{2n+4} (n = 0, 1, 2, \dots)$
2. $u_n = \frac{3}{4n} (n = 1, 2, \dots)$
3. $u_n = \frac{3}{n+4} (n = 0, 1, 2, \dots)$
4. $u_n = \frac{3}{4^n} (n = 0, 1, 2, \dots)$

Вопрос №27. Ряд $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$:

1. знакочередующийся
2. степенной ряд
3. знакпеременный

4. знакоположительный

Вопрос №28. Если формула n -го члена числовой последовательности имеет вид $x_n = \frac{n+1}{n^2+4}$, то x_4 равно:

1. $\frac{4}{20}$
2. $\frac{5}{12}$
3. $\frac{5}{8}$
4. $\frac{5}{20}$

Вопрос №29. Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = l$, то числовой ряд сходится при l , равном:

1. 1,7
2. -2,2
3. 0,9
4. 2,2

Вопрос №30. Полный дифференциал функции $z = x^2\sqrt{y} - y^2\sqrt{x}$ равен:

1. $dz = \left(2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left(2y\sqrt{x} - \frac{x^2}{2\sqrt{y}} \right) dy$
2. $dz = \left(2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx + \left(\frac{x^2}{2\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
3. $dz = \left(2x\sqrt{y} - \frac{y^2}{\sqrt{x}} \right) dx + \left(\frac{x^2}{\sqrt{y}} - 2y\sqrt{x} \right) dy$
4. $dz = \left(2x\sqrt{y} + \frac{y^2}{2\sqrt{x}} \right) dx - \left(\frac{x^2}{2\sqrt{y}} + 2y\sqrt{x} \right) dy$

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМАМ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Практические задания по дисциплине формируются на основе номеров заданий сборника задач под редакцией Демидовича Б.П. Задачи и упражнения по математическому анализу для ВТУЗов. (М., АСТ: Астрель, 2003 г) и предусматривают решение задач:

- по теме 1 «Введение в математический анализ»:
 - на вычисление предела последовательности по определению, применение свойств предела последовательности (№№ 168, 171, 172, 175, 177).
- по теме 2 «Предел и непрерывность функции действительной переменной»:
 - на вычисление предела в случае неопределенности, использование эквивалентностей, свойств бесконечно малых и бесконечно больших, определение типов точек разрыва (№№ 181, 184, 192, 195, 198, 200, 213, 218, 231, 241, 249, 317, 320, 327).
- по теме 3 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»:
 - на применение правил дифференцирования и таблицы производных основных элементарных функций, вычисление производных сложных функций, функций, заданных неявно, параметрически, применение логарифмического дифференцирования, применение правила Лопиталя, определение промежутков возрастания и убывания функции и точек экстремума, определение промежутков выпуклости и вогнутости и точек перегиба функции, нахождение асимптот, общее исследование и построение графика функции (№№ 384, 388, 399, 413, 430, 445, 473, 575, 582, 601, 613, 671, 693, 723, 743, 780, 795, 926, 951).
- по теме 4 «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»:
 - на определение линий и поверхностей уровня функций нескольких переменных, нахождение предела, вычисление частных производных и дифференциалов первого и высших порядков, вычисление производных сложных функций и функций, заданных неявно, вычисление градиента, производной по направлению, составление уравнений касательной плоскости и нормали к поверхности, исследование на экстремум функции нескольких переменных (№№ 1794 (а, б), 1797 (б, в), 1804, 1822, 1838, 1860, 1861, 1877, 1885, 1892, 1917, 1981, 2008, 2010, 2030).
- по теме 5 «Неопределенный интеграл»:
 - на интегрирование различных типов выражений с использованием соответствующих приемов и методов (№№ 1033, 1043, 1050, 1074, 1064, 1095, 1129, 1152, 1193, 1202, 1215, 1217, 1257, 1259, 1265, 1283, 1294, 1318, 1338, 1343, 1373).
- по теме 6 «Определенный интеграл, несобственные интегралы»:
 - на технику вычисления определенного интеграла (свойства, формула Ньютона-Лейбница, замена переменной, интегрирование по частям в определенном интеграле), задачи на физические и геометрические приложения определенного интеграла, вычисление несобственных интегралов первого и второго рода (№№ 1526, 1529, 1555, 1571, 1582, 1589, 1634, 1678, 1691, 1728, 1736).
- по теме 7 «Дифференциальные уравнения»:
 - на решение обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка различных типов (с разделяющимися переменными, однородные линейные, уравнения Бернулли), в том числе решение задачи Коши, решение дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка, и линейных дифференциальных уравнений с постоянными

коэффициентами для различных типов правых частей (№№ 2742, 2743, 2769, 2785, 2790, 2792, 2876, 2911, 2914, 2936, 2995, 3001, 3012, 3032, 3037).

- по теме 8 «Числовые и функциональные ряды»:

- на исследование сходимости числового ряда на основе необходимого и достаточных признаков сходимости, разложение функций в степенные ряды, определение области сходимости функционального ряда и, в том числе, степенного ряда (№№ 2436, 2443, 2455, 2471, 2477, 2514, 2527, 2530, 2552, 2594, 2614).

ТИПОВЫЕ ТЕМЫ И ПРИМЕРЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ (ИПЗ)

ИПЗ №1.

Тема 1. Введение в математический анализ

Множества. Операции с множествами. Множество вещественных чисел. Комплексные числа. Функция. Способы задания функции. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.

Тема 2. Предел и непрерывность функции действительной переменной

Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Непрерывность функции. Основные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

Содержит 6 – 8 заданий, предусматривающих: вычисление пределов последовательностей и функций; использование определения предела последовательности и функции в практических заданиях; исследование непрерывности функции, с установлением характера точек разрыва (если они есть).

1. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = a$ (указать $N(\varepsilon)$).

$$a_n = \frac{3n-2}{2n-1}, \quad a = \frac{3}{2}.$$

2. Вычислить пределы последовательностей, не пользуясь правилом Лопиталья

1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2(n+2)!+n!}{n!+(n+3)!}$

2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt{3n^2 + 2n - 2} - \sqrt{3n^2 - 4n + 8} \right)$

3. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья

1) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 + 9x + 14}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 9} - 3}$ 3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[6]{x} - 1}{x - 1}$

4. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x \sin 7x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8^x - 5^{3x}}{\arctg 2x - 7x}$

5. Вычислить предел функции, не пользуясь правилом Лопиталья

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1 + x + 2x^2}{2x^2 - x + 3} \right)^{2x}$$

6. Определить точки разрыва функции (если они существуют), установить их тип.

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & x < -1; \\ x^2 + 2, & -1 \leq x \leq 1; \\ 2x, & x > 1. \end{cases}$$

ИПЗ №2.

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и обратной функции. Производные основных элементарных функций. Производные функций, заданных неявно, параметрически. Понятие о производных высших порядков. Дифференциал, его свойства. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталя. Исследование функций и построение их графиков.

Содержит 8 – 10 заданий, предусматривающих: вычисление производных (сложной функции; обратных, неявных и параметрически заданных функций); вычисление производных второго порядка; приближенные вычисления с использованием производной и дифференциала; вычисление пределов функций с использованием правила Лопиталя; составление уравнений касательной и нормали к кривой; нахождение асимптот графика функции, точек экстремума и перегиба; проведение полного исследования функции средствами дифференциального исчисления и построение графика по результатам исследования.

1. Вычислить производную.

$$а) y = \frac{2 \cdot (3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15 \cdot \sqrt{1+x}} .$$

$$б) y = x - \ln(1 + e^x) - 2 \cdot e^{\frac{x}{2}} \cdot \operatorname{arctg}(e^{\frac{x}{2}}) - \left(\operatorname{arctg}(e^{\frac{x}{2}}) \right)^2 .$$

$$в) y = (2x^2 + 6x + 5) \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x+1}{x-1}\right) - x .$$

$$г) y = (\sin(x))^{5 \cdot e^x} .$$

$$д) y = 2 \cdot \frac{\cos(x)}{\sin^4(x)} + 3 \cdot \frac{\cos(x)}{\sin^2(x)} .$$

2. Вычислить вторую производную заданной функции.

$$y = \ln\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right) .$$

3. Вычислить $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$, если функция $y(x)$ задана параметрически.

$$\begin{cases} x = \cos(\ln t) ; \\ y = \sin^2(t) . \end{cases}$$

4. Вычислить y' и y'' для функции $y(x)$, заданной неявно.

$$x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 0$$

4. Вычислить приближенное значение функции в заданной точке.

$$y = \sqrt[3]{x^2 + 7} , \quad x = 0,97$$

6. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталя.

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4x}{x - \sin(x)}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1+0} \ln(x) \cdot \ln(x-1)$;

в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\pi - 2x)^{2 \cos(x)}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{arctg}(x)} - \frac{1}{x} \right)$.

7. Найти асимптоты и построить график функции.

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}} .$$

8. Провести полное исследование заданной функции и построить ее график.

а) $y = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4}$; б) $y = x + \frac{\ln(x)}{x}$.

ИПЗ №3.

Тема 6. Определенный интеграл, несобственные интегралы

Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Методы вычисления определенных интегралов. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.

Содержит из 6 – 8 заданий, предусматривающих: вычисление определенных интегралов (в том числе с использованием интегрирования по частям и замены переменной); вычисление площадей плоских фигур; вычисление длин дуг плоских кривых; вычисление объемов тел; вычисление (или исследование сходимости) несобственных интегралов.

1. Вычислить определенные интегралы.

$$\text{а) } \int_{-\frac{\pi}{4}}^0 \frac{\sin^2(x) \cdot dx}{\cos^2(x) - 3 \cdot \sin^2(x)} \quad ; \quad \text{б) } \int_{\sqrt{3}}^2 \frac{\sqrt{x^2 - 3}}{x^4} \cdot dx \quad .$$

2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в декартовых и полярных координатах.

$$\text{а) } y = 2x - x^2 + 3, \quad y = x^2 - 4x + 3 \quad ;$$

$$\text{б) } \rho = 2\sin(3\varphi) \quad .$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$\begin{cases} x = \cos(t) \quad ; \\ y = 3 + \sin(t) \quad . \end{cases}$$

4. Вычислить длину дуги кривой.

$$y = 4 - x^2 \quad \text{между точками ее пересечения с осью } Ox \quad .$$

5. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг указанной оси координат фигуры, ограниченной заданными линиями.

$$2y^2 = x^3, \quad x = 4 \quad \text{вокруг оси } Ox \quad .$$

6. Вычислить несобственные интегралы или исследовать их на сходимость.

$$\text{а) } \int_{-1}^1 \frac{3 \cdot x}{x^2 - 1} \cdot dx \quad ; \quad \text{б) } \int_1^{\infty} \frac{\cos(3x)}{x^3 + 2x - 1} \cdot dx \quad .$$

ИПЗ №4.

Тема 8. Числовые и функциональные ряды

Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопередающиеся и знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость рядов. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды.

Содержит 6 – 8 заданий, предусматривающих: исследование сходимости числового ряда, разложение функции в ряд Тейлора, определение области сходимости степенного ряда, приближенные вычисления с использованием разложений в степенные ряды.

1. Исследовать на сходимость ряд

$$1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{2^n \cdot (n-1)!} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} \quad 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^2(3 \cdot n + 1)}$$

2. Исследовать на сходимость ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2 \cdot n + 1}{n \cdot (n + 1)}$$

3. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n + 1) \cdot 5^n} \cdot (x - 3)^n$$

4. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора по степеням x .

$$\ln(1 - x - 6 \cdot x^2)$$

5. Вычислить интеграл с точностью до $0,001$.

$$\int_0^{0,1} \sin(100 \cdot x^2) \cdot dx$$

6. Вычислить сумму ряда с точностью до α .

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3 \cdot n^2}, \quad \alpha = 0,01$$

**ТИПОВОЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
(ОЧНАЯ ФОРМА)**

Тема 5. Неопределенный интеграл
Контрольная работа №1.

1. Вычислить:

a) $\int \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx$ б) $\int \frac{dx}{x \ln x}$

в) $\int \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1 + 4x^2} dx$

2. Вычислить:

a) $\int x^2 \cos x dx$ б) $\int \sqrt{\frac{3 + 2x}{x - 2}} dx$

3. Вычислить :

$$\int \frac{6 + 8x - x^2}{x^3 + 3x^2 + 2x} dx$$

4. Вычислить:

a) $\int \frac{dx}{\sin x(1 + \sin x)}$ б) $\int \frac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} dx$

Тема 7. Дифференциальные уравнения
Контрольная работа №2

1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' + y = \frac{e^{-x}}{1+x^2}$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\sqrt{3 + y^2} + \sqrt{1 - x^2} yy' = 0.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' = -\frac{x}{y'}$$

4. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y''' - 4y'' + 3y' = 0; \quad y(0) = 0; \quad y'(0) = 1; \quad y''(0) = -1$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = 4e^x$$

ТИПОВОЙ ВАРИАНТ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ
(ЗАОЧНАЯ ФОРМА)

Тема 1. Введение в математический анализ

Тема 2. Предел и непрерывность функции действительной переменной

Тема 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

М

1. Вычислить пределы функций, не пользуясь правилом Лопитала раскрытия неопределенностей.

а). $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x}{-5x^2 + x - 1}$	б). $\lim_{x \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{2}{x} \right]^x$
---	--

2. Найти производные заданных функций.

а) $y = \left(3x^4 - \frac{5}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^5$; б) $y = \frac{\operatorname{ctgx}^3 + \ln 4x}{\sqrt{6x+1}}$

в) $y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$; г) $y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \sin 2x$.

д) $\operatorname{tg} \left(\frac{y}{x} \right) = 5x$.

3. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для функций, заданных параметрически

$$x = \varphi(t); \quad y = \psi(t).$$

$$x = \cos \left(\frac{t}{2} \right), \quad y = t - \sin t.$$

4. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить график.

$$y = \frac{3x}{x^2 - 4}.$$

5. Найти полный дифференциал функции $z = f(x; y)$.

$$f(x; y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4.$$

Контрольная работа №2

Тема 5. Неопределенный интеграл

Тема 6. Определенный интеграл, несобственные интегралы

Тема 7. Дифференциальные уравнения

Тема 8. Числовые и функциональные ряды

1. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием

а) $\int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx$; б) $\int \frac{\arctg^2 2x}{1 + 4x^2} dx$;

в) $\int x \cos 2x dx$; г) $\int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx$.

2. Вычислить по формуле Ньютона – Лейбница определенный интеграл.

$$\int_0^1 \frac{x dx}{1 + x^4}$$

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой $y = ax^2 + bx + c$ и прямой $y = kx + l$. Сделать чертеж.

$$y = -x^2 - 6x - 5; y = -x - 5.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения и частное решение, удовлетворяющее заданным начальным условиям

$$y'' + 2y' + 5y = 13e^{2x}; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 4.$$

5. Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену $a_n x^n$; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

$$\frac{5^n x^n}{3^n + 4^n}$$

Формулировки и перечень всех заданий контрольной работы (заочная форма) представлены в пособии:

Виницкая, Ж.И. Математический анализ. Часть 1. Учебно-методическое пособие по освоению дисциплины для студентов заочной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / Ж.И. Виницкая, Т.А. Кутузова, В.М. Смертин. – Калининград, Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2019. – 79 с.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ

1. Целые, рациональные, действительные числа. Числовые множества, операции над множествами.
2. Комплексные числа: модуль и аргумент комплексного числа; алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа; операции над комплексными числами.
3. Переменная величина. Функция: основные понятия (аргумент, значение функции, область определения, множество значений, нули функции, возрастание, убывание, четность, нечетность, периодичность). Обратная функция. Способы задания функции.
4. Числовая последовательность. Понятие и свойства предела последовательности. Ограниченность последовательности.
5. Предел функции: определение, свойства.
6. Первый и второй замечательные пределы.
7. Вычисление пределов: понятие неопределенности и методы раскрытия основных неопределенностей.
8. Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация.
9. Бесконечно малые и бесконечно большие величины: классификация, свойства, эквивалентности.
10. Производная функции одной переменной: понятие, геометрический и физический смысл. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
11. Правила дифференцирования.
12. Производная сложной функции.
13. Таблица производных основных элементарных функций.
14. Связь дифференцируемости и непрерывности функции
15. Дифференцирование обратных, неявных и параметрически заданных функций.
16. Дифференциал: определение, свойства, геометрический смысл.
17. Теорема Ферма.
18. Теорема Ролля.
19. Теорема Коши.
20. Теорема Лагранжа.
21. Правило Лопиталю (Раскрытие неопределенности вида $\left[\frac{0}{0} \right]$).
22. Правило Лопиталю (Раскрытие неопределенности вида $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$).
23. Монотонность функции на данном промежутке.
24. Экстремум функции.
25. Необходимое условие экстремума дифференцируемых функций
26. Достаточное условие экстремума.
27. Наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке.
28. Выпуклость и вогнутость графика функции на заданном промежутке; точка перегиба.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.

30. Асимптоты графика функции.
31. Общий план исследования функции и построения графика.
32. Функция нескольких переменных: понятие, область определения, множество значений, линии и поверхности уровня.
33. Предел функции двух переменных. Непрерывность функции двух переменных.
34. Частные и полное приращения функции двух переменных. Частные производные функции двух переменных.
35. Частные и полный дифференциалы. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
36. Производные сложных функций двух переменных. Полная производная.
37. Производные функции, заданной неявно.
38. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.
39. Градиент функции. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
40. Производная по направлению.
41. Экстремум функции двух переменных.
42. Наибольшее и наименьшее значения функции в данной области.
43. Условный экстремум функции двух переменных. Метод множителей Лагранжа.
44. Первообразная и неопределенный интеграл: понятие, свойства. Таблица неопределенных интегралов.
45. Интегрирование по частям.
46. Замена переменной.
47. Интегрирование некоторых выражений, содержащих квадратный трехчлен.
48. Интегрирование дробно-рациональных функций.
49. Интегрирование простейших иррациональных выражений.
50. Интегрирование тригонометрических выражений.
51. Определенный интеграл: определение, свойства, геометрический смысл.
52. Формула Ньютона-Лейбница.
53. Замена переменной в определенном интеграле.
54. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
55. Вычисление площадей плоских фигур.
56. Вычисление длин дуг плоских кривых.
57. Вычисление объемов тел.
58. Физические приложения определенного интеграла.
59. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода: определение, признаки сходимости.
60. Дифференциальные уравнения 1-го порядка: понятие, общее и частные решения, задача Коши.
61. Условия существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения 1-го порядка.
62. Дифференциальные уравнения 1-го порядка с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения.
63. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Дифференциальные уравнения Бернулли.
64. Дифференциальные уравнения высших порядков: основные понятия.

65. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка: основные типы и методы интегрирования.
66. Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения. Метод вариации постоянных.
67. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
68. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
69. Числовой ряд с положительными членами.
70. Необходимый признак сходимости.
71. Достаточные признаки сходимости числовых рядов с положительными членами: признаки сравнения, признак Даламбера, радикальный признак Коши.
72. Интегральный признак сходимости числовых рядов с положительными членами.
73. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды: определения; признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда; условная и абсолютная сходимость.
74. Степенные ряды: определение; радиус и интервал сходимости. Теорема Абеля.
75. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Тейлора некоторых элементарных функций: e^x , $\ln(1+x)$, $\frac{1}{1-x}$, $\sin(x)$, $\cos(x)$.
76. Применения степенных рядов в приближенных вычислениях.

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ

1. Неопределенный интеграл. Методы интегрирования

1.1. Вычислить интеграл $\int \left(\frac{1}{x^2+1} + x \right) dx$.

1.2. Вычислить интеграл $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} + 2\sqrt[5]{x} \right) dx$.

1.3. Вычислить интеграл $\int \left(\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \sqrt{1-x} \right) dx$.

1.4. Вычислить интеграл $\int \left(x^{\frac{1}{3}} + \frac{6}{x^2+1} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right) dx$.

1.5. Вычислить интеграл $\int \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} - \frac{2}{\sqrt[4]{x+2}} + \frac{3}{\sqrt[6]{x+3}} \right) dx$.

1.6. Вычислить интеграл $\int \left(\frac{e^x}{(e^x+1)^3} - \frac{2}{x^2} + x^3 \right) dx$

1.7. Вычислить интеграл $\int (tg(x) + ctg(x) - \sin(12x)) dx$

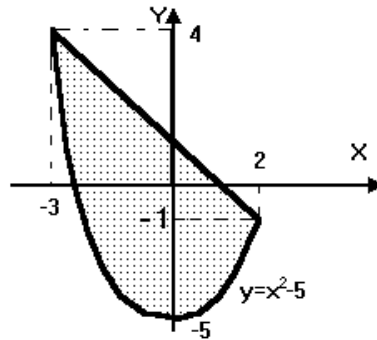
1.8. Вычислить интеграл $\int \left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{2x}{\sqrt{x^2-2}} \right) dx$

1.9. Вычислить интеграл $\int (x \cdot \sin(x) - 2x \cdot e^x) dx$

2. Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла

- 2.1. Каким интегралом задается площадь заштрихованной части фигуры, изображенной

на чертеже?



2.2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3 - 1$, $y = 0$ и $x = 2$

2.3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

3. Дифференциальные уравнения

3.1. Найти общие решения однородных уравнений:

1) $y'' - 2y' + 5y = 0$ 2) $y'' - 5y' + 6y = 0$ 3) $y'' + 4y' + 13y = 0$

4. Числовые и функциональные ряды

4.1. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков сравнения:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 4n - 1}{3n^3 + 4}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 3}{4n^4 + \sqrt{n} + 1}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + \sqrt{n} + 3}{n\sqrt{n}}$;

4.2. Исследуйте сходимость числовых рядов с помощью признаков Даламбера и Коши:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n + 3}{2^n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 + 6n + 3}{3^{n-1}(2n + 7)}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n/2}}{3^{5n+1}(n^2 + 3)}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{(n + 1)!}$

4.3. Найдите область сходимости функциональных рядов:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{x+3}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 1}{n^{2x^2 - 3x + 2}}$; в) $\sum_{n=0}^{\infty} (2x + 3)^n$. г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x^2 - 6x + 12)^n}{4^n(n^2 + 1)}$