Федеральное агентство по рыболовству
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Калининградский государственный технический университет»
(ФГБОУ ВО «КГТУ»)

УТВЕРЖДАЮ
Начальник УРОПСП

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ
ФГБОУ ВО «КГТУ»
СВЕДЕНИЯ О СЕРТИФИКАТЕ ЭП
Сертификат:
01ff058c007bae2c8149e7712c28ce8469
Владелец: Мельникова Виктория Александровна
Действителен: с 18.04.2022 по 18.04.2023

Фонд оценочных средств
(приложение к рабочей программе модуля)

<u>«АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»</u>

основной профессиональной образовательной программы бакалавриата
по направлению подготовки

15.03.04 АВТОМАТИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ПРОИЗВОДСТВ

ИНСТИТУТ Цифровых технологий

РАЗРАБОТЧИК Кафедра прикладной математики и информационных технологий

1 РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Таблица 1 – Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с установленными индикаторами достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Дисциплина	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ОПК-1: Применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности; ОПК-13: Способен применять стандартные методы расчета при проектировании систем автоматизации технологических процессов и производств.	ОПК-1.2: Использует основные понятия и математический аппарат алгебры и геометрии в профессиональной деятельности; ОПК-13.2: Применяет математические знания, необходимые для решения конкретных технических, прикладных, профессиональных задач.	Математика (раздел «Алгебра и геометрия»)	*Знать:* фундаментальные понятия и методы линейной алгебры, векторной алгебры и аналитической геометрии. *Уметь:* применять математические знания, необходимые для решения конкретных технических, прикладных, профессиональных задач; - правильно формулировать проблему с математической точки зрения и выбирать из многообразия математических методов оптимальный способ решения данной проблемы. *Владеть:* математическим языком как универсальным языком науки, употреблять математическую символику для выражения количественных и качественных отношений объектов; - методами исследования и решения задач линейной, векторной алгебры, аналитической геометрии.

2 ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНОГО ФОРМИРОВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ) И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

2.1 Для оценки результатов освоения дисциплины используются:

- оценочные средства текущего контроля успеваемости;
- оценочные средства для промежуточной аттестации по дисциплине.

2.2 К оценочным средствам текущего контроля успеваемости относятся:

- тестовые задания;
- задания по темам практических занятий;
- индивидуальные домашние задания (типовые расчеты);
- вопросы к коллоквиуму.

2.3 К оценочным средствам для промежуточной аттестации по дисциплине, проводимой в форме экзамена, относятся:

- задания по контрольной работе;
- экзаменационные вопросы и задания.

3 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ

3.1 Тестовые задания предназначены для оценки в рамках текущего контроля успеваемости знаний, приобретенных студентами на лекционных и практических занятиях и для измерения соответствующих индикаторов достижения компетенции.

Содержание теста определяется в соответствии с содержанием дисциплины пропорционально учебному времени, отведенному на изучение разделов, перечисленных в рабочей программе модуля.

Время выполнения теста 50 минут.

Типовые варианты тестовых заданий приведены в Приложении №1.

3.2 Шкала оценивания тестовых заданий основана на четырехбалльной системе, которая реализована в программном обеспечении.

Оценка «отлично» выставляется при правильном выполнении не менее 90% заданий.

Оценка «хорошо» выставляется при правильном выполнении не менее 80% заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном выполнении не менее 60% заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном выполнении менее 60% заданий.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при правильном выполнении не менее 60% заданий.

3.3 Задания по темам практических занятий

Темы практических занятий, их содержание, цели, методические рекомендации к занятиям, необходимый теоретический материал, образцы решения типовых задач и задания для самостоятельного решения с ответами представлены в учебно-методическом пособии:

Алгебра и геометрия: учебно-методическое пособие по практическим занятиям для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 189 с.

Типовые варианты заданий по темам практических занятий по дисциплине представлены в Приложении №2.

3.4 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения заданий по темам практических занятий.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но с некоторыми ошибками.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам, но со множеством ошибок.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

3.5 Целью выполнения индивидуальных домашних заданий является формирование умений и навыков по решению практических заданий по основным темам дисциплины. Индивидуальные домашние задания предусмотрены рабочей программой дисциплины и используются для контроля освоения материала рассматриваемых тем дисциплины. Индивидуальные домашние задания выполняются обучающимися во внеаудиторное время в рамках СРС.

Индивидуальные домашние задания (типовые расчеты), методические рекомендации, необходимый теоретический материал и образцы решения представлены в учебно-методическом пособии: Алгебра и геометрия: учебно-методическое пособие по практическим занятиям для студентов очной формы обучения по направлениям подготовки в бакалавриате / А.В. Вялова, Н.А. Елисеева, Т.В. Ермакова. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 189 с.

Образцы индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов) представлены в Приложении №3.

3.6 Критерии и шкала оценивания результатов выполнения индивидуальных домашних заданий (типовых расчетов).

Оценка результатов выполнения каждого индивидуального домашнего задания производится при представлении студентом полностью выполненных (без ошибок) практических заданий и на основании ответов студента на контрольные вопросы по тематике индивидуального домашнего задания («защита» индивидуального домашнего задания). Студент, правильно выполнивший индивидуальное домашнее задание и продемонстрировавший знание использованных им приемов и методов решения задач, получает по индивидуальному домашнему заданию оценку «зачтено».

3.7. Коллоквиум включает в себя развернутые ответы на два вопроса (в письменной или устной форме), краткие ответы на 3 – 5 дополнительных вопросов (устно) и выполнение практического задания по материалам практических занятий.

В приложении №4 приведены типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму на знание формул и определений.

3.8 Критерии и шкала оценивания коллоквиума.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, твердо знающему программный материал, грамотно и по существу излагающего его, который не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми приемами их решения.

4 ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Контрольная работа предназначается для студентов очной и заочной формы обучения.

Контрольная работа используется для контроля освоения основного материала рассматриваемых тем дисциплины. Выполнение обучающимися контрольной работы проводится на занятиях после рассмотрения на лекциях и практических занятиях соответствующих тем и (или) самостоятельной проработки учебного материала в рамках СРС.

Студенты очной формы обучения выполняют контрольную работу по следующим темам:

- «Матрицы и системы линейных уравнений»: 3 – 5 заданий, предусматривающих вычисление определителя высокого порядка, произведения матриц и решение систем линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, методом обратной матрицы и методом Гаусса;

- «Векторная алгебра»: 4 – 5 заданий, предусматривающих вычисление скалярного, векторного и смешанного произведений векторов;

- «Аналитическая геометрия на плоскости»: 4 – 5 заданий, предусматривающих составление уравнений прямых, определение угла между ними, вычисление расстояния от точки до прямой, составление уравнений окружности, эллипса, гиперболы и параболы.

Типовые варианты заданий контрольной работы для студентов очной формы обучения по темам дисциплины приведены в Приложении №5.

Типовые варианты заданий контрольной работы для студентов заочной формы обучения в Приложении №6.

4.2 Критерии и шкала оценивания контрольной работы.

Шкала оценивания результатов выполнения заданий основана на четырехбальной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и без ошибок.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено не более двух ошибок.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены по правильным формулам и алгоритмам и допущено три ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если задания выполнены с использованием неправильных алгоритмов и формул.

Результаты измерений индикатора считаются положительными при положительной оценке за выполнение задания.

4.3 Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена.

Студенты очной формы обучения допускаются к экзамену при положительной аттестации по результатам текущего контроля, если:

– сдано более 60 % домашних заданий за семестр (по каждому разделу дисциплины);

– сдана контрольная работа;

– сданы и защищены все индивидуальные типовые расчеты;

– сдан коллоквиум.

Студенты заочной формы обучения допускаются к экзамену при положительной аттестации по результатам текущего контроля и контрольной работе.

Типовые экзаменационные вопросы и задания приведены в Приложении № 7.

Представленные вопросы для проведения экзамена компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам дисциплины и трех практических заданий. На усмотрение экзаменатора экзамен может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента экзаменатор может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

4.4 Критерии и шкала оценивания промежуточной аттестации.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на экзамене, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает ответы на вопросы билета, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагает ответ на вопросы билеты, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на экзамене положительную оценку.

5 СВЕДЕНИЯ О ФОНДЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ И ЕГО СОГЛАСОВАНИИ

Фонд оценочных средств для аттестации по дисциплине «Алгебра и геометрия» представляет собой компонент основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 15.03.04 - Автоматизация технологических процессов и производств.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий 04.03.22 (протокол №6).

И.о. заведующего кафедрой А.И.Руденко

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры автоматизации производственных процессов 08.04.2022 г. (протокол № 8).

Заведующий кафедрой А.Н.Румянцев

Приложение №1

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «Алгебра и геометрия»).

Вариант 1.

Вопрос №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.

Матрица $C=B^T-A$ равна …

1. $\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -5\end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & -5\end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix}5 & 4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & -3\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A=\begin{pmatrix}7 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 7 & -3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 5 & 4 & -2\\ 7 & 1 & 5\end{pmatrix}$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A|+|A^T|$ равен …

1. 10
2. 20
3. –4
4. –8

Вопрос №4. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ -5 & 3 & 2\\ -4 & -1 & 3\end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно …

1. –16
2. 16
3. 1
4. –1

Вопрос №5. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-3 & -1 \\ x-3 & x \end{vmatrix} = 0$ является …

1. $x_1 = -1$ $x_2 = 3$
2. $x_1 = -1$ $x_2 = -3$
3. $x_1 = 1$ $x_2 = 3$
4. $x_1 = 1$ $x_2 = -3$

Вопрос №6. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

главный определитель Δ равен …

1. 16
2. 14
3. −8
4. −12

Вопрос №7. При решении системы уравнений $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 4x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной x равно …

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №8. Даны векторы:

$\vec{a} = \{3, -1,\ 1\}$, $\vec{b} = \{2,\ 1,\ 0\}$,

$\vec{c} = \{1, -2,\ 3\}$, $\vec{d} = \{-2,\ 4, -6\}$,

$\vec{f} = \{0,\ 2,\ 4\}$, $\vec{t} = \{0, -1,\ 2\}$.

Коллинеарными являются …

1. $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2. $\vec{c}$ и $\vec{d}$
3. $\vec{f}$ и $\vec{t}$
4. $\vec{c}$ и $\vec{d}$, $\vec{f}$ и $\vec{t}$

Вопрос №9. Даны координаты вершин треугольника: $A(3, -1,\ 5)$, $B(4,\ 2, -5)$ и $C(-4,\ 0,\ 3)$. Точка M - середина стороны BC. Медиана AM равна …

1. $\sqrt{67}$
2. 49
3. 5
4. 7

Вопрос №10. Косинус угла между векторами $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ и $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ равен …

1. $-\frac{4}{9}$

2. $\frac{4}{9}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$

Вопрос №11. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна …
1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3. $-\frac{4}{3}$
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №12. Угол между векторами острый, если их скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ...
1. больше нуля
2. меньше нуля
3. равно нулю
4. недостаточно данных

Вопрос №13. Даны координаты точек: $A(2,\ -3,\ 4)$, $B(1,\ 2, -1)$, $C(3, -2,\ 1)$. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, равна …
1. $5\sqrt{2}$
2. $10\sqrt{2}$
3. $2\sqrt{2}$
4. $3\sqrt{2}$

Вопрос №14. Для векторов $\vec{a}(a_x; a_y; a_z)$, $\vec{b}(b_x; b_y; b_z)$, $\vec{c}(c_x; c_y; c_z)$ векторно-скалярное (смешанное) произведение $\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c}$ вычисляется по формуле:
1. $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_a & y_a & z_a \\ x_b & y_b & z_b \end{vmatrix}$
2. $\begin{vmatrix} b_x & a_x & c_x \\ b_y & a_y & c_y \\ b_z & a_z & c_z \end{vmatrix}$
3. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
4. $\begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$

Вопрос №15. Уравнение эллипса с центром в начале координат, полуосями a = 5 и b= 3 имеет вид:
1. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$
4. $x^2 + y^2 = 15$

Вопрос №16. Вершинами эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{144} = 1$ будут точки с координатами:
1.$A_1(5; 0)$, $A_2(-5; 0)$, $B_1(0; 12)$, $B_2(0; -12)$
2.$A_1(5; 12)$, $A_2(-5; -12)$, $B_1(0; 12)$, $B_2(0; -12)$
3.$A_1(25; 0)$, $A_2(-25; 0)$, $B_1(0; 144)$, $B_2(0; -144)$
4.$A_1(5; 0)$, $A_2(-5; 0)$
Вопрос №17. Общее уравнение плоскости имеет вид:
1. $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$
2. $Ax + By + Cz + D = 0$
3. $Ax + By + C = 0$
4. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 0$
Вопрос №18. Плоскость $2x - 7y - 2z + 15 = 0$ перпендикулярна плоскости:
1.$2x - 7y - 2z + 1 = 0$
2. $2y - 7z + 14 = 0$
3. $-7x + 2y - 1 = 0$
4.$-y - 7z + 14 = 0$
Вопрос №19. Уравнение прямой, проходящей через две точки M1(0,0,1) и M2(-1,0,0) записывается формулой:
1. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$
4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$
Вопрос №20. Угол φ между прямыми $l_1 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ и $l_2 : \frac{x+7}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{1}$ равен:
1. $\frac{\pi}{2}$
2. $\frac{\pi}{4}$
3. 0
4.$\frac{\pi}{6}$

Вариант 2.

Вопрос №1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \end{pmatrix}$.

Матрица $C = 2A^T + B$ равна …

1. $\begin{pmatrix} -3 \\ 13 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} -10 & 7 \\ 16 & -3 \end{pmatrix}$
3. не существует
4. $\begin{pmatrix} 7 & 13 \end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & -3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 5 & 4 & -2 \\ 7 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A| + |A^T|$ равен …

1. 10
2. 8
3. –4
4. –8

Вопрос №4. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -5 & 3 & 2 \\ -4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно …

1. –11
2. 16
3. 1
4. –1

Вопрос №5. Решением уравнения $\begin{vmatrix} x-2 & -1 \\ x-2 & x \end{vmatrix} = 0$ является …

1. $x_1 = -1$ $x_2 = 2$
2. $x_1 = -1$ $x_2 = -3$
3. $x_1 = 1$ $x_2 = 3$

4. $x_1 = 1 \ \ x_2 = -3$

Вопрос №6. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

вспомогательный определитель Δ_y равен …

1.-6

2.10

3.17

4.-17

Вопрос №7. При решении системы уравнений $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 8x - 4y + 6z = 16 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной *x:*

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №8. Даны векторы:

$\vec{a} = \{3, -1, \ 1\}, \ \vec{b} = \{2, \ 1, \ 0\},$

$\vec{c} = \{1, -2, \ 3\}, \ \ \vec{d} = \{-4, \ 8; \ -12\},$

$\vec{f} = \{0, \ 2, \ 4\}, \ \ \vec{t} = \{0, -1, \ 2\}.$

Коллинеарными являются …

1. $\vec{a}$ и $\vec{b}$
2. $\vec{c}$ и $\vec{d}$
3. $\vec{f}$ и $\vec{t}$
4. $\vec{c}$ и $\vec{d}$, $\vec{f}$ и $\vec{t}$

Вопрос №9. Для вектора $\vec{a} = \{1, \ 2, 3\}$ сонаправленным вектором будет …

1.$\vec{b} = \{-1, -2, \ 3\}$

2.$\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$

3.$\vec{d} = \{4, \ 8, \ 12\}$

4.$\vec{c} = \{-1, -2, -3\}$ и $\vec{d} = \{2, \ 4, \ 6\}$

Вопрос №10. Косинус угла между векторами $\vec{a} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$ и $\vec{b} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$ равен …

1. $-\frac{4}{9}$
2. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
4. $\frac{1}{2}$

Вопрос №11. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна …

1. $\frac{3}{4}$

2. $\frac{2}{3}$
3.0
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №12. Угол между векторами тупой, если их скалярное произведение $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ...
1. больше нуля
2. меньше нуля
3. равно нулю
4. недостаточно данных

Вопрос №13. Векторное произведение $\vec{j}\times\vec{k}$ базисных векторов $\vec{j}$ и $\vec{k}$ равно …
1. $\vec{k}$
2. $-\vec{k}$
3. $\vec{j}$
4. $\vec{i}$

Вопрос №14. Известно, что $|\vec{a}| = 2,$ $|\vec{b}| = 3$ и угол между $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равен 45°. Значение $|\vec{a}\times\vec{b}|$ равно …
1. $3\sqrt{2}$
2. $-3\sqrt{2}$
3. $6\sqrt{2}$
4. $6\sqrt{3}$

Вопрос №15. Уравнение эллипса с центром в начале координат, полуосями a = 6 и b= 3 имеет вид:
1.$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$
2. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$
3. $\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{3}=1$
4. $x^2+y^2=15$

Вопрос №16. Уравнение гиперболы с центром в начале координат, полуосями a=5 и b=3 и фокусами на оси Ox записывается формулой:
1. $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$
2. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=1$
3. $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{9}=-1$
4. $\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{3}=1$

Вопрос №17. Через точку $M(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{N}(A, B, C)$ проходит плоскость:
1. $\frac{x_0}{A}+\frac{y_0}{B}+\frac{z_0}{C}=0$
2. $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$
3. $Ax_0+By_0+Cz_0+D=0$
4. $\frac{A}{x_0}+\frac{B}{y_0}+\frac{C}{z_0}=0$

Вопрос №18. Плоскость $2x + 7y - 2z + 15 = 0$ перпендикулярна плоскости:

1.$2x - 7y - 2z + 1 = 0$

2. $2y - 7z + 14 = 0$

3. $-7x + 2y - 1 = 0$

4.$-y - 7z + 14 = 0$

Вопрос №19. Уравнение прямой, проходящей через две точки $M_1(1,0,1)$ и $M_2(-1,0,0)$ записывается формулой:

1. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$

2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$

3. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{1}$

4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №20. Угол φ между прямыми $l_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{-4}$ и $l_2 : \frac{x+7}{1} = \frac{y+4}{-1} = \frac{z}{1}$ равен:

1. $\frac{\pi}{2}$

2. $\frac{\pi}{4}$

3. 0

4.$\frac{\pi}{6}$

Вариант 3.

Вопрос №1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -3 & 4\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}4 & 5\\ 2 & -1\end{pmatrix}$.

Матрица $C=B^T-A$ равна …

1. $\begin{pmatrix}3 & -2\\ 5 & -5\end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 8 & -5\end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix}5 & 4\\ -3 & 3\end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & -3\end{pmatrix}$

Вопрос №2. Из матриц:

$A=\begin{pmatrix}7 & -3\\ 2 & 4\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}3 & 1 & -3\\ 4 & 5 & 6\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 5 & 4 & -2\\ 7 & 1 & 5\end{pmatrix}$

можно перемножить:

1. A и B, A и C
2. A и B, B и C
3. A и C, B и C
4. B и A, B и C

Вопрос №3. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -3 & 4\end{pmatrix}$

Результат вычисления выражения $|A|+|A^T|$ равен …

1. 10
2. 14
3. –4
4. –8

Вопрос №4. Дана матрица $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ -5 & 3 & 2\\ -4 & -1 & 3\end{pmatrix}$.

Алгебраическое дополнение A_{32} для элемента a_{32} равно …

1. –6
2. 16
3. 1
4. –1

Вопрос №5. Решением уравнения $\begin{vmatrix}x-4 & -1\\ x-4 & x\end{vmatrix}=0$ является …

1. $x_1 = -1 \;\; x_2 = 4$
2. $x_1 = -1 \;\; x_2 = -3$
3. $x_1 = 1 \;\; x_2 = 3$
4. $x_1 = 1 \;\; x_2 = -3$

Вопрос №6. Для системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 3y - 3x = 2 \\ x + 5y = 4 \end{cases}$$

вспомогательный определитель Δ_y равен …

1.-14
2.10
3.17
4.-17

Вопрос №7. При решении системы уравнений $\begin{cases} 4x + 2y - 2z = 2 \\ 3x + 5y + z = 10 \\ 4x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$

методом Крамера значение переменной *x:*

1. 1
2. 2
3. -1
4. не определено

Вопрос №8. Даны координаты вершин треугольника: $A(3, -1,\ 5)$, $B(-4,\ 2, -5)$ и $C(-4,\ 0,\ 3)$. Точка M - середина стороны BC. Медиана AM равна …

1. $\sqrt{67}$
2. 49
3. 5
4. $\sqrt{89}$

Вопрос №9. Косинус угла между векторами $\vec{a} = -2\vec{\imath} - \vec{k}$ и $\vec{b} = -6\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} + 6\vec{k}$ равен …

1. $-\frac{4}{9}$
2. $\frac{2}{3\sqrt{5}}$
3. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4.$\frac{1}{2}$

Вопрос №10. Даны векторы $\vec{a} = \vec{\imath} - 2\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{\imath} - 2\vec{k}$. Проекция $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$ равна …

1. $\frac{3}{4}$
2. $\frac{2}{3}$
3. $-\frac{2}{3}$
4. $\frac{4}{3}$

Вопрос №11. Даны координаты точек: B$(2,\ -3,\ 4)$, $A(1,\ 2, -1)$, $C(3, -2,\ 1)$. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, равна …

1. $5\sqrt{2}$

2. $10\sqrt{2}$
3. $2\sqrt{2}$
4. $3\sqrt{2}$

Вопрос №12. Векторное произведение $\vec{\imath} \times \vec{k}$ базисных векторов $\vec{\imath}$ и $\vec{k}$ равно …

1. $\vec{k}$
2. $-\vec{k}$
3. $-\vec{\jmath}$
4. $\vec{\imath}$

Вопрос №13. Уравнение эллипса с центром в начале координат, полуосями a = 5 и b= 4 имеет вид:

1.$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$
2. $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$
3. $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{3} = 1$
4. $x^2 + y^2 = 15$

Вопрос №14. Вершинами эллипса $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{144} = 1$ будут точки с координатами:

1.A_1(4; 0), A_2(-4; 0), B_1(0; 12), B_2(0; -12)
2.A_1(4; 12), A_2(-4; -12), B_1(0; 12), B_2(0; -12)
3.A_1(16; 0), A_2(-16; 0), B_1(0; 144), B_2(0; -144)
4.A_1(4; 0), A_2(-4; 0)

Вопрос №15. Через точку $M(x_0, y_0, z_0)$ перпендикулярно вектору $\vec{N}(A, B, C)$ проходит плоскость:

1. $\frac{x_0}{A} + \frac{y_0}{B} + \frac{z_0}{C} = 0$
2. $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$
3. $Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D = 0$
4. $\frac{A}{x_0} + \frac{B}{y_0} + \frac{C}{z_0} = 0$

Вопрос №16. Плоскость $2x - 7y - 2z + 15 = 0$ параллельна плоскости:

1.$4x - 14y - 4z + 1 = 0$
2. $2y - 7z + 14 = 0$
3. $-7x + 2y - 1 = 0$
4.$-y - 7z + 14 = 0$

Вопрос №17. Уравнение прямой, проходящей через две точки M1(0,1,1) и M2(-1,0,0) записывается формулой:

1. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$
2. $\frac{x}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z-1}{-1}$
3. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$
4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y}{0} = \frac{z+1}{1}$

Вопрос №18. Угол φ между прямыми $l_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{-2}$ и $l_2: \frac{x+7}{3} = \frac{y+4}{-3} = \frac{z}{3}$ равен:

1. $\frac{\pi}{2}$
2. $\frac{\pi}{4}$
3. 0
4. $\frac{\pi}{6}$

Вопрос №19. Координаты направляющего вектора $\vec{p}$ прямой, проходящей через две точки M1(1,4,3) и M2(-1,2,1), равны:

1. $\{1, 2, 3\}$
2. $\{2, 2, 2\}$
3. $\{2, 2, 4\}$
4. $\{2, -2, -2\}$

Вопрос №20. Параболу определяет кривая второго порядка:

1. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
2. $\frac{a^2}{x^2} - \frac{b^2}{y^2} = 1$
3. $y = 2px$
4. $y^2 = 2px$

Приложение №2

Типовые практические задания по дисциплине

Практические задания по дисциплине могут формироваться на основе номеров заданий сборника задач «Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие» (Д. В. Клетеник; ред.: Н. В. Ефимов. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. — 224 с.) из списка основной учебной литературы, приведенного в рабочей программе по дисциплине.

Практические задачи по теме 1 «Элементы линейной алгебры»:

№№ 1205, 1207, 1208, 1211, 1215, 1217, 1219, 1223, 1227, 1231, 1236, 1238, 1239, 1241, 1244, 1245, 1246, 1247, 1250, 1251, 1252, 1254, 1256.

Практические задачи по теме 2 «Векторная алгебра»: №№ 761, 762, 766, 769, 776, 777, 778, 781, 782, 787, 788, 793, 795, 796, 800, 803, 805, 812, 815, 817, 818, 819, 820, 823, 828, 834, 843, 851, 853, 858, 862, 874, 875, 876, 878.

Практические задачи по теме 3 «Аналитическая геометрия на плоскости»: №№ 214, 215, 216, 219, 223, 226, 227, 230, 253, 260, 264, 266, 271, 302, 304, 322, 323, 331, 385, 387, 389, 444, 445, 447, 449, 465, 515, 516, 518, 519, 532, 583, 585, 587, 589, 603.

Практические задачи по теме 4 «Аналитическая геометрия в пространстве»: №№ 916, 919, 921, 926, 927, 928, 932, 940, 941, 942, 946, 947, 952, 960, 964 (1, 2, 3), 965, 971, 1009, 1012, 1015, 1019 (1, 2), 1023, 1025, 1032, 1035, 1040 (1, 2), 1042, 1043, 1052, 1063, 1075, 1083 (1).

Приложение №3

Типовые индивидуальные домашние задания (типовые расчеты)

Индивидуальное домашнее задание №1 по теме «Элементы линейной алгебры»

Задача 1. Решить систему линейных уравнений тремя способами: 1) по формулам Крамера; 2) с помощью обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11; \end{cases}$$

Задача 2. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

Индивидуальное домашнее задание №2 по теме «Векторная алгебра»

Задача 1. Написать разложение вектора $\overline{x}$ по векторам $\overline{p}, \overline{q}, \overline{r}$.

1. $\overline{x} = \{-2, 4, 7\}$, $\overline{p} = \{0, 1, 2\}$, $\overline{q} = \{1, 0, 1\}$, $\overline{r} = \{-1, 2, 4\}$.

Задача 2. Коллинеарны ли векторы $\overline{c_1}$ и $\overline{c_2}$?

1. $\overline{a} = \{1, -2, 3\}, \overline{b} = \{3, 0, -1\}$, $\overline{c}_1 = 2\overline{a} + 4\overline{b}$, $\overline{c}_2 = 3\overline{b} - \overline{a}$.

Задача 3. Найти косинус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

1. $A(1,-2,3)$, $B(0,-1,2)$, $C(3,-4,5)$.

Задача 4. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

1. $\overline{a} = \overline{p} + 2\overline{q}$, $\overline{b} = 3\overline{p} - \overline{q}$; $|\overline{p}| = 1$, $|\overline{q}| = 2$, $(\overline{p} \wedge \overline{q}) = \pi / 6$.

Задача 5. Компланарны ли векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$: $\overline{a} = \{2, 3, 1\}$, $\overline{b} = \{-1, 0, -1\}$, $\overline{c} = \{2, 2, 2\}$.?

Задача 6. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, если $A_1(1, 3, 6)$, $A_2(2, 2, 1)$, $A_3(-1, 0, 1)$, $A_4(-4, 6, -3)$.

Индивидуальное домашнее задание №3 по теме

«Аналитическая геометрия на плоскости»

Задача 1. Напишите уравнения прямых, проходящих через точку M, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна заданной прямой l, если $M(-2,1), l: 3x-2y+12=0.$

Задача 2. В треугольнике ABC: $A(-3,3)$, $B(5,1)$, $C(6,-2)$.

1) Составить уравнения: стороны BC; высоты, проведенной из вершины A; медианы, проведенной из вершины C;

2) Найти площадь треугольника;

3) Найти угол A.

Задача 3. Приведите уравнение кривой второго порядка $4x^2+y^2-8x+4y=0.$ к каноническому виду и постройте ее. Укажите координаты вершин и фокусов. Напишите уравнение директрис и асимптот, если они есть. Вычислите эксцентриситет кривой.

Индивидуальное домашнее задание №4 по теме
«Аналитическая геометрия в пространстве»

Задача. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(4,5,2)$, $A_2(0,7,2)$, $A_3(0,2,7)$, $A_4(1,5,0)$. Найти:

1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

2) угол между гранями $A_1A_3A_4$ и $A_2A_3A_4$;

3) уравнения прямой A_1A_2;

4) уравнения прямой, проходящей через середину ребра A_2A_3 параллельно ребру A_1A_2;

5) уравнения медианы A_1M в $\Delta A_1A_2A_3$;

6) уравнения высоты A_1K грани $A_1A_2A_3$;

7) расстояние от вершины A_1 до ребра A_2A_3;

8) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

9) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$;

10) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 перпендикулярно грани $A_1A_2A_3$;

11) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

12) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

13) проекцию вершины A_1 на плоскость грани $A_2A_3A_4$;

Приложение №4

Типовые вопросы для подготовки к коллоквиуму
по теме «Аналитическая геометрия в пространстве»

1. Плоскость в пространстве: основные уравнения плоскости (общее уравнение; уравнение по точке и двум направляющим векторам; уравнение плоскости по трем данным точкам, не лежащим на одной прямой; уравнение «в отрезках»).
2. Исследование общего уравнения плоскости (частные случаи); уравнения координатных плоскостей.
3. Угол между плоскостями, условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
4. Нормальное уравнение плоскости; расстояние от точки до плоскости; отклонение точки от плоскости; приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду.
5. Прямая в пространстве: основные уравнения прямой (канонические уравнения; параметрические уравнения; уравнения прямой по двум данным точкам). Физический смысл параметрических уравнений прямой.
6. Общие уравнения прямой в пространстве (прямая как линия пересечения двух плоскостей).
7. Угол между прямыми.
8. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
9. Взаимное расположение двух прямых в пространстве
10. Кратчайшее расстояние между прямыми.
11. Точка пересечения прямой и плоскости.
12. Точка, симметричная заданной точке относительно данной прямой.
13. Точка, симметричная заданной точке относительно данной плоскости.
14. Угол между прямой и плоскостью.
15. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Приложение №5

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

Контрольная работа по темам:

Тема «Матрицы и системы линейных уравнений»

1. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 6 & -1 & 5 \\ 8 & 4 & 12 & -4 \\ 0 & 4 & 16 & 5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить произведение матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -9 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ -6 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений тремя методами:1) по формулам Крамера; 2) методом обратной матрицы; 3) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4 \\ 3x + 4y - 2z = 11 \\ 3x - 2y + 4z = 11 \end{cases}$$

Тема «Векторная алгебра»

1. Найти косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, если $A(0,1,0)$, $B(0,2,1)$, $C(1,2,0)$.

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b, если

$a = 4p - q, b = p + 2q;\ |p| = 5, |q| = 4, (p \wedge q) = \pi / 4.$

3. Компланарны ли векторы a, b и c:

$a = \{1,-2,6\}, b = \{1,0,1\}, c = \{2,-6,17\}.$

Тема «Аналитическая геометрия на плоскости»

1. Дана прямая 2x+3y+4 = 0. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2;\ 1)$: параллельно данной прямой; перпендикулярно к данной прямой.

2. Определить угол φ между двумя прямыми: $5x—y + 7 = 0$, $3x+2y = 0$.

3. Установить, какие из следующих пар прямых перпендикулярны:

1) $3x - y + 5 = 0, x + 3y - 1 = 0$;

2) $3x - 4y + 1 = 0, 4x - 3y + 7 = 0$.

4. Точка $A(2; -5)$ является вершиной квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой $x - 2y - 7 = 0$. Вычислить площадь этого квадрата.

Приложение №6

ТИПОВЫЕ ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ

1. Даны векторы **a**($a_1 a_2 a_3$), **b**($b_1 b_2 b_3$), **c**($c_1 c_2 c_3$); и **d**($d_1 d_2 d_3$) в некотором базисе. Показать, что векторы **a**, **b**, **c** образуют базис и найти координаты вектора **d** в этом базисе с помощью формул Крамера.
a (1;2;3), b (-1;3;2), c(7;-3;5), d(6;10;17).

2. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$. Найти
1) длину ребра A_1A_2; 2)угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$; 4) площадь грани $A_1A_2A_3$;
5) объем пирамиды; 6) уравнения прямой A_1A_2; 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$; 8) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$. Сделать чертеж.
A_1 (4;2;5), A_2 (0;7;2), A_3 (0;2;7), A_4 (1;5;0).

3. Составить уравнение прямой проходящей через центр окружности $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=R^2$ перпендикулярно одной из асимптот гиперболы $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$.

$(x-2)^2+(y-3)^2=9$, $\frac{x^2}{49}-\frac{y^2}{25}=1$.

4. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1+a_{12}x_2+a_{13}x_3=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+a_{23}x_3=b_2 \\ a_{31}x_1+a_{32}x_2+a_{33}x_3=b_3 \end{cases}$$

Доказать ее совместность и решить двумя способами: 1) методом Гаусса; 2) записать систему в матричной форме и решить ее средствами матричного исчисления, при этом правильность вычисления обратной матрицы проверить, используя матричное умножение.

$$\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5 \\ 2x_1+3x_2+x_3=1 \\ 2x_1+x_2+3x_3=11 \end{cases}$$

5. Найти собственные значения и собственные векторы линейного преобразования, заданного в некотором базисе матрицей А.

$$A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Приложение №7

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

1. Матрицы, основные определения. Линейные операции над матрицами. Умножение матриц. Свойства операций.

2. Определители квадратных матриц второго и третьего порядка и их вычисление. Свойства определителей.

3. Миноры и алгебраические дополнения.

4. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).

5. Обратная матрица. Существование и единственность обратной матрицы.

6. Ранг матрицы. Нахождение ранга матрицы с помощью элементарных преобразований матрицы.

7. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Решение систем линейных уравнений матричным способом.

8. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Метод Крамера,

9. Системы n линейных уравнений с m неизвестными. Теорема Кронекера – Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

10. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

11. Векторы. Основные понятия. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось.

12. Разложение вектора по ортам координатных осей. Координаты вектора. Действия над векторами, заданными координатами. Направляющие косинусы.

13. Скалярное произведение векторов, его свойства. Скалярное произведение векторов в координатной форме (вывод). Приложения скалярного произведения.

14. Векторное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл. Векторное произведение векторов в координатной форме (вывод). Приложения векторного произведения.

15. Смешанное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл. Смешанное произведение векторов в координатной форме (вывод). Приложения смешанного произведения.

16. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой (уравнение прямой, заданной точкой и нормальным вектором; общее уравнение прямой,) (вывод).

17. Исследование общего уравнения прямой на плоскости.

18. Прямая на плоскости. Различные виды уравнения прямой (уравнение прямой с угловым коэффициентом; уравнение прямой, проходящей через точку с заданным угловым коэффициентом; уравнение прямой по двум точкам).

19. Прямая на плоскости. Угол между прямыми. Параллельность, перпендикулярность прямых. Расстояние от точки до прямой.

20. Плоскость. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору (вывод). Общее уравнение плоскости (вывод).

21. Частные случаи общего уравнения плоскости. Неполные уравнения плоскости.

22. Уравнение плоскости в отрезках на осях координат (вывод). Уравнение плоскости, проходящей через три точки (вывод).

23. Нормальное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от заданной точки до плоскости.

24. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.

25. Прямая в пространстве. Канонические уравнения прямой в пространстве. Параметрические уравнения прямой в пространстве.

26. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Прямая как пересечение двух плоскостей.

27. Угол между прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве.

28. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Условие принадлежности прямой плоскости.

29. Окружность. Уравнение окружности (вывод).

30. Эллипс. Уравнение эллипса. Построение эллипса. Фокусы, директрисы и эксцентриситет эллипса.

31. Гипербола. Уравнение гиперболы. Построение гиперболы. Асимптоты, фокусы, директрисы и эксцентриситет эллипса.

32. Парабола. Уравнение параболы. Построение параболы. Фокус, директриса параболы.

Приложение №7 (продолжение)

ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «АЛГЕБРА И ГЕОМЕТРИЯ»

1. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

$$\begin{cases} 2x - y - z = 4, \\ 3x + 4y - 2z = 11, \\ 3x - 2y + 4z = 11; \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} x + y + 2z = -1, \\ 2x - y + 2z = -4, \\ 4x + y + z = -2; \end{cases}$$

3. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 5, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 2x + y + 3z = 11; \end{cases}$$

4. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

5. Написать разложение вектора $\overline{x}$ по векторам $\overline{p}, \overline{q}, \overline{r}$.

$\overline{x} = \{-2, 4, 7\}$, $\overline{p} = \{0, 1, 2\}$, $\overline{q} = \{1, 0, 1\}$, $\overline{r} = \{-1, 2, 4\}$.

6. Коллинеарны ли векторы $\overline{c_1}$ и $\overline{c_2}$?

$\overline{a} = \{1, -2, 3\}, \overline{b} = \{3, 0, -1\}$, $\overline{c}_1 = 2\overline{a} + 4\overline{b}$, $\overline{c}_2 = 3\overline{b} - \overline{a}$.

7. Найти косинус угла между векторами $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$.

1. $A(1, -2, 3)$, $B(0, -1, 2)$, $C(3, -4, 5)$.

8. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\overline{a}$ и $\overline{b}$.

1. $\overline{a} = \overline{p} + 2\overline{q}$, $\overline{b} = 3\overline{p} - \overline{q}$; $|\overline{p}| = 1$, $|\overline{q}| = 2$, $(\overline{p} \wedge \overline{q}) = \pi / 6$.

9. Компланарны ли векторы $\overline{a}$, $\overline{b}$ и $\overline{c}$: $\overline{a} = \{2, 3, 1\}$, $\overline{b} = \{-1, 0, -1\}$, $\overline{c} = \{2, 2, 2\}$.?

10. Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках A_1, A_2, A_3, A_4 и его высоту, опущенную из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$, если $A_1(1, 3, 6)$, $A_2(2, 2, 1)$, $A_3(-1, 0, 1)$, $A_4(-4, 6, -3)$.

11. Напишите уравнения прямых, проходящих через точку M, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна заданной прямой l, если $M(-2,1), l: 3x-2y+12=0.$

12. В треугольнике ABC: $A(-3,3)$, $B(5,1)$, $C(6,-2)$.

1) Составить уравнения: стороны BC; высоты, проведенной из вершины A; медианы, проведенной из вершины C;

2) Найти площадь треугольника;

3) Найти угол A.

13. Приведите уравнение кривой второго порядка $4x^2+y^2-8x+4y=0.$ к каноническому виду и постройте ее.

14. Даны координаты вершин треугольника: $A(3,-1,\ 5)$, $B(-4,\ 2,-5)$ и $C(-4,\ 0,\ 3)$. Точка М - середина стороны ВС. Найти медиану AM.

15. Вычислить косинус угла между векторами $\vec{a}=-2\vec{\imath}-\vec{k}$ и $\vec{b}=-6\vec{\imath}+3\vec{\jmath}+6\vec{k}$.

16. Даны векторы $\vec{a}=\vec{\imath}-2\vec{\jmath}+2\vec{k}$ и $\vec{b}=2\vec{\imath}-2\vec{k}$. Вычислить проекцию $\text{пр}_{\vec{a}}\vec{b}$.

17. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(4,5,2)$, $A_2(0,7,2)$, $A_3(0,2,7)$, $A_4(1,5,0)$. Найти:

1) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;

2) угол между гранями $A_1A_3A_4$ и $A_2A_3A_4$;

3) уравнения прямой A_1A_2;

4) уравнения прямой, проходящей через середину ребра A_2A_3 параллельно ребру A_1A_2;

5) уравнения медианы A_1M в $\Delta A_1A_2A_3$;

6) уравнения высоты A_1K грани $A_1A_2A_3$;

7) расстояние от вершины A_1 до ребра A_2A_3;

8) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;

9) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 параллельно грани $A_1A_2A_3$;

10) уравнение плоскости, проходящей через вершину A_4 перпендикулярно грани $A_1A_2A_3$;

11) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

12) длину высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$;

18. Вычислить алгебраическое дополнение A_{32} элемента a_{32} определителя

$$\begin{vmatrix} 2 & 0 & -2 & 4 \\ 1 & 6 & -1 & 5 \\ 8 & 4 & 12 & -4 \\ 0 & 4 & 16 & 5 \end{vmatrix}$$

19. Вычислить произведение матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ -9 & 1 & 0 \\ 7 & 6 & -2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 12 \\ -6 & 1 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

20. Найти косинус угла между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$, если $A(0,1,0)$, $B(0,2,1)$, $C(1,2,0)$.

21. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах a и b, если

$a = 4p - q, b = p + 2q;\ |p| = 5, |q| = 4, (p \wedge q) = \pi / 4.$

22. Компланарны ли векторы a, b и c:

$a = \{1,-2,6\}, b = \{1,0,1\}, c = \{2,-6,17\}.$

23. Дана прямая $2x+3y+4 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(2; 1)$: параллельно данной прямой; перпендикулярно к данной прямой.

24. Определить угол φ между двумя прямыми: $5x - y + 7 = 0$, $3x+2y = 0$.

25. Установить, какие из следующих пар прямых перпендикулярны:

1) $3x - y + 5 = 0, x + 3y - 1 = 0;$

2) $3x - 4y + 1 = 0, 4x - 3y + 7 = 0.$

26. Точка $A(2; -5)$ является вершиной квадрата, одна из сторон которого лежит на прямой $x - 2y - 7 = 0$. Вычислить площадь этого квадрата.