

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

**Г. И. Лещинская**

**МАТЕМАТИКА**

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины  
для студентов, обучающихся по специальности  
38.05.01 Экономическая безопасность

Калининград  
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»  
2023

Рецензент:

кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры прикладной математики и информационных технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» А. И. Руденко

**Лещинская, Г. И.**

Математика: учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов, обучающихся по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность / Г. И. Лещинская. – Калининград: Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 60 с.

В учебно-методическом пособии по изучению дисциплины «Математика» представлены учебно-методические материалы по освоению тем лекционного курса и практическим занятиям, отражены рекомендации для выполнения контрольной работы для направления подготовки 38.05.01 Экономическая безопасность.

Табл. 2, список лит. – 10 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий Института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 24 февраля 2023 г., протокол № 3

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией Института цифровых технологий 24 марта 2023 г., протокол № 3

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией Института отраслевой экономики 20 апреля 2023 г., протокол № 1

УДК 519.6

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Калининградский государственный технический университет», 2023 г.  
© Лещинская Г. И., 2023 г.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение .....	4
1. Методические рекомендации по изучению дисциплины .....	8
1.1. Методические рекомендации по лекционным занятиям.....	10
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям .....	23
2.1. Тематика практических занятий .....	24
2.2. Типовые задания для практических занятий.....	26
3. Методические рекомендации по выполнению контрольной работы для студентов заочной формы обучения .....	36
4. Методические указания по подготовке и сдаче экзамена.....	50
5. Методические указания по выполнению самостоятельной работы по дисциплине.....	57
Заключение.....	57
Библиографический список.....	58

## ВВЕДЕНИЕ

Математика - самая древняя наука, игравшая важнейшую роль в жизни и деятельности человека на всех исторических этапах, так как людям всегда нужно было что-либо считать и чертить, измерять и вычислять, прогнозировать и проектировать, создавать новое.

Чем больше человек познавал природу, создавал механизмы, развивал науку, производство и торговлю, тем весомее становился вклад математики. И это влияние было взаимным - математика стала сложной и разветвленной.

Сегодня можно говорить, что современная математика - это «метанаука», объединяющая комплекс дисциплин: арифметику - теорию чисел, алгебру, геометрию, математический анализ, теорию множеств, теорию вероятностей, математическую статистику, теорию игр и многие, многие другие (насчитывают несколько десятков крупных направлений). На стыках наук появляются разделы: математическая физика, математическая логика, математическая лингвистика, математическая экономика и др.

Учебно-методическое пособие представляет комплекс систематизированных материалов по изучению дисциплины «Математика» для студентов очной и заочной форм обучения направления подготовки 38.05.01 Экономическая безопасность.

**Целью освоения дисциплины «Математика»** является формирование знаний, умений и навыков анализа, моделирования и решения теоретических и практических задач с широким использованием математического аппарата.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать:

- основные понятия математической логики, алгебры и геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики, а также их простейшие приложения в профессиональных дисциплинах;
- методы решения математических задач до числового или другого требуемого результата (графика, формулы и т.п.);
- основы применения теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;

уметь:

- использовать в профессиональной деятельности базовые знания математики;
- ставить цели и формулировать математическую постановку задач, связанных с реализацией профессиональных функций;

- прогнозировать возможный результат предлагаемого математического решения, уметь оценивать его значения;
- переводить экономические задачи с описательного языка на язык математики;
- строить математические модели прикладных задач с оптимальным выбором их решения, анализа и оценки полученных результатов;
- оперировать с абстрактными объектами и быть корректными в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;

владеть:

- методами анализа и навыками самостоятельного изучения учебной и научной математической литературы;
- математическими, статистическими и количественными методами решения типовых организационно-управленческих задач;
- математической логикой, необходимой для формирования суждений по соответствующим профессиональным проблемам;
- способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения.

Для успешного освоения дисциплины «Математика» студент должен активно работать на лекционных и практических занятиях, организовывать самостоятельную внеаудиторную деятельность.

Для оценивания поэтапного формирования результатов освоения дисциплины (текущий контроль) предусмотрены тестовые задания. Тестирование и решение практических задач обучающимися проводится на практических занятиях после изучения соответствующих тем. Тестовое задание предусматривает выбор правильного ответа на поставленный вопрос из предлагаемых вариантов ответа. Перед проведением тестирования преподаватель знакомит студентов с вопросами теста, а после проведения тестирования проводит анализ их работы. Перечень примерных тестовых и практических заданий представлен в фонде оценочных средств по данной дисциплине.

Промежуточная аттестация проводится в виде экзамена по результатам каждого из семестров, к которому допускаются студенты, освоившие темы курса и имеющие положительные оценки.

Для успешного освоения дисциплины «Математика» в учебно-методическом пособии по изучению дисциплины приводится краткое содержание каждой темы занятия, перечень ключевых вопросов для подготовки

и организации самостоятельной работы студентов. Материал пособия содержит рекомендации по написанию контрольной работы для студентов заочной формы обучения.

Универсальная система оценивания результатов обучения включает в себя системы оценок: 1) «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»; 2) «зачтено», «не зачтено»; 3) 100-балльную (процентную) систему и правило перевода оценок в пятибалльную систему (таблица 1).

Таблица 1 – Система оценок и критерии выставления оценки

Система оценок Критерий	2	3	4	5
	0–40 %	41–60 %	61–80 %	81–100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
<b>1. Системность и полнота знаний в отношении изучаемых объектов</b>	Обладает частичными и разрозненными знаниями, которые не может научно корректно связывать между собой (только некоторые из них может связывать между собой)	Обладает минимальным набором знаний, необходимых для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает набором знаний, достаточным для системного взгляда на изучаемый объект	Обладает полнотой знаний и системным взглядом на изучаемый объект
<b>2. Работа с информацией</b>	Не в состоянии находить необходимую информацию либо в состоянии находить отдельные фрагменты информации в рамках поставленной задачи	Может найти необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, интерпретировать и систематизировать необходимую информацию в рамках поставленной задачи	Может найти, систематизировать необходимую информацию, а также выявить новые, дополнительные источники информации в рамках поставленной задачи

Система оценок  Критерий	2	3	4	5
	0–40 %	41–60 %	61–80 %	81–100 %
	«неудовлетворительно»	«удовлетворительно»	«хорошо»	«отлично»
	«не зачтено»	«зачтено»		
<b>3. Научное осмысление изучаемого явления, процесса, объекта</b>	Не может делать научно-корректных выводов из имеющихся у него сведений, в состоянии проанализировать только некоторые из имеющихся у него сведений	В состоянии осуществлять научно-корректный анализ предоставленной информации	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые, релевантные задаче данные	В состоянии осуществлять систематический и научно-корректный анализ предоставленной информации, вовлекает в исследование новые, релевантные поставленной задаче данные, предлагает новые ракурсы поставленной задачи
<b>4. Освоение стандартных алгоритмов решения профессиональных задач</b>	В состоянии решать только фрагменты поставленной задачи в соответствии с заданным алгоритмом, не освоил предложенный алгоритм, допускает ошибки	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом	В состоянии решать поставленные задачи в соответствии с заданным алгоритмом, понимает основы предложенного алгоритма	Не только владеет алгоритмом и понимает его основы, но и предлагает новые решения в рамках поставленной задачи

При необходимости для обучающихся-инвалидов или обучающихся с ОВЗ предоставляется дополнительное время для подготовки ответа с учетом их индивидуальных психофизических особенностей.

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины «Математика» содержит пять разделов. В первом и втором разделах приведены сведения о лекционных и практических занятиях. В третьем разделе сформированы рекомендации по выполнению контрольной работы (для студентов заочной формы обучения). В четвертом приведены методические рекомендации по подготовке и сдаче экзаменов, а в пятом разделе сформированы рекомендации по самостоятельной работе студентов.

## **1. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Осваивая курс «Математика», студент должен научиться работать на лекциях, практических занятиях и организовывать самостоятельную внеаудиторную деятельность. В начале лекции необходимо уяснить цель, которую лектор ставит перед собой и студентами. Важно внимательно слушать, отмечать наиболее существенную информацию и кратко ее конспектировать; сравнивать то, что услышано на лекции, с прочитанным и усвоенным ранее материалом в области применения различных материалов, укладывать новую информацию в собственную, уже имеющуюся систему знаний. По ходу лекции необходимо подчеркивать новые термины, определения, устанавливать их взаимосвязь с изученными ранее понятиями.

Основными видами учебной деятельности в ходе изучения курса являются лекции и практические занятия.

При разработке образовательной технологии организации учебного процесса основной упор сделан на соединение активной и интерактивной форм обучения. Интерактивная форма позволяет студентам проявить самостоятельность в освоении теоретического материала и овладении практическими навыками, формирует интерес и позитивную мотивацию к учебе.

При чтении лекций преподаватель имеет право самостоятельно выбирать формы и методы изложения материала, которые будут способствовать качественному его усвоению. При этом преподаватель в установленном порядке может использовать технические средства обучения, имеющиеся на кафедре и в университете.

Вместе с тем всякий лекционный курс является в определенной мере авторским, представляет собой творческую переработку материала и неизбежно отражает личную точку зрения лектора на предмет и методы его преподавания. В этой связи представляется целесообразным привести некоторые общие



методические рекомендации по построению лекционного курса и формам его преподавания.

Лекции составляют основу теоретической подготовки и посвящены наиболее важным моментам при изучении курса «Математика». При проведении лекций необходимо использовать технические средства обучения, ЭИОС, применять методы, способствующие активизации познавательной деятельности слушателей. На лекциях целесообразно теоретический материал иллюстрировать рассмотрением различных примеров и конкретных задач. Имеет смысл привлекать студентов к обсуждению как рассматриваемого вопроса в целом, так и отдельных моментов рассуждений и доказательств. Необходимо также использовать возможности проблемного изложения, дискуссии с целью активизации деятельности студентов.

Практические занятия проводятся для закрепления основных теоретических положений курса и реализации их в практических расчетах, формирования и развития у студентов мышления в рамках будущей профессии.

На практических занятиях следует добиваться точного и адекватного владения теоретическим материалом и его применения для решения задач.

Важным звеном во всей системе обучения является самостоятельная работа обучающихся. В широком смысле под ней следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в отсутствие преподавателя, так и в контакте с ним. Она является одним из основных методов поиска и приобретения новых знаний, работы с литературой, а также выполнения предложенных заданий. Преподаватель призван оказывать в этом методическую помощь студентам и осуществлять руководство их самостоятельной работой.

Необходимо контролировать степень усвоения студентами текущего материала, а также уровень остаточных знаний по уже изученным темам.

При изучении курса предусмотрены следующие формы текущего контроля:

- опросы по теоретическому материалу;
- контроль на практических занятиях.

Промежуточный контроль осуществляется в форме сдачи экзамена и имеет целью определить степень достижения учебных целей по дисциплине.

Для формирования мотивации и повышения интереса к предмету особое внимание при чтении курса необходимо обратить на темы, которые можно проиллюстрировать примерами из практической сферы, связывая теоретические положения с будущей профессиональной деятельностью студентов. Тематический план лекционных и практических занятий представлен в таблице 2.

Таблица 2 – Тематический план лекционных и практических занятий

Номер темы	Раздел дисциплины
Семестр-1	
1	Элементы линейной алгебры
2	Векторная алгебра
3	Аналитическая геометрия
4	Введение в математический анализ
5	Дифференциальное исчисление функций одной переменной
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
Семестр-2	
7	Неопределённый интеграл
8	Определённый интеграл, несобственные интегралы
9	Дифференциальные уравнения
10	Ряды
Семестр-3	
11	Теория вероятностей
12	Элементы математической статистики

### 1.1. Методические рекомендации по лекционным занятиям

#### Тема 1. Элементы линейной алгебры

*Перечень изучаемых вопросов:*

Матрицы. Линейные операции над матрицами. Произведение матриц. Определители второго и третьего порядков. Основные свойства. Понятие об определителях любого конечного порядка. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Правило Крамера. Обратная матрица. Решение матричных уравнений. Теорема Кронекера - Капелли.

*Методические указания:*

Важно хорошо усвоить свойства определителей, так как без их применения практически невозможно вычислять определители высших

порядков (выше третьего). Умение вычислять определители пригодится для изучения последующих тем. Понятие матрицы тесно связано с исследованием и решением систем линейных уравнений.

*Контрольные вопросы:*

1. Матрица. Определение. Частные виды матриц. Единичная матрица. Транспонирование матриц. Сложение матриц. Умножение матриц на число. Умножение матриц. Обратная матрица.
2. Определители второго и третьего порядков. Их вычисление. Свойства определителей. Понятие об определителях любого конечного порядка.
3. Системы линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений по правилу Крамера.
5. Решение систем линейных уравнений средствами матричного исчисления.
6. Однородные системы.
7. Понятие о ранге матрицы. Теорема Кронекера - Капелли.

*Рекомендуемая литература:* [5, 8, 9].

## **Тема 2. Векторная алгебра**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Векторы. Основные определения. Линейные операции над векторами: сложение, вычитание, умножение вектора на число. Условие коллинеарности векторов. Проекция вектора на ось. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые векторы. Разложение вектора по базису. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по координатному базису. Координаты вектора. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами. Координаты вектора, заданного двумя точками. Расстояние между двумя точками. Направляющие косинусы вектора. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.

*Методические указания:*

Понятие вектора в современной математике является довольно широким понятием, связанным с понятием линейных операций (сложением и умножением на число). Такие операции уже встречались, например, в арифметике, теории матриц. В каждом конкретном случае они определялись по-своему, в соответствии со спецификой тех множеств, для которых они рассматриваются (числа, матрицы).

Но свойства этих операций одинаковы. Именно эта общность и сближает их. При решении задач следует учесть особенности применяемой терминологии. Пояснение всех терминов, используемых в задачах, найти в методических рекомендациях по изучению данной темы и рекомендуемой литературе.

*Контрольные вопросы:*

1. Векторы. Основные определения. Линейные операции над векторами: сложение. Вычитание, умножение вектора на число. Условие коллинеарности векторов.
2. Проекция вектора на ось.
3. Линейная комбинация векторов. Линейно зависимые и линейно независимые векторы. Разложение вектора по базису.
4. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по координатному базису. Координаты вектора.
5. Линейные операции над векторами, заданными своими координатами.
6. Координаты вектора, заданного двумя точками. Расстояние между двумя точками.
7. Направляющие косинусы вектора.
8. Деление отрезка в данном отношении.
9. Скалярное и векторное произведение векторов.

*Рекомендуемая литература:* [5, 8, 9].

### **Тема 3. Аналитическая геометрия**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Задание множеств точек уравнениями и неравенствами. Уравнение линии на плоскости. Прямая на плоскости. Понятие о кривых второго порядка. Канонические уравнения эллипса, окружности, параболы, гиперболы. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду в простейших случаях. Общее уравнение плоскости. Уравнения прямой в пространстве.

*Методические указания:*

Аналитическая геометрия - область математики, в которой геометрические задачи решаются алгебраическим способом. Важно научиться анализировать геометрические свойства линии на основе анализа их уравнений.

*Контрольные вопросы:*

1. Задание множеств точек уравнениями и неравенствами. Уравнение линии на плоскости.
2. Прямая на плоскости. Общее уравнение.
3. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
4. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
5. Уравнение прямой в отрезках.
6. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности двух прямых.
7. Понятие о кривых второго порядка. Канонические уравнения эллипса, окружности, параболы, гиперболы.
8. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду в простейших случаях.
9. Общее уравнение плоскости. Уравнения прямой в пространстве.

*Рекомендуемая литература:* [5, 8, 9].

#### **Тема 4. Введение в математический анализ**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Функция и способы ее задания. Область определения функции. Основные элементарные функции и их графики. Понятие предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах. Понятие о неопределенных выражениях. Раскрытие неопределенностей. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции. Понятие о точках разрыва функции.

*Методические указания:*

Понятие функции – одно из наиболее важных в математике и ее приложениях. В самом общем понимании функция – это зависимость между двумя переменными. В курсе математического анализа изучают главным образом числовые функции. Наглядное представление о числовой функции дает ее график – некоторое множество точек на координатной плоскости, обычно – некоторая линия. Задать функцию означает: указать область определения функции и описать правило, позволяющее по данному значению аргумента находить соответствующее значение функции. Наиболее употребительными являются три способа задания функции: табличный, аналитический, графический. Наиболее простые приложения математического анализа ограничиваются кругом так называемых элементарных функций. Это:

степенные функции, показательные функции, тригонометрические функции, обратные тригонометрические.

Важно усвоить понятия предела функции, бесконечно малых и бесконечно больших функций и методы вычисления пределов. Изучив эту главу, студент будет готов к восприятию понятий производной и интеграла.

*Контрольные вопросы:*

1. Функция и способы ее задания. Область определения функции.
2. Основные элементарные функции и их графики.
3. Понятие предела функции.
4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
5. Основные теоремы о пределах.
6. Понятие о неопределенных выражениях. Раскрытие неопределенностей.
7. Первый и второй замечательный пределы.
8. Непрерывность функции. Понятие о точках разрыва функции.

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 5. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Определение производной. Ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Свойства производной. Основные правила нахождения производных. Таблица производных основных элементарных функций. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Геометрический смысл. Использование в приближенных вычислениях. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей. Признаки возрастания и убывания функции в интервале. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума функции. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции. Схема исследования функции и построения ее графика.

*Методические указания:*

Понятие производной – одно из основных понятий математического анализа. Всякий процесс или явление, протекающее во времени, характеризуются наряду с другими показателями такой важной характеристикой, как скорость. Можно говорить о задаче нахождения скорости неравномерного движения, химической реакции, нагревания и остывания нагретого тела, производительности труда и т.д. Все эти задачи приводят к однотипным вычислениям, результат которых называют производной.

Важно усвоить понятие производной, способы ее вычисления, а также научиться применять это понятие при решении прикладных задач.

*Контрольные вопросы:*

1. Определение производной. Ее механический и геометрический смысл. Уравнение касательной к графику функции.
2. Свойства производной. Основные правила нахождения производных.
3. Таблица производных основных элементарных функций.
4. Производные высших порядков.
5. Дифференциал функции. Геометрический смысл. Использование в приближенных вычислениях.
6. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенностей.
7. Признаки возрастания и убывания функций в интервале.
8. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции.
9. Направление выпуклости и точки перегиба графика функции.
10. Схема исследования функции и построения ее графика.

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 6. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность. Частные производные, их геометрический и механический смысл. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Инвариантность формы полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл полного дифференциала. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое условие. Достаточные условия экстремума.

*Методические указания:*

В данной теме рассматриваются переменные величины, зависящие от нескольких других переменных величин. Необходимость изучения такого вида зависимостей вызвана тем, что во многих процессах и явлениях, встречающихся в природе, технике, в практической деятельности человека, числовые значения одной величины определяются набором из двух, трех и большего количества независимых переменных. При изучении этих явлений используют понятие функции нескольких переменных.

*Контрольные вопросы:*

1. Функции двух переменных. Область определения. Линии уровня. Понятие о функциях трех и более переменных.
2. Предел функции. Непрерывность.
3. Частные производные. Их геометрический и механический смысл.
4. Полный дифференциал, его приложение к приближенным вычислениям.
5. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков.
6. Экстремумы функции двух переменных. Необходимые условия. Понятие о достаточных условиях экстремума.

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 7. Неопределённый интеграл**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица основных интегралов. Основные методы интегрирования. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Использование таблиц интегралов.

*Методические указания:*

В предыдущих разделах мы изучали производную функции и ее приложения к решению практических задач.

В этом разделе рассматривается второе основное понятие математического анализа понятие интеграла. Интегрирование - действие, обратное нахождению производной. Важно усвоить основные формулы интегрирования и методы интегрирования, т.к. понятие интеграла пронизывает не только всю современную математику, но и физику, химию и многие общетехнические и специальные дисциплины.

*Контрольные вопросы:*

1. Первообразная функция. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной, интегрирование по частям.
3. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.



4. Правильные и неправильные рациональные дроби. Разложение правильной рациональной дроби на простейшие. Интегрирование дробно-рациональных функций.
5. Интегрирование некоторых видов тригонометрических функций. Универсальная тригонометрическая подстановка. Интегралы вида:  
$$\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx.$$
6. Интегрирование некоторых видов иррациональных выражений. Тригонометрические подстановки.

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 8. Определённый интеграл, несобственные интегралы**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Определённый интеграл как предел интегральных сумм. Основные свойства определённого интеграла. Формула Ньютона - Лейбница. Вычисление определённого интеграла: интегрирование по частям и подстановкой. Приложение интегралов к вычислению площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел и площадей поверхностей вращения. Приближённое вычисление определённого интеграла: формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона. Несобственные интегралы.

*Методические указания:*

К понятию определённого интеграла приводит задача вычисления площади криволинейной трапеции. Важное значение имеет формула Ньютона - Лейбница. Эта формула устанавливает связь между двумя основными понятиями интегрального исчисления: неопределённым и определённым интегралами. Она позволяет вычислять определённые интегралы путем нахождения первообразных.

Геометрические приложения определённого интеграла многочисленны. Это вычисление: площадей плоских фигур, объёма тел вращения, длин дуг.

*Контрольные вопросы:*

1. Геометрический смысл определённого интеграла.
2. Основные свойства определённого интеграла.
3. Формула Ньютона - Лейбница.
4. Замена переменной в определённом интеграле.
5. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.

6. Несобственные интегралы (случай бесконечных пределов интегрирования).
7. Несобственные интегралы (интегралы от разрывных функций).
8. Вычисление площадей плоских фигур в декартовых координатах.
9. Вычисление площади под кривой, заданной параметрически.
10. Вычисление площади криволинейного сектора в полярных координатах.
11. Вычисление длин дуг плоских кривых.
12. Вычисление объемов тел вращения.
13. Вычисление площади поверхности тел вращения.

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 9. Дифференциальные уравнения**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Основные понятия и определения. Дифференциальные уравнения первого порядка: уравнения с разделяющимися переменными, линейные неоднородные дифференциальные уравнения; однородные дифференциальные уравнения; дифференциальные уравнения, приводящиеся к однородным; уравнение Бернулли. Задача Коши. Теорема существования и единственности. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: однородные дифференциальные уравнения; неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Решение однородного дифференциального уравнения второго порядка. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Применение дифференциальных уравнений при решении прикладных задач.

*Методические указания:*

Многочисленные задачи естествознания, техники, механики, биологии, химии и других отраслей знаний сводятся к тому, что по заданным свойствам некоторого процесса или явления необходимо найти математическую модель самого процесса в виде формулы, связывающей переменные величины, т.е. в виде функциональной зависимости.

При изучении таких задач используют дифференциальные уравнения. В данной теме рассмотрены обыкновенные дифференциальные уравнения.

*Контрольные вопросы:*

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
2. Интегрирование простейших типов дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
3. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
5. Дифференциальные уравнения высших порядков. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши.
6. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
7. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Однородные уравнения. Свойства их решений. Фундаментальная система решений.
8. Теорема о структуре общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
9. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
10. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения. Теорема о структуре общего решения.
11. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
12. Понятие о системах линейных дифференциальных уравнений первого порядка.

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 10. Ряды**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Числовой ряд. Сумма ряда. Свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Сравнение рядов с положительными членами. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный. Знакопередающийся ряд. Абсолютная и условная сходимость. Функциональные ряды. Признак равномерной сходимости. Свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Радиус сходимости. Свойства сходящихся рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Примеры разложений. Применение рядов в приближенных

вычислениях. Ряды Фурье (для функций с периодом  $2\pi$  и  $2l$ ). Разложение четных и нечетных функций, непериодических функций.

*Методические указания:*

Ряды являются обобщением обычных сумм и многочленов на бесконечное число слагаемых. Для изучения рядов используется частный случай функций: функций натурального аргумента – последовательностей – и их пределов при  $n \rightarrow \infty$ , понятие о которых дается в курсе дифференциального исчисления. Введение рядов позволяет изучать функции, не являющиеся элементарными, находить интегралы, которые невозможно вычислить методами, описанными в курсе интегрального исчисления. В дальнейшем ряды находят применение в курсе теории вероятностей.

*Контрольные вопросы:*

1. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости ряда.
2. Теоремы сравнения.
3. Признаки Даламбера и Коши.
4. Интегральный признак сходимости ряда.
5. Теорема Лейбница. Оценка остатка знакопередающегося ряда.
6. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
7. Понятие равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса.
8. Теорема о непрерывности суммы функционального ряда.
9. Теоремы о почленном интегрировании и почленном дифференцировании функционального ряда.
10. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
11. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы ряда.
12. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
13. Разложение функции в степенной ряд. Ряд Тейлора.
14. Разложение по степеням  $x$  бинома  $(1+x)^m$ .
15. Условия разложимости функции в ряд Тейлора.
16. Разложение по степеням  $x$  функций  $e, \cos x, \sin x, \ln(1+x)$ .

*Рекомендуемая литература:* [1, 2, 7, 4].

## **Тема 11. Теория вероятностей**

### *Перечень изучаемых вопросов:*

Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

### *Методические указания:*

Теория вероятностей изучает объективные закономерности массовых случайных событий. Она является теоретической базой для математической статистики, занимающейся разработкой методов сбора, описания и обработки результатов наблюдений.

### *Контрольные вопросы:*

1. Случайные события. Классическое, статистическое, геометрическое определения вероятности.
2. Произведение событий. Зависимые и независимые события. Теоремы умножения вероятностей.
3. Сумма событий. Теоремы сложения.
4. Следствия из теорем сложения и умножения. Формула полной вероятности. Формулы Бейеса.
5. Основные формулы комбинаторики. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
6. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
7. Вероятность отклонения относительной частоты от вероятности события в одном испытании. Закон больших чисел в форме Бернулли.
8. Дискретные случайные величины. Закон распределения. Числовые характеристики и их свойства.

9. Биномиальный, геометрический, гипергеометрический законы распределения.
10. Распределение Пуассона. Простейший поток событий.
11. Интегральная функция распределения и ее свойства.
12. Непрерывные случайные величины. Дифференциальная функция распределения (плотность вероятности) и ее свойства.
13. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
14. Равномерный закон распределения.
15. Показательный закон распределения. Функция надежности.
16. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания значений случайной величины и заданный интервал для нормального закона.
17. Вероятность отклонения значений случайной величины от ее математического ожидания для нормального закона. Правило трех сигм.
18. Понятие о начальных и центральных моментах распределения.
19. Асимметрия и эксцесс эмпирического распределения.
20. Понятие о законе больших чисел. Центральная предельная теорема Ляпунова.

*Рекомендуемая литература:* [3, 6, 10].

## **Тема 12. Элементы математической статистики**

*Перечень изучаемых вопросов:*

Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические функции параметров распределения (точечные, интервальные). Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера - Снедекора. Нахождение доверительных интервалов при нормальном распределении. Статистическая проверка статистических гипотез. Виды гипотез. Методы проверки. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические оценки параметров распределения. Элементы регрессивного анализа в линейной форме. Метод наименьших квадратов.

*Методические указания:*

Раздел математики, изучающий математические методы сбора, систематизации, обработки и интерпретации результатов наблюдений с целью выявления статистических закономерностей.

*Контрольные вопросы:*

1. Генеральная и выборочная совокупности. Статистическое распределение выборки. Эмпирическая функция распределения и ее свойства.
2. Графическое изображение статистического распределения. Полигон и гистограмма.
3. Числовые характеристики статистического распределения: выборочная средняя, выборочная дисперсия, среднее квадратическое отклонение, размах, мода, медиана. Методы их вычисления.
4. Оценка неизвестных параметров распределения. Точечные оценки. Свойства оценок: несмещенность, состоятельность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии. «Исправленная дисперсия».
5. Интервальные оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность.
6. Доверительный интервал для математического ожидания при известной генеральной дисперсии нормального распределения.
7. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестной генеральной дисперсии нормального распределения.
8. Доверительный интервал для дисперсии нормального распределения.
9. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Статистический критерий. Уровень значимости критерия. Критическая область.
10. Проверка гипотезы о нормальном распределении изучаемой случайной величины. Критерий Пирсона.
11. Функциональная, статистическая, корреляционная зависимости. Линейная корреляция. Уравнение регрессии. Коэффициент регрессии.
12. Зависимые и независимые случайные величины. Корреляционный момент (ковариация). Коэффициент корреляции и его свойства.

*Рекомендуемая литература:* [3, 6, 10].

## **2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ПРАКТИЧЕСКИМ ЗАНЯТИЯМ**

Практические занятия. Посещаемость занятий и выполнение индивидуального задания отмечается в учетной карточке, которую ведет

преподаватель. Преподаватель по завершении занятия подводит итоги по изучаемой теме.

Самостоятельная работа студентов. В период обучения студенты должны самостоятельно контролировать усвоение материала лекций, разделов программы, выносимых на самостоятельную проработку, а также предполагает подготовку к практическим занятиям и экзамену.

В ходе самостоятельной подготовки студентов к занятию необходимо не только воспользоваться литературой, рекомендованной преподавателем, но и проявить самостоятельность в отыскании новых источников.

Тематический план практических (ПЗ) занятий представлен в таблице 2.

## **2.1. Тематика практических занятий**

Тема 1. Матрицы и действия над ними. Определители. Их свойства и вычисление.

Тема 2. Обратная матрица. Элементарные преобразования матрицы. Системы линейных уравнений.

Тема 3. Векторы. Основные определения. Линейные операции. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Разложение вектора по базису. Декартова прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Координаты вектора и точки. Линейные операции над векторами в координатной форме.

Тема 4. Скалярное произведение векторов. Свойства. Приложения.

Тема 5. Векторное и смешанное произведения векторов. Свойства. Приложения.

Тема 6. Уравнение линии на плоскости. Различные способы задания прямой.

Тема 7. Кривые второго порядка, их характеристики и свойства.

Тема 8. Различные виды уравнений плоскости и прямой в пространстве.

Тема 9. Понятие функции. Классификация функций.

Тема 10. Предел числовой последовательности и функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы.

Тема 11. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация.

Тема 12. Производная функции. Механический и геометрический смысл. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Таблица производных.

Тема 13. Дифференцирование функций. Вычисление производных сложных функций, параметрически заданных и неявных функций.



Дифференциал. Свойства. Производные и дифференциалы высших порядков.

Тема 14. Теоремы Ферма, Лагранжа, Ролля о дифференцируемых функциях. Правило Лопиталья.

Тема 15. Приложение производной к исследованию функций и построению их графиков.

Тема 16. Функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные. Экстремум функции нескольких переменных. Условный экстремум. Функция Лагранжа.

Тема 17. Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Свойства. Таблица. Основные методы интегрирования.

Тема 18. Комплексные числа. Многочлены. Корни многочлена. Разложение на множители. Рациональные дроби. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.

Тема 19. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения на простейшие дроби. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование рациональных дробей.

Тема 20. Понятие определенного интеграла. Свойства.

Тема 21. Определенный интеграл, основные свойства. Формула Ньютона - Лейбница.

Тема 22. Несобственные интегралы первого и второго рода.

Тема 23. Приложение определенного интеграла к решению геометрических и физических задач.

Тема 24. Дифференциальные уравнения. Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение задачи Коши.

Тема 25. Дифференциальные уравнения высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения. Однородные уравнения. Свойства решений.

Тема 26. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного д.у. Линейные неоднородные д.у. с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

Тема 27. Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Двойной интеграл. Свойства. Вычисление.

Тема 28. Числовые ряды. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Признаки сходимости.

Тема 29. Знакопеременные ряды. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.

Тема 30. Функциональные и степенные ряды, интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Ряды Фурье.

Тема 31. Предмет теории вероятностей. Классификация событий, алгебра

событий. Элементы комбинаторики. Различные подходы к введению понятия вероятности события. Аксиомы теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность.

Тема 32. Формулы Бейеса, Бернулли, Пуассона. Вероятность наступления хотя бы одного события. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Невероятнейшее число наступления события.

Тема 33. Случайные величины, дискретные и непрерывные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения, ее основные свойства. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Функция распределения вероятностей, плотность распределения непрерывных случайных величин, их свойства. Числовые характеристики непрерывных случайных величин, их свойства.

Тема 34. Примеры законов распределения случайных величин и их числовые характеристики. Предельные теоремы вероятностей (закон больших чисел).

Тема 35. Основные понятия и задачи математической статистики. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические функции параметров распределения (точечные, интервальные).

Тема 36. Распределения Пирсона, Стьюдента, Фишера - Снедекора. Нахождение доверительных интервалов при нормальном распределении. Статистическая проверка статистических гипотез. Виды гипотез. Методы проверки. Числовые характеристики генеральной и выборочной совокупностей. Статистические оценки параметров распределения.

Тема 37. Элементы регрессионного анализа в линейной форме. Метод наименьших квадратов.

## 2.2. Типовые задания для практических занятий

Тема 1

$$A+B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 & 7 & 0 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}, \quad -2 \cdot A=-2\begin{pmatrix} 4 & -3 & 0 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix},$$

$$A \cdot B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{vmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -5 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & -3 \end{vmatrix}$$

Вычислить определитель.

## Тема 2

Решить систему уравнений по формулам Крамера, методом Гаусса, матричным методом:

$$\begin{cases} x + 2y = 10 \\ 3x + 2y + z = 23 \\ y + 2z = 13 \end{cases}$$

## Тема 3

Вектор  $\vec{a}$ , длина которого равна 6, образует с осью  $Ox$  угол  $60^\circ$ , с осью  $Oy$  – угол  $135^\circ$ , с осью  $Oz$  – угол  $90^\circ$ . Найти проекции вектора  $\vec{a}$  на данные оси.

## Тема 4

Найти угол между двумя векторами  $\vec{a} = i - \bar{j} + 4\bar{k}$  и  $b = \bar{i} + 2\bar{j} - 2\bar{k}$ .

Вычислить модуль вектора  $\vec{a} = \{6, 3, -2\}$ .

## Тема 5

Вычислить площадь треугольника с вершинами в точках  $A(2;3;-1)$ ,  $B(5;6;3)$ ,  $C(7;1;0)$ .

Показать, что векторы  $\vec{a} = 7i - 3\bar{j} + 2\bar{k}$ ,  $\vec{b} = 3i - 7\bar{j} + 8k$  и  $\vec{c} = \bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$  компланарны.

Найти объем пирамиды, построенной на векторах

$$\vec{a} = (2;3;1), \vec{b} = (1;-2;3), \vec{c} = (-1;1;2)$$

## Тема 6

Составить уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2;-3)$  и  $B(5;1)$ .

Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-2;5)$  параллельно прямой  $7x - 3y + 1 = 0$ .

Найти расстояние от точки  $M(-3;4)$  до прямой  $6x - 8y + 1 = 0$ .

## Тема 7

Дан эллипс  $9x^2 + 5y^2 = 45$ . Найти: 1) его полуоси; 2) фокусы; 3) эксцентриситет; 4) уравнения директрис.

Эксцентриситет гиперболы  $\varepsilon = 2$ , центр ее лежит в начале координат, один из фокусов  $F(12; 0)$ . Вычислить расстояние от точки  $M_1$  гиперболы с абсциссой, равной 13, до директрисы, соответствующей заданному фокусу.

## Тема 8

Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(1; 2; 0)$ ,  $M_2(1; -1; 2)$ ,  $M_3(0; 1; -1)$ .

Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $P(2; 1; -3)$  параллельно плоскости  $2x - y + 3z + 1 = 0$ .

Найти точку пересечения прямой  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{1}$  и плоскости  $x + 2y - z + 3 = 0$ .

## Тема 10

Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{3x + 7}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^x$$

## Тема 11

Показать, что функция  $y = x^2$  непрерывна при любом значении аргумента  $x$ .

Исследовать на непрерывность функции:

$$y = \frac{x^2}{x-2}$$

$$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \leq 3, \\ 2x + 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Тема 12

Найти производные следующих функций:

$$y = x^5 - 4x^3 + 2x - 3$$

$$y = x \arcsin x$$

$$y = \frac{e^x}{x^2}$$

Тема 13

Найти производные следующих функций:

$$y = \sqrt[3]{a + bx^3}$$

$$y^3 = \frac{x-y}{x+y}$$

$$\begin{cases} x = a (\cos t + t \sin t), \\ y = a (\sin t - t \cos t). \end{cases}$$

Найти производную второго порядка:

$$y = x^8 + 7x^6 - 5x + 4$$

Найти  $dy$  в точке (1; 2), если  $y^3 - y = 6x^2$

Тема 14

Найти указанные пределы функций:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1 - \sin \frac{\pi x}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos x) \operatorname{ctg} x$$

Тема 15

Исследовать на экстремум следующую функцию:

$$y = x^2(x - 12)^2$$

Найти интервалы вогнутости и точки перегиба графиков функций:

$$y = \frac{1}{x+3}$$

Найти асимптоты кривых:

$$y = \frac{\sin x}{x}$$

Тема 16

Найти частные производные функции трех аргументов:

$$u = x^3 y^2 z + 2x - 3y + z + 5$$

Исследовать на экстремум следующие функции двух переменных:

$$z = (x - 1)^2 + 2y^2$$

Определить условные экстремумы функций:

$$z = xy \text{ при } x + y = 1$$

Тема 17

Найти следующие интегралы:

$$\int (a + bx^3)^2 dx$$

$$\int \frac{\sqrt{x} + \ln x}{x} dx$$

$$\int \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}, t = \sqrt{x+1}$$

$$\int \operatorname{arctg} x dx$$

Тема 18

Найти интегралы:

$$\int \frac{dx}{(x+a)(x+b)}$$

$$\int \frac{x^3 + x + 1}{x(x^2 + 1)} dx$$

Тема 19

Найти интегралы:

$$\int \cos^3 x dx.$$

$$\int \sin^2 x \cos^2 x dx$$

$$\int \frac{dx}{3 + 5 \cos x}$$

Тема 20

Вычислить интегралы:

$$\int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + 3x + 2}$$

$$\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx.$$

Тема 22

Вычислить несобственные интегралы (или установить их расходимость):

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}}.$$

$$\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2 + 1} dx.$$

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\infty} \frac{\sin x}{x^2} dx.$$

Тема 23

Найти площадь между кривой  $y = \frac{1}{x^2}$ , осью  $OX$  и ординатой  $x = 1$  ( $x > 1$ ).

Найти длину дуги кривой  $y = \ln x$  от  $x = \sqrt{3}$  до  $x = \sqrt{8}$ .

Найти объем тела, образованного при вращении вокруг оси  $OX$  кривой  $y = \sin^2 x$  в промежутке от  $x = 0$  до  $x = \pi$ .

Тема 24

Решить дифференциальные уравнения:

$$\operatorname{tg} x \sin^2 y \, dx + \cos^2 x \operatorname{ctg} y \, dy = 0.$$

$$y \, dx + (2\sqrt{xy} - x) \, dy = 0.$$

Решить задачу Коши:

$$(xy^2 + x) \, dx + (x^2y - y) \, dy = 0; \quad y = 1 \text{ при } x = 0.$$

$$xy' + y - e^x = 0; \quad y = b \text{ при } x = a.$$

Тема 25

Найти общие решения уравнений:

$$y'' - 5y' + 6y = 0.$$

Найти частные решения уравнений, удовлетворяющие указанным условиям:

$$y'' - 5y' + 4y = 0; \quad y = 5, \quad y' = 8 \text{ при } x = 0.$$

Тема 26

Указать вид частных решений для данных неоднородных уравнений:

$$y'' - 4y = x^2 e^{2x}.$$

Найти общие решения уравнений:

$$y'' - y' + y = x^3 + 6.$$

Найти решение уравнения  $y'' + 4y = \sin x$ , удовлетворяющее

условиям  $y = 1, y' = 1$  при  $x = 0$ .



## Тема 27

Вычислить интегралы:

$$\int_0^1 dx \int_0^1 (x + y) dy.$$

Изменить порядок интегрирования в следующих интегралах:

$$\int_0^2 dx \int_x^{2x} f(x, y) dy.$$

Найти площади, ограниченные следующими кривыми:

$$xy = a^2, x + y = \frac{5}{2}a \quad (a > 0).$$

## Тема 28

Исследовать на сходимость следующие ряды:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} + \dots$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{3}{2} + \frac{5}{2\sqrt{2}} + \dots + \frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n} + \dots$$

$$\frac{2}{1} + \left(\frac{3}{3}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n+1}{2n-1}\right)^n + \dots$$

## Тема 29

Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}} + \dots$$

$$1 - \frac{2}{7} + \frac{3}{13} - \dots + \frac{(-1)^{n-1}n}{6n-5} + \dots$$

## Тема 30

Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах интервала сходимости:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! x^n}{n^n}.$$

### Тема 31

В читальном зале имеется шесть учебников по теории вероятностей, из которых три в переплете. Библиотекарь наудачу взял два учебника. Найти вероятность того, что оба учебника окажутся в переплете.

В урну, содержащую два шара, опущен белый шар, после чего из нее наудачу извлечен один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все возможные предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

### Тема 32

Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность первого автомата вдвое больше производительности второго. Первый автомат производит в среднем 60% деталей отличного качества, а второй - 84%. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь произведена первым автоматом.

Два равносильных шахматиста играют в шахматы. Что вероятнее: выиграть две партии из четырех или три партии из шести (ничьи во внимание не принимаются)?

### Тема 33

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения:

$X$	1	3	6	8
$p$	0,2	0,1	0,4	0,3

Построить многоугольник распределения.

Учебник издан тиражом 100 000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно пять бракованных книг.

### Тема 34

Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $X$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \sin x & \text{при } 0 < x \leq \pi/2, \\ 1 & \text{при } x > \pi/2. \end{cases}$$

Найти плотность распределения  $f(x)$ .

### Тема 35

Выборка задана в виде распределения частот:

$$\begin{array}{l} x_i \quad 2 \quad 5 \quad 7 \\ n_i \quad 1 \quad 3 \quad 6 \end{array}$$

Найти распределение относительных частот.

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 50$ :

$$\begin{array}{l} \text{варианта } x_i \quad 2 \quad 5 \quad 7 \quad 10 \\ \text{частота } n_i \quad 16 \quad 12 \quad 8 \quad 14 \end{array}$$

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

### Тема 37

В таблице приведены данные численности занятого населения ( $x$ , млн) и валового выпуска продукции ( $y$ , у. е.):

$x_i$	80	82	83	84	85	86	88	89	90	91
$y_i$	32	34	35	36	36	37	38	40	39	40

В предположении, что между  $x$  и  $y$  существует линейная зависимость, определить параметры линейной регрессии  $y=kx+b$  методом наименьших квадратов. Спрогнозировать валовой выпуск продукции в случае, если занятое население увеличится на 10% по сравнению с последними данными (90 млн).

### **3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОЙ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ**

Студент должен выполнять контрольные работы по варианту, номер которого совпадает с последней цифрой его учебного шифра.

При выполнении и оформлении контрольных работ необходимо соблюдать следующие правила:

1. В начале работы должны быть ясно написаны фамилия студента, его инициалы, шифр, номер контрольной работы.
2. Контрольная работа выполняется в тетради или на листах, обязательно темными чернилами, с полями для замечаний преподавателя.
3. Решения задач контрольной работы располагаются в порядке номеров, указанных в контрольной работе, перед решением задачи должно быть записано полностью ее условие исходя из данных своего варианта задания.
4. Решения задач и объяснения к ним должны быть подробными, аккуратными, без сокращения слов.

Контрольные работы, выполненные с нарушением изложенных правил или выполненные студентом не по своему варианту, не зачитываются и возвращаются без проверки.

Получив прорецензированную работу, студент должен исправить в ней все отмеченные ошибки и недочеты. Если работа не зачтена, она должна быть либо выполнена заново, либо должны быть решены задачи, указанные рецензентом. Исправленную работу следует предоставлять на кафедру вместе с незачтенной.

Зачтенные контрольные работы надо предъявить преподавателю на экзамене или на зачете.

## Типовые задания для контрольных работ

### Контрольная работа № 1

#### Задания № 1–10

Дана система линейных уравнений. Доказать её совместность и решить тремя способами:

- 1) методом Гаусса;
- 2) методом Крамера;
- 3) матричным методом.

$$1. \begin{cases} -x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 = 17 \\ 4x_1 + 7x_2 - 3x_3 = 16 \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 3x_3 = -1 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 6 \\ -3x_1 + 3x_2 - 7x_3 = -13 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 4x_2 - x_3 = 1 \\ -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = -5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - 5x_3 = 7 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 7 \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 5x_3 = 1 \\ -2x_1 + x_2 - 3x_3 = -4 \\ -4x_1 + 7x_2 - 2x_3 = -6 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 - 5x_2 + 2x_3 = -5 \\ 2x_1 + 4x_2 - 3x_3 = -10 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -5 \\ x_1 + 9x_2 - 4x_3 = -1 \\ 2x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 6 \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 4 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x_1 + 7x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 = 5 \\ -2x_1 + 5x_2 - 5x_3 = -4 \end{cases}$$

#### Задания № 11–20

Даны вершины  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  треугольника. Найти:

- 1) уравнение стороны  $AB$  и ее длину;
- 2) уравнение высоты, проведенной через вершину  $B$ , и ее длину;
- 3) уравнение медианы, проведенной через вершину  $C$ ;
- 4) внутренний угол  $A$ ;

5) сделать чертёж.

11. A(1,1), B(7,4), C(4,5);

12. (1,1), B(-5,4), C(-2,5);

13. A(-1,1), B(5,4), C(2,5);

14. A(-1,1), B(-7,4), C(-4,5);

15. A(1, -1), B(7,2), C(4,5);

16. A(1, -1), B(-5,2), C(-2,3);

17. A(-1, -1), B(5,2), C(2,3);

18. A(-1, -1), B(-7,2), C(-4,3);

19. A(0,1), B(6,4), C(3,5);

20. A(1,0), B(7,3), C(4,4).

### Задания № 21–30

Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья:

21. a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$ ;

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{5x^2}$ ;

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{3x}\right)^{4x}$ .

22. a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 6}{4 - x^2}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x + 9}{9x^3 + x - 6}$ ;

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 5x}{4x^2}$ ;

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{5x}\right)^{3x}$ .

23. a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 7x + 10}{8 - x^3}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 9}{3x^2 + x - 6}$ ;

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{5x^2}$ ;

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{5x}$ .

24. a)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^3 + 4x^2 + x - 4}{16 - x^2}$ ;

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x + 9}{5x^2 + x - 6}$ ;

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 2x}{4x^2};$$

$$25. a) \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^4 + 4x^3 + x + 4}{x^2 + 3x - 4};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 6x}{5x^2};$$

$$26. a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{8 - x^3};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 4x}{2x^2};$$

$$27. a) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{2x^2 + 3x + 1};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 6x}{x^3};$$

$$28. a) \lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x^3 + 6x^2 + x + 6};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 8x}{5x^2};$$

$$29. a) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x^2 + x + 2};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 6x}{4x};$$

$$30. a) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 4}{8 - x^3};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{5x}\right)^{5x}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - x + 9}{5x^2 + 2x - 6};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{2x}\right)^{5x+1}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - x + 9}{5x^3 + 2x - 6};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{4x}\right)^{4x+2}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 9}{5x^3 + 2x - 6};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x+1}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 9}{5x^3 + 3x - 5};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x+1}\right)^{5x+1}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x + 9}{5x^3 + 2x - 9};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+5}{4x+1}\right)^{5x+2}.$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 9}{5x^3 + 2x - 9};$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos 6x}{2x^2};$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x+3}{2x+1} \right)^{3x+1}$$

### Задания № 31–40

Найти производные следующих функций:

31	$a) y = \left( 3x^4 - \frac{4}{\sqrt[4]{x}} + 2 \right)^4$	$b) y = \frac{\operatorname{tg} x^3 + \ln 4x}{\sqrt{6x+1}}$
	$c) y = \arccos 2x + \sqrt{1-4x^2}$	$d) y = 2^{\operatorname{tg} x} + x \sin 2x$
32	$a) y = \left( 5x^2 + 4\sqrt[4]{x^5} + 3 \right)^3$	$b) y = \frac{\operatorname{ctg} x^3 + \ln 5x}{\sqrt{3x+1}}$
	$c) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1}$	$d) y = e^{3x} - 2x \operatorname{tg} 3x$
33	$a) y = \left( \frac{1}{4} x^8 + 8\sqrt[8]{x^3} - 1 \right)^3$	$b) y = \frac{2x^3 + \ln 5x}{e^{4x}}$
	$c) y = \arccos \sqrt{x^2+1}$	$d) y = 3^{\cos x} - x \sin 3x$
34	$a) y = \left( \frac{1}{5} x^5 - 3\sqrt[3]{x} - 4 \right)^4$	$b) y = \frac{3x^5 + \ln 4x}{e^{4x}}$
	$c) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x-1}$	$d) y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} 3x - 2^{x^2}$
35	$a) y = \left( 3x^8 + 5\sqrt[5]{x^2} - 3 \right)^5$	$b) y = \frac{5e^{4x} + \sin 5x}{\sqrt{2x+1}}$
	$c) y = \operatorname{arctg} \frac{2}{x-3}$	$d) y = 5^{\sqrt{x}} - x^2 \operatorname{tg} 2x$
36	$a) y = \left( 5x^4 - \frac{2}{x\sqrt{x}} + 3 \right)^4$	$b) y = \frac{\operatorname{ctg} x^3 + \ln 4x}{\sqrt{4x+1}}$
	$c) y = \arccos \sqrt{1-x}$	$d) y = 3^{\sqrt{x}} + \frac{3}{1 + \sin 3x}$
37	$a) y = \left( 7x^5 - 3\sqrt[3]{x^2} - 6 \right)^4$	$e) y = \frac{2x + \operatorname{tg} 3x}{e^{2x}}$
	$c) y = \arcsin 3x - \sqrt{1-9x^2}$	$d) y = 5^{\operatorname{ctg} x} - \sqrt{x} \cos 2x$



38	$a) y = \left( \frac{1}{4}x^4 + 8\sqrt[8]{x} - 1 \right)^3$	$b) y = \frac{2x^3 + \ln 5x}{2^{4x}}$
	$c) y = \operatorname{arcc} \operatorname{tg} \sqrt{5x + 1}$	$d) y = e^{\cos x} - x \operatorname{tg} 3x$
39	$a) y = \left( 4x^3 + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - 2 \right)^5$	$b) y = \frac{2x^2 + \operatorname{ctg} 3x}{e^{2x}}$
	$c) y = \operatorname{arcctg} \sqrt{x-1}$	$d) y = 2^{x^2+1} - x \sin 4x$
40	$a) y = \left( 8x^3 - \frac{9}{x^2} + 6 \right)^5$	$b) y = \frac{5x + \sin 5x}{e^{2x}}$
	$c) y = \arcsin \sqrt{1-x}$	$d) y = 3^{\sin x} - \sqrt[3]{x} \operatorname{tg} 3x$

### Задания № 41–50

Провести полное исследование функции и построить ее график:

$$41. y = \frac{12x}{9 - x^2};$$

$$46. y = \frac{5x}{4 - x^2};$$

$$42. y = \frac{4x}{18 - 9x^2};$$

$$47. y = \frac{2x}{1 - 4x^2};$$

$$43. y = \frac{3x - 2}{x^2 - 4};$$

$$48. y = \frac{3x}{9x^2 - 1};$$

$$44. y = \frac{x}{x^2 - 9};$$

$$49. y = \frac{3x}{4x^2 - 16};$$

$$45. y = \frac{3x}{x^2 - 1};$$

$$50. y = \frac{5x}{1 - x^2}.$$

### Задания № 51–60

Найти полный дифференциал функции  $z = f(x, y)$ .

$$51. f(x, y) = xy^3 - 2x^3y + 2y^4$$

$$52. f(x, y) = 3x + 2y^2 - 5x^2y^2$$

$$53. f(x, y) = x^4 - 6xy^2 - 7y^3$$

$$54. f(x, y) = 2x^2y - 8xy^2 + x^3 + y^3$$

$$55. f(x, y) = x^3 + 5xy^3 + 3x^3y$$

$$56. f(x, y) = 3x^2y^2 - 4xy^3 - 7x^3y$$

$$57. f(x, y) = 4x^5 - 3x^2y^3 + 6y^5$$

$$58. f(x, y) = 2xy^3 - 4x^3y - y^4$$

$$59. f(x, y) = x^3y - 3xy^3 + 5x^3y^2$$

$$60. f(x, y) = 7x - 3y + 5x^3y^2$$

### Контрольная работа № 2

#### Задание № 1

Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

$$1. \text{ а) } \int \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx ;$$

$$\text{б) } \int \frac{\operatorname{arctg}^2 2x}{1+4x^2} dx ;$$

$$\text{в) } \int x \cos 2x dx ;$$

$$\text{г) } \int \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx.$$

$$2. \text{ а) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^4}} ;$$

$$\text{б) } \int \frac{\ln(x+3)}{x+3} dx ;$$

$$\text{в) } \int x \sin 4x dx ;$$

$$\text{г) } \int \frac{x^3 + 1}{x^2 - 3x + 2} dx.$$

$$3. \text{ а) } \int \frac{x^2 dx}{1+x^6} ;$$

$$\text{б) } \int e^{\sin 3x} \cos 3x dx ;$$

$$\text{в) } \int \frac{\ln x}{x^3} dx ;$$

$$\text{г) } \int \frac{x^3 - 2}{x^2 - 5x + 6} dx .$$

$$4. \text{ а) } \int e^{-x^4} x^3 dx ;$$

$$\text{б) } \int \frac{5x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}} ;$$

$$\text{в) } \int x^4 \ln x dx ;$$

$$\text{г) } \int \frac{x^3 + 2}{x^2 - x - 2} dx.$$

$$5. \text{ a) } \int \sqrt[5]{4-5 \sin 2x} \cos 2x dx ; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x \ln^2 x} ;$$

$$\text{в) } \int x e^{2x} dx ; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 + 3}{x^2 + x - 6} dx .$$

$$6. \text{ a) } \int \operatorname{ctg} 5x dx ; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x \sqrt{1 - \ln^2 x}} ;$$

$$\text{в) } \int x e^{3x} dx ; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 - 3}{x^2 + 3x + 2} dx .$$

$$7. \text{ a) } \int \frac{\sqrt{1 - \ln x}}{x} dx ; \quad \text{б) } \int \sqrt[3]{2 - 3 \cos 5x} \sin 5x dx ;$$

$$\text{в) } \int x \operatorname{arctg} 2x dx ; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 + 4}{x^2 - 4x + 3} dx .$$

$$8. \text{ a) } \int \frac{4x^3 + \cos x}{x^4 + \sin x} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)} ;$$

$$\text{в) } \int x e^{-x/2} dx ; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 + 5}{x^2 - 2x - 3} dx .$$

$$9. \text{ a) } \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1 - x^8}} ; \quad \text{б) } \int \frac{e^{2x} dx}{(1 + e^{2x})^2} ;$$

$$\text{в) } \int x \sin 3x dx ; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 - 4}{x^2 - x - 6} dx .$$

$$10. \text{ a) } \int \frac{e^{\operatorname{ctg} 2x}}{\sin^2 2x} dx ; \quad \text{б) } \int \frac{\sqrt{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx ;$$

$$\text{в) } \int \sqrt[3]{x} \ln x dx ; \quad \text{г) } \int \frac{x^3 - 5}{x^2 - 6x + 5} dx .$$

## Задание № 2

Вычислить по формуле Ньютона - Лейбница определенный интеграл

$$\int_a^b f(x) dx$$

1.  $\int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx$ . 2.  $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}}$ . 3.  $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$ .

4.  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$ . 5.  $\int_0^1 \frac{x dx}{1+x^4}$ . 6.  $\int_1^3 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ .

7.  $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ . 8.  $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ . 9.  $\int_1^8 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x^2}}$ .

10.  $\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$ .

## Задания № 3

Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = ax^2 + bx + c$  и прямой  $y = kx + l$ . Сделать чертеж.

1.  $y = -x^2 + 4x - 1$ ;  $y = -x - 1$ .

2.  $y = x^2 - 6x + 7$ ;  $y = x + 1$ .

3.  $y = -x^2 + 6x - 5$ ;  $y = x - 5$ .

4.  $y = x^2 - 6x + 7$ ;  $y = -x + 7$ .

5.  $y = -x^2 + 6x - 5$ ;  $y = -x + 1$ .

6.  $y = x^2 + 6x + 7$ ;  $y = x + 7$ .

7.  $y = -x^2 - 6x - 5$ ;  $y = x + 1$ .

8.  $y = x^2 + 6x + 7$ ;  $y = -x + 1$ .

9.  $y = -x^2 - 6x - 5$ ;  $y = -x - 5$ .

10.  $y = x^2 - 4x + 1$ ;  $y = x + 1$ .

**Задача № 4**

Найти общее решение дифференциального уравнения  $a(x)y' + b(x)y = f(x)$  и частное решение, удовлетворяющее начальному условию  $y = y_0$  при  $x = x_0$ .

1.  $y' - 4xy = x$ ;  $y_0 = \frac{3}{4}$ ,  $x_0 = 0$ .

2.  $y' - y \sin x = e^{-\cos x} \sin 2x$ ;  $y_0 = 3$ ,  $x_0 = \frac{\pi}{2}$ .

3.  $y' - 2xy = 2xe^{-x^2}$ ;  $y_0 = 5$ ,  $x_0 = 0$ .

4.  $y' + y = \frac{e^{-x}}{1+x^2}$ ;  $y_0 = 2$ ,  $x_0 = 0$ .

5.  $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$ ;  $y_0 = 5$ ,  $x_0 = -2$ .

6.  $xy' - 3y = x^4 e^x$ ;  $y_0 = e$ ,  $x_0 = 1$ .

7.  $xy' + 2y = \frac{1}{x}$ ;  $y_0 = 1$ ,  $x_0 = 3$ .

8.  $xy' + y = \frac{2x}{1+x^2}$ ;  $y_0 = 0$ ,  $x_0 = 1$ .

9.  $y' \cos x - 2y \sin x = 2$ ;  $y_0 = 3$ ,  $x_0 = 0$ .

10.  $y' \cos x - y \sin x = 1$ ;  $y_0 = 2$ ,  $x_0 = 0$

**Задача № 5**

Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + py' + qy = f(x)$  и частное решение, удовлетворяющее начальным условиям  $y = y_0$ ,  $y' = y'_0$  при  $x = x_0$ .

1.  $y'' + 4y' + 4y = 2e^x$ ;  $y_0 = -2$ ,  $y'_0 = -2$ .

2.  $y'' - 5y' + 6y = 2 \cos x$ ;  $y_0 = 3$ ,  $y'_0 = \frac{1}{2}$ .

3.  $y'' - 2y' + 5y = x^2 + 1$ ;  $y_0 = -3$ ,  $y'_0 = -\frac{1}{5}$ .

4.  $y'' + 2y' - 8y = 3 \sin x$ ;  $y_0 = -1$ ,  $y'_0 = -\frac{3}{2}$ .

5.  $y'' - 6y' + 9y = \cos 2x$ ;  $y_0 = 1$ ,  $y'_0 = \frac{1}{3}$ .

6.  $y'' - 4y' + 5y = 2e^{3x}$ ;  $y_0 = 2$ ,  $y'_0 = -\frac{3}{4}$ .

7.  $y'' - 4y' + 3y = 3e^{2x}$ ;  $y_0 = 2$ ,  $y'_0 = -1$ .

8.  $y'' - 4y' + 4y = -x^2 + 3x$ ;  $y_0 = 3$ ,  $y'_0 = \frac{4}{3}$ .

9.  $y'' + 2y' + 10y = -\sin 2x$ ;  $y_0 = 0$ ,  $y'_0 = \frac{3}{4}$ .

10.  $y'' + y' - 6y = x^2 - 1$ ;  $y_0 = 0$ ,  $y'_0 = 1$ .

### Задания № 6

Написать три первых члена степенного ряда по заданному общему члену  $a_n x^n$ ; найти интервал сходимости ряда и исследовать его сходимость на концах этого интервала.

1.  $\frac{nx^n}{2^n}$ .
2.  $\frac{2^n x^n}{6^n + 3^n}$ .
3.  $\frac{(n+1)x^n}{3^n(n+2)}$ .
4.  $\frac{2^n x^n}{3^n + 7^n}$ .
5.  $\frac{3^n x^n}{\sqrt{n}}$ .
6.  $\frac{nx^n}{5^n(n+1)}$ .
7.  $\frac{5^n x^n}{3^n + 4^n}$ .
8.  $\frac{7^n x^n}{6^n \sqrt[3]{n}}$ .
9.  $\frac{7^n x^n}{5^n + 3^n}$ .
10.  $\frac{5^n \sqrt{n} x^n}{4^n}$ .

### Задания №7

1. Выразить определенный интеграл  $\int_0^b \frac{\sin kx}{x} dx$  в виде сходящегося ряда, используя ряд Маклорена для подынтегральной функции. Найти приближенное значение этого интеграла с точностью до 0,001.

1.  $b = 0,2$ ,  $k = 5$ .
2.  $b = 0,8$ ,  $k = 1,25$ .
3.  $b = 0,4$ ,  $k = 2,5$ .
4.  $b = 0,25$ ,  $k = 4$ .
5.  $b = 0,5$ ,  $k = 2$ .

6-10. Выразить определенный интеграл  $\int_0^b e^{-kx^2} dx$  в виде сходящегося ряда, используя ряд Маклорена для подынтегральной функции. Найти приближенное значение этого интеграла с точностью до 0,001.

6.  $b = 0,4$ ,  $k = 2,2$ .
7.  $b = 0,6$ ,  $k = 0,4$ .
8.  $b = 0,5$ ,  $k = 0,9$ .
9.  $b = 0,4$ ,  $k = 1,7$ .
10.  $b = 0,6$ ,  $k = 0,7$ .

### Контрольная работа №3

#### Задание 1.

В городе имеется  $N$  оптовых баз (таблица 1). Вероятность того, что товар требуемого сорта отсутствует на этих базах, одинакова и равна  $p$ . Составить закон распределения числа баз, на которых искомый товар отсутствует в данный момент. Построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение числа баз, на которых товар отсутствует.

Таблица 1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$N$	3	4	3	2	4	3	4	3	3	4
$p$	0,2	0,25	0,1	0,2	0,1	0,2	0,3	0,11	0,12	0,3

#### Задание 2

1. В каждой из двух урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется черным.
2. В каждой из двух урн содержится 8 черных и 2 белых шара. Из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в первую. Найти вероятность того, что шар, извлеченный из первой урны, окажется черным.
3. Три стрелка произвели залп по цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,7; для второго и третьего эти вероятности соответственно равны 0,8 и 0,9. Найти вероятности того, что: 1) только один из стрелков поразит цель; 2) только два стрелка поразят цель; 3) все три стрелка поразят цель.
4. Студент знает 40 из 50 вопросов программы. Найти вероятность того, что студент знает 2 вопроса, содержащиеся в его экзаменационном билете.
5. Две команды по 20 спортсменов производят жеребьевку для присвоения номеров участникам соревнований. Два брата входят в состав различных команд. Найти вероятность того, что братья будут участвовать в соревновании под одним и тем же номером 18.
6. Вероятность хотя бы одного попадания при двух выстрелах равна 0,99. Найти вероятность четырех попаданий при пяти выстрелах.
7. От аэропорта отправились 2 автобуса-экспресса к трапам самолетов. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса в аэропорт равна 0,95. Найти вероятность того, что: 1) оба автобуса придут вовремя; 2) оба

- автобуса опоздают; 3) только один автобус прибудет вовремя; 4) хотя бы один автобус прибудет вовремя.
8. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что событие наступит 60 раз в 100 испытаниях
  9. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,2. Найти вероятность того, что в 100 испытаниях событие появится не менее 20 раз и не более 30.
  10. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,8. Сколько нужно произвести испытаний, чтобы с вероятностью 0,95 можно было ожидать отклонение относительной частоты появления события от его вероятности не более чем на 0,04.

### Задание 3

3.1. Дискретная случайная величина  $X$  может принимать только два значения:  $x_1$  и  $x_2$ , причем  $x_1 < x_2$ . Известны вероятность  $p_1$  возможного значения  $x_1$ , математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсия  $D(X)$ . Найти закон распределения этой случайной величины. Исходные данные приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
$P_1$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9	0,9	0,8	0,6	0,4	0,2
$M(X)$	3,9	3,7	3,5	3,3	3,1	2,2	3,2	3,4	3,5	3,8
$D(X)$	0,09	0,21	0,25	0,21	0,09	0,36	0,16	0,24	0,24	0,16

3.2. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Требуется найти: 1) дифференциальную функцию  $f(x)$  (плотность вероятности); 2) математическое ожидание и дисперсию  $X$ ; 3) построить графики интегральной и дифференциальной функций.

$$1. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{100} & \text{при } 0 < x \leq 10 \\ 1 & \text{при } x > 10 \end{cases}$$

$$2. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{81} & \text{при } 0 < x \leq 9 \\ 1 & \text{при } x > 9 \end{cases}$$



$$3. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{64} & \text{при } 0 < x \leq 8 \\ 1 & \text{при } x > 8 \end{cases}$$

$$7. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 < x \leq 4 \\ 1 & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

$$4. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{49} & \text{при } 0 < x \leq 7 \\ 1 & \text{при } x > 7 \end{cases}$$

$$8. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3 \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

$$5. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{36} & \text{при } 0 < x \leq 6 \\ 1 & \text{при } x > 10 \end{cases}$$

$$9. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{при } x > 1 \end{cases}$$

$$6. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5 \\ 1 & \text{при } x > 5 \end{cases}$$

$$10. F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{4} & \text{при } 0 < x \leq 2 \\ 1 & \text{при } x > 2 \end{cases}$$

#### Задание 4

Заданы среднее квадратичное отклонение  $\sigma$  нормально распределенной случайной величины  $X$ , выборочная средняя  $\bar{x}$ , объем выборки  $n$ . Найти доверительный интервал для оценки неизвестного математического ожидания  $a$  с заданной надежностью  $\gamma=0,95$ . Исходные данные приведены в таблице 3.

Таблица 3

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 (0)
$\sigma$	10	9	8	7	6	10	9	8	7	6
$\bar{x}$	18,2	18,3	18,4	18,5	18,6	18,7	18,8	18,9	20,0	20,1
	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$n$	16	49	36	100	81	25	16	49	36	64

#### 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ПОДГОТОВКЕ И СДАЧЕ ЭКЗАМЕНА

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме экзамена. К экзамену допускаются студенты, получившие положительную оценку по результатам практических занятий. Перечень вопросов для подготовки к экзамену приведен ниже.

#### ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ (ЭКЗАМЕН) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Первый семестр

1. Виды матриц.
2. Определители второго и третьего порядков и их свойства. Миноры. Алгебраические дополнения.
3. Понятие системы линейных уравнений. Решение системы. Матричная форма записи системы линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений методом Крамера.
5. Матрицы, действия над матрицами. Ранг матрицы. Обратная матрица.
6. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
7. Матричный метод решения системы линейных уравнений.
8. Понятие базиса. Расположение вектора по данному базису.
9. Сложение и вычитание векторов.
10. Скалярное произведение векторов.
11. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов.
12. Расстояние между двумя точками. Деление отрезков в данном отношении.
13. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.
14. Уравнение прямой, проходящей через две точки на плоскости.
15. Уравнение прямой, проходящей через точку с заданным угловым коэффициентом.
16. Уравнения прямой в пространстве.
17. Уравнения плоскости в пространстве.
18. Переменные величины. Область определения. Понятие функции. Способы задания и область существования функции.
19. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
20. Предел переменной величины. Теорема о пределах.
21. Бесконечно малые и большие величины и их свойства.
22. Первый и второй замечательные пределы.

23. Понятие непрерывности. Точки разрыва. Вертикальные и наклонные асимптоты.
24. Определение производной. Геометрический смысл производной.
25. Правила дифференцирования. Таблица производных.
26. Производные сложной и обратной функций.
27. Производные неявно и параметрически заданных функций.
28. Понятие дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
29. Признаки возрастания и убывания функций. Наибольшие и наименьшие значения функции на заданном отрезке, интервале.
30. Экстремум функции, его необходимое и достаточные условия.
31. Выпуклость и вогнутость графиков функций и их признаки.

## Второй семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл. Геометрическая интерпретация неопределенного интеграла. Основные свойства неопределенного интеграла.
2. Метод непосредственного интегрирования. Интегрирование по частям. Метод замены переменной при интегрировании.
3. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен.
4. Интегрирование тригонометрических функций.
5. Интегрирование рациональных и иррациональных функций.
6. Определение определенного интеграла и его геометрический смысл.
7. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона - Лейбница.
8. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
9. Определение и геометрический смысл функций двух переменных. Область определения, предел, непрерывность функции двух переменных.
10. Частные производные первого порядка и дифференциал функций двух переменных.
11. Частные производные второго порядка.
12. Экстремум функций двух переменных, его необходимое и достаточное условие.
13. Условный экстремум функции нескольких переменных.
14. Понятие дифференциального уравнения. Порядок дифференциального уравнения.

15. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
16. Однородное дифференциальное уравнение.
17. Линейное дифференциальное уравнение.
18. Линейное однородное и неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
19. Определение числового ряда. Общий член ряда.
20. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Необходимый признак сходимости ряда.
21. Достаточные признаки сходимости ряда. Основные свойства сходящихся рядов.
22. Ряд геометрической прогрессии. Гармонический ряд.
23. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
24. Степенной ряд. Радиус сходимости. Область сходимости.

### Третий семестр

1. Случайные события. Невозможные и достоверные события. Совместные и несовместные события. Полная группа событий.
2. Теоремы умножения и сложения случайных событий.
3. Частота случайного события. Статистическая вероятность.
4. Классическое определение вероятности. Геометрический способ нахождения вероятности.
5. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теорема умножения зависимых и независимых событий.
6. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
7. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
8. Понятие случайной величины и ее закон распределения. Виды случайных величин.
9. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
10. Плотность распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
11. Дискретные случайные величины и их характеристики.
12. Непрерывные случайные величины и их характеристики.
13. Вероятность попадания случайной непрерывной величины в заданный интервал.
14. Основные законы распределения случайных величин (биномиальный закон распределения, распределение Пуассона, показательный закон распределения).

15. Нормальное распределение. Характеристики нормального распределения.
16. Системы случайных величин и закон их распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства.
17. Корреляционный момент и коэффициент корреляции. Функция регрессии.
18. Выборочный метод. Числовые характеристики выборки. Статистическое распределение выборки. Полигон частот и гистограмма.
19. Интервальные оценки нормального распределения.
20. Доверительная вероятность и доверительный интервал.
21. Обработка и анализ статистических данных.

## ТИПОВЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### Первый семестр

1. Найти обратную матрицу для данной матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ .
2. Вершины тетраэдра  $A(2,3,1)$ ,  $B(4,1,-2)$ ,  $C(6,3,7)$ ,  $D(-1,4,3)$ . Найти длину высоты, опущенной с вершины  $D$ .
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(5,7,-1)$  перпендикулярно прямой  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-2}$ .
4. Определить угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j}$  и  $\vec{b} = -2\vec{i} + \vec{k}$ .
5. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-1,3)$  параллельно прямой  $4x - 2y + 3 = 0$ .
6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(1,-2,4)$ ,  $B(-1,0,3)$ ,  $C(-5,2,7)$ .
7. Найти производную функции:

$$y = 3 + 3x - x^3 + 3^x - \frac{1}{3x} + \frac{x\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}; \quad \ln y - y + 2x = 0; \quad y = \sqrt[3]{x}; \quad y = \operatorname{arctg} \sqrt{x-1};$$

$$y = \sqrt{x} \operatorname{ctg} 3x - 2^{x^2};$$

$$y = \frac{3}{\left(1 + \cos \frac{x}{3}\right)^2}.$$

8. Найти производную второго порядка.

$$y = e^{-x^2}.$$

9. Найти дифференциал функции:

$$y = \frac{\ln 5x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

10. Найти  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для заданной функции:  $x = 3\cos t, y = 4\sin^2 t$ .

11. Найти предел:  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}$ .

12. Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = 3\sqrt[3]{x^2} - 6\sqrt[3]{x} + 4x - 8 \text{ на отрезке } [-1; 8].$$

13. Найти предел последовательности:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n + 1}{2n} \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$$

14. Найти предел функций:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}; \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^x$ ;

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin 3x}{\sin 4x}.$$

15. Вычислить с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left( \ln \frac{1}{x} \right)^x.$$

16. Найти участки возрастания функции и точки минимума:  $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$ .

17. Найти участки убывания функции и точки максимума:  $y = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - 4}$ .

18. Найти точки перегиба:  $y = \frac{3x}{x^2 - 4}$ .

19. Найти асимптоты и построить график функции.

$$y = \frac{x^2 + 16}{\sqrt{9x^2 - 8}}$$

Второй семестр

1. Вычислить неопределенный интеграл:

$$\int \frac{\sqrt{x} - \ln x}{x} dx, \int 2x \sin 8x dx, \int \frac{dx}{1 + \sin x}, \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+2}}.$$

2. Вычислить определенный интеграл:  $\int_1^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx$ ,  $\int_3^4 \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ ,  $\int_1^5 \frac{x}{\sqrt{4x + 5}} dx$ .
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 0$ .
4. Найти длину дуги кривой  $y = \frac{x^2}{2} - 1$ , отсечённой осью ОХ.
5. Вычислить площадь фигуры, ограниченной параболой  $y = -x^2 + 4x - 1$  и прямой  $y = -x - 1$ . Сделать чертеж.
6. Определить объём тела, образованного вращением фигуры  $\begin{cases} y = e^x, \\ x = 0, y = 0. \end{cases}$  вокруг ОХ.
7. Определить промежуток сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n x^n}{n^2}$ .
8. Исследовать на сходимость ряд  $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} + \dots$ .
9. Найти частное решение дифференциального уравнения  $y'' - 5y' + 6y = 6x^2$ , если  $x=1$ ,  $y=1$ ,  $y' = 1$ .
10. Найти общее решение уравнения  $y'' + 4y' - 5y = 2 \sin x$ .
11. Найти общее решение уравнений:  $\frac{dy}{dx} + y \cos x = e^{-\sin x}$ ;  $y - xy' = y \ln \frac{x}{y}$  ;
- $\frac{dy}{dx} = \frac{y + \sqrt{x^2 - y^2}}{x}$  ;  $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$ .

### Третий семестр

1. Вероятность правильного оформления накладной при передаче продукции равна 0,8. Найти вероятность того, что из трёх накладных только две оформлены правильно.
2. Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый рабочий изготовил 40 изделий, второй – 35, третий – 25. Вероятность брака у первого рабочего 0,03, у второго – 0,02, у третьего – 0,01. Взятое наугад изделие оказалось бракованным. Определить вероятность того, что это изделие сделал второй рабочий.
3. На двух станках производятся одинаковые детали. Вероятность того, что деталь, произведенная первым станком, будет стандартной, равна 0,95, а вторым – 0,85. Производительность первого станка вдвое больше, чем

производительность второго. Найти вероятность того, что деталь, взятая наудачу с транспортера, на который сбрасываются детали с обоих станков, будет нестандартной.

4. При изготовлении радиоламп в среднем бывает 12% брака. Найти вероятность того, что из 400 ламп число годных окажется равным 360. Вероятность наступления событий в каждом отдельном испытании равна 0,4. Сколько можно произвести испытаний, чтобы с вероятностью, равной 0,95, можно было бы ожидать отклонения относительной частоты от вероятности не более чем на 0,04?

5. Производство дает в среднем 6% брака. На испытание взято 10 изделий. Какова вероятность того, что среди них нет ни одного бракованного?

6. Из 60 вопросов программы студент знает 50. Билет содержит 2 вопроса. Какова вероятность того, что вынутый наудачу билет содержит вопросы, известные студенту?

7. Дискретная случайная величина задана законом распределения:

X	11.3	11.6	12.4	13.2
P	0.5	0.1	0.2	0.2

Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $G(X)$ . Построить график  $F(X)$ .

8. Непрерывная случайная величина задана интегральной функцией распределения

$$F(X) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ \frac{x}{5} & 0 < x \leq 5 \\ 1 & x > 5 \end{cases}$$

Найти дифференциальную функцию  $f(x)$ .

Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $G(X)$ . Найти  $P(0 < x < 2)$ . Построить график  $F(X)$  и  $f(X)$ .

9. Случайная величина  $X$  задана плотностью распределения

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 0, \\ \cos x, & \text{если } 0 < x < \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

графики.



## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Самостоятельная работа студентов. В период обучения студенты должны самостоятельно контролировать усвоение материала лекций, разделов программы, выносимых на самостоятельную проработку, а также предполагается самостоятельная подготовка к практическим занятиям, выполнение домашних и расчетно-графических заданий, а также подготовка к экзамену.

В ходе самостоятельной подготовки студентов необходимо не только воспользоваться литературой, рекомендованной преподавателем, но и проявить самостоятельность в отыскании новых источников, интересных фактов, статистических данных, связанных с изучаемой проблематикой.

Контроль качества самостоятельной работы может осуществляться с помощью устного опроса и небольших контрольных работ на практических занятиях.

### **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В учебно-методическом пособии по изучению дисциплины «Математика» дан тематический план лекционных занятий, включающий рекомендуемую литературу и вопросы для закрепления теоретического материала. Сформирован тематический план практических занятий и представлены типовые задания для них. Сформулированы задания контрольной работы для студентов заочной формы обучения.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

### Основная литература

1. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник / под ред. В. И. Ермакова. - Москва: ИНФРА-М, 2008. - 656 с.
2. Пискунов, Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления для вузов / Н. С. Пискунов. - Т. 1, 2. - Москва: Интеграл-Пресс, 2001.
3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 12-е изд. - Москва: Юрайт, 2014. - 478 с.
4. Красс, М. С. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учеб. / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов; Акад. нар. хоз-ва при Правительстве Российской Федерации. - 6-е изд., испр. - Москва: Дело, 2008. - 720 с.

### Дополнительная литература

5. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие / Д. В. Беклемишев [и др.]. - 3-е изд., испр. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. - 495 с.
6. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2014. - 404 с.
7. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - Москва: АСТ: Мир и Образование; Минск: Харвест, 2014. - 815 с.
8. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: учеб. / Н. В. Ефимов. - 13-е изд., стер. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 240 с.
9. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие / Д. В. Клетеник; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Профессия, 2005. - 199 с.
10. Веницкая, Ж. И. Теория вероятностей и математическая статистика: сб. задач для студ. вузов эконом. спец. / Ж. И. Веницкая, Т. А. Кутузова; КГТУ. - Калининград: КГТУ, 2004. - 21 с.

Пример оформления титульного листа контрольной работы

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО РЫБОЛОВСТВУ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ  
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

Институт \_\_\_\_\_  
Кафедра \_\_\_\_\_

Контрольная работа  
допущена к защите:  
должность (звание), ученая степень  
\_\_\_\_\_ Фамилия И.О.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_\_ г.

Контрольная работа  
защищена  
должность (звание), ученая степень  
\_\_\_\_\_ Фамилия И.О.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_\_ г.

Контрольная работа № \_\_\_\_  
по дисциплине  
« \_\_\_\_\_ »

Шифр студента \_\_\_\_\_  
Вариант № \_\_\_\_\_

Работу выполнил:  
студент гр. \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ Фамилия И.О.  
«\_\_» \_\_\_\_\_ 202\_\_ г.

Калининград - 20\_\_

Локальный электронный методический материал

Галина Иосифовна Лещинская

МАТЕМАТИКА

*Редактор М. А. Дмитриева*

Уч.-изд. л. 2,7. Печ. л. 3,8.

Издательство федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Калининградский государственный технический университет».  
236022, Калининград, Советский проспект, 1