

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Н. А. Елисеева

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов по направлению подготовки
09.03.01 – Информатика и вычислительная техника

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2023

Рецензент:

кандидат физико-математических наук, исполняющий обязанности
заведующего кафедрой прикладной математики и информационных технологий
ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет»
Алексей Иванович Руденко

Елисеева, Н. А. Аналитическая геометрия : учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов по направлению подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника / **Н. А. Елисеева.** – Калининград : Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 19 с.

В учебно-методическом пособии приведен тематический план изучения дисциплины. Представлены методические указания по изучению дисциплины. Даны рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации и по выполнению самостоятельной работы. Пособие подготовлено в соответствии с требованиями утвержденной рабочей программы физико-математического модуля по дисциплине «Аналитическая геометрия» направления подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника.

Табл. 1, список лит. – 10 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий Института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 26.01.2022, протокол № 1.

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИЦТ от 17.02.2023, протокол № 1.

© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Калининградский государственный технический
университет», 2023 г.
© Елисеева Н. А., 2023 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН.....	5
1.1. Тематический план для студентов очной формы обучения.....	5
1.2. Тематический план для студентов заочной формы обучения.....	6
2. СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	6
Раздел 1. Векторная алгебра.....	6
Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости	9
Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве	12
3. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	17
3.1. Текущая аттестация.....	17
3.2. Условия получения положительной оценки	17
ЛИТЕРАТУРА	19

ВВЕДЕНИЕ

Данное учебно-методическое пособие предназначено для студентов направления подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника, изучающих дисциплину «Аналитическая геометрия».

Целью освоения дисциплины «Аналитическая геометрия» является формирование у студентов знаний, умений и навыков анализа, моделирования и решения теоретических и практических задач с широким использованием основных законов и методов алгебры и геометрии; формирование у студентов способности использования основ математики в части аналитической геометрии в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины студент должен:

- знать постановку классических задач аналитической геометрии; возможности координатного метода для изучения свойств пространства, а также плоских и пространственных фигур; правила действий с векторами, основные операции над ними и действия с векторами в координатах; основные формулы аналитической геометрии для нахождения длин, углов, площадей, объемов; виды линий на плоскости, линий и поверхностей в пространстве; особенности уравнений линий и поверхностей важнейших типов; классификацию линий 2-го порядка и поверхностей 2-го порядка; основные свойства преобразований плоскости и пространства и их координатное представление;

- уметь использовать аппарат векторной алгебры для решения геометрических задач; доказывать основные формулы аналитической геометрии на плоскости и в пространстве и применять их при решении практических задач; исследовать важнейшие свойства геометрических фигур 1-го и 2-го порядка; строить линии 1-го и 2-го порядка по их уравнениям; устанавливать типы важнейших линий на плоскости, а также линий и поверхностей в пространстве по их уравнениям; формулировать результат, доказывать результат, видеть следствия полученного результата; представлять публично полученные результаты;

- владеть понятийным и формальным математическим аппаратом аналитической геометрии; методами решения стандартных задач аналитической геометрии, связанных с длинами, площадями, объемами, а также с важнейшими свойствами и взаимным расположением линий и поверхностей 1-го и 2-го порядка.

При изучении дисциплины «Аналитическая геометрия» используются знания, умения и навыки довузовской подготовки по математике (умение проводить алгебраические преобразования, решать уравнения и неравенства, знание основных тригонометрических формул, умение проводить тригонометрические преобразования и решать тригонометрические уравнения и неравенства, понимание функции, графика функции и основных ее свойств,

знание графиков и свойств основных элементарных функций), а также знания, умения и навыки, полученными студентами при освоении дисциплин «Линейная алгебра и теория матриц», «Математический анализ».

В предлагаемом пособии представлен тематический план, содержащий перечень изучаемых тем, обязательных практических занятий, мероприятий текущей аттестации и отводимое на них аудиторное время (занятия в соответствии с расписанием) и самостоятельную работу. При формировании личного образовательного плана на семестр обучающемуся следует оценивать рекомендуемое время на изучение дисциплины и возможность больших временных затрат на выполнение отдельных заданий или проработку отдельных тем.

В разделе «Содержание дисциплины» приведены подробные сведения о вопросах, рассматриваемых в данном курсе. Представлены методические рекомендации преподавателя для самостоятельной работы студента. Каждая тема включает ссылку на литературу (или иной информационный ресурс), а также контрольные вопросы для самопроверки.

Раздел «Текущая аттестация» содержит описание обязательных мероприятий, контроля, самостоятельной работы и усвоения разделов или отдельных тем дисциплины. Изложены требования к промежуточной аттестации по дисциплине – дифференцированному зачету.

Помимо данного пособия, студентам следует использовать материалы, размещенные в соответствующем данной дисциплине разделе ЭИОС [7], в который более оперативно вносятся изменения для адаптации дисциплины под конкретную группу.

1. ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

1.1. Тематический план для студентов очной формы обучения

Форма промежуточной аттестации по дисциплине для очной формы обучения – дифференцированный зачет (2 семестр).

Таблица 1 Трудоемкость освоения по очной форме обучения

№ п/п	Раздел (модуль) дисциплины	Контактная работа с преподавателем			СРС
		ЛК	ПЗ	ЭИОС	
1.	Векторная алгебра	2	6	-	10
2.	Аналитическая геометрия на плоскости	2	4	-	10
3.	Аналитическая геометрия в пространстве	3	5	2	27,4
	Итого	7	15	2	47,4

1.2. Тематический план для студентов заочной формы обучения

Заочная форма обучения не предусмотрена.

2. СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Структура дисциплины представлена тремя тематическими разделами.

Раздел 1. Векторная алгебра

Тема 2.1 Векторы

Перечень изучаемых вопросов

Векторы, основные понятия. Линейные операции над векторами и их свойства. Проекция вектора на ось, свойства. Декартовы координаты вектора на плоскости и в пространстве. Направляющие косинусы вектора. Линейные операции над векторами в координатах. Условия коллинеарности и компланарности векторов. Координаты точки. Задача о делении отрезка в данном соотношении.

Методические указания

Векторная алгебра – это раздел, в котором изучаются векторы, линейные операции над векторами (сложение векторов и умножение вектора на число) и различные произведения векторов (скалярное, векторное, смешанное). Вектор является фундаментальным понятием курсов линейной алгебры, линейного программирования и многих других математических дисциплин; без него невозможно представить современное изложение механики, теории относительности, теоретической физики.

По итогам изучения этой темы обучающиеся должны знать: определение вектора (геометрического и свободного) и основные понятия, связанные с ним; линейные операции над векторами и их свойства. Следует обратить внимание, что такие операции уже встречались ранее, например, в арифметике, теории матриц. В каждом конкретном случае они определялись по-своему, в соответствии со спецификой тех множеств, для которых они рассматриваются (числа, матрицы). Но свойства этих операций одинаковы. Именно эта общность и сближает их. При решении задач студенту следует учесть особенности применяемой терминологии.

Важной составляющей математического аппарата векторной алгебры является разложение вектора по базису, что позволяет сводить действия над векторами к соответствующим операциям над их координатами. Подобный подход оказывается весьма продуктивным и широко применяется для решения задач линейной алгебры, теории дифференциальных уравнений и

математического анализа. В рамках этой темы студент должен научиться: вычислять длину вектора и направляющие косинусы; выполнять действия над векторами, заданными координатами; проверять коллинеарность (сонаправленность) и компланарность векторов по их координатам; определять орт вектора; раскладывать вектор по базису, определять координаты точки, делящей отрезок в заданном отношении.

Перед изучением темы студенту нужно повторить вычисление определителей и методы решения систем линейных уравнений.

Контрольные вопросы

1. Определение геометрического вектора.
2. Определения коллинеарных и компланарных векторов.
3. Определения сонаправленных и противоположно направленных векторов.
4. Определение орта вектора.
5. Определение равных векторов.
6. Определение свободного вектора.
7. Операция сложения векторов: правило треугольника и правило параллелограмма. Свойства операции сложения.
8. Правило сложения n векторов.
9. Операция умножения вектора на число, свойства.
10. Определение разности двух векторов.
11. Определение проекции вектора на ось.
12. Теорема о нахождении проекции вектора на ось по известной длине вектора и углу между вектором и осью.
13. Свойства проекций векторов на ось.
14. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Разложение вектора по координатному базису. Координаты вектора.
15. Направляющие косинусы вектора.
16. Действия над векторами в координатах.
17. Критерий коллинеарности векторов в координатах.
18. Критерий компланарности векторов в координатах.
19. Радиус-вектор точки. Связь координат вектора с координатами его начала и конца.
20. Задача о делении отрезка в данном соотношении.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 2, параграфы 2.1–2.3 пособия [10].

Тема 2.2 Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов

Перечень изучаемых вопросов

Определение скалярного произведения векторов и его свойства. Координатное представление скалярного произведения. Геометрический и физический смысл скалярного произведения. Определение векторного произведения и его свойства. Координатное представление векторного произведения. Геометрический и физический смысл векторного произведения. Определение смешанного произведения векторов и его свойства. Координатное представление смешанного произведения. Геометрический смысл смешанного произведения.

Методические указания

Тема «Скалярное произведение векторов» изучается в рамках школьной программы по геометрии, поэтому, как правило, не вызывает затруднений у обучающихся. Однако перед изучением векторного и смешанного произведений полезно повторить эту тему и разобрать ряд задач, которые ранее не встречались в школе. Студент должен уметь вычислять: скалярное произведение векторов по определению и применять его свойства; скалярное произведение векторов, заданных координатами; угол между векторами; проекцию вектора на вектор, используя скалярное произведение векторов; а также проверять перпендикулярность векторов; применять скалярное произведение при решении физических задач.

Перед изучением темы «Векторное и смешанное произведения векторов» студенту рекомендуется вспомнить правила вычисления определителей второго и третьего порядков, теорему о разложении определителя по элементам строки. На практических занятиях студент должен научиться: вычислять векторное и смешанное произведения векторов по определению и в случае, когда векторы заданы своими координатами с учетом свойств этих произведений; применять соответствующие произведения при решении геометрических и физических задач.

По итогам изучения этой темы студент должен освоить различные виды произведений векторов, понимать их свойства и различать их между собой.

Контрольные вопросы

1. Определение скалярного произведения и его связь с проекциями векторов.
2. Свойства скалярного произведения.
3. Координатное представление скалярного произведения.
4. Вычисление угла между векторами через их скалярное произведение.

5. Вычисление проекции вектора на вектор и длины вектора через скалярное произведение.
6. Геометрический смысл скалярного произведения векторов.
7. Физический смысл скалярного произведения векторов.
8. Понятия правой и левой тройки векторов.
9. Определение векторного произведения.
10. Свойства векторного произведения.
11. Координатное представление векторного произведения.
12. Геометрический смысл векторного произведения.
13. Физический смысл векторного произведения.
14. Определение смешанного произведения векторов.
15. Свойства смешанного произведения векторов.
16. Критерий компланарности тройки векторов.
17. Координатное представление смешанного произведения.
18. Геометрический смысл смешанного произведения.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 2, параграфы 2.4, 2.5, 2.6 пособия [10].

Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости

Тема 2.1 Система координат на плоскости: основные понятия. Декартова и полярная системы координат. Уравнение линии на плоскости. Прямая на плоскости

Перечень изучаемых вопросов

Система координат на плоскости: основные понятия. Прямоугольная (декартова) система координат. Полярная система координат. Связь между полярными и декартовыми координатами точки на плоскости. Уравнение линии на плоскости. Основные виды уравнения прямой: общее уравнение, каноническое и параметрические уравнения, уравнение прямой по двум точкам, уравнение прямой «в отрезках», уравнения с угловым коэффициентом. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.

Методические указания

Аналитическая геометрия – область математики, в которой геометрические объекты изучаются средствами алгебры (линейной и векторной). Важно научиться анализировать геометрические свойства линии на основе анализа их уравнений.

По итогам изучения данной темы студент должен

– знать: различные системы координат на плоскости, способы задания прямой на плоскости; формулы для вычисления угла между прямыми; формулу расстояния между точкой и прямой;

– уметь: переходить от прямоугольных декартовых координат к полярным и наоборот; составлять уравнение геометрического места точек на плоскости; составлять уравнение линии в полярных координатах; узнавать прямую по ее общему, каноническому, параметрическому и т. д. уравнениям; записывать уравнение прямой для любого способа ее задания; исследовать взаимное расположение прямых на плоскости; определять угол между прямыми на плоскости, точку их пересечения; определять расстояние между точкой и прямой на плоскости; определять точку, симметричную относительно данной прямой.

Для успешного освоения этой темы следует повторить тему векторов.

Контрольные вопросы

1. Понятие системы координат на плоскости. Прямоугольная (декартова) система координат.
2. Полярная система координат.
3. Связь между полярными и декартовыми координатами точки на плоскости.
4. Линия на плоскости: основные понятия.
5. Уравнение прямой по точке и нормальному вектору.
6. Общее уравнение прямой. Частные случаи.
7. Канонические уравнения прямой.
8. Параметрическое уравнение прямой.
9. Уравнение прямой «в отрезках».
10. Уравнения прямой с угловым коэффициентом.
11. Угол между двумя прямыми.
12. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
13. Формула для нахождения расстояния от точки до прямой.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 3, параграфах 3.1, 3.2 пособия [10].

Тема 2.2 Кривые второго порядка

Перечень изучаемых вопросов

Уравнение линии второго порядка в общем виде. Окружность: определение, каноническое уравнение. Эллипс: определение, каноническое уравнение, эксцентриситет, директрисы. Гипербола: определение, каноническое уравнение, асимптоты, эксцентриситет, директрисы, сопряженные гиперболы. Парабола: определение, каноническое уравнение.

Методические указания

В данной теме кривые второго порядка определяются как геометрическое место точек, обладающих некоторым свойством. Изучение кривых второго порядка имеет весьма важное как теоретическое, так и прикладное значение. Знания, полученные по теме «Кривые второго порядка», применяются при изучении математического анализа, физики, теоретической механики.

По итогам изучения данной темы студент должен

– знать: определения окружности, эллипса, гиперболы, параболы; канонические уравнения этих кривых; геометрический смысл параметров, входящих в уравнение, и соотношения между ними;

– уметь: приводить уравнение линии второго порядка к каноническому виду; по уравнению кривой сделать чертеж, определив параметры, фокусы, директрисы, асимптоты; по чертежу записать каноническое уравнение кривой.

Контрольные вопросы

1. Уравнение линии второго порядка в общем виде.
2. Окружность: определение, каноническое уравнение.
3. Эллипс: определение, каноническое уравнение.
4. Эллипс: эксцентриситет, директрисы.
5. Гипербола: определение, каноническое уравнение.
6. Гипербола: эксцентриситет, директрисы, асимптоты.
7. Парабола. Исследование формы параболы по ее уравнению.
8. Уравнения линий второго порядка с осями симметрии, параллельными координатным осям.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 3, параграф 3.3 пособия [10].

Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Тема 3.1 Плоскость

Перечень изучаемых вопросов

Уравнения плоскости в пространстве: уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору; общее уравнение плоскости; частные случаи общего уравнения плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.

Методические указания

Обобщением уравнения прямой на плоскости является уравнение плоскости в пространстве. Студенту следует обратить внимание, что некоторые уравнения прямой на плоскости можно получить из соответствующих уравнений плоскости, полагая аппликату равной нулю.

По итогам работы над темой студент должен

– знать: различные виды уравнения плоскости в пространстве; формулу для нахождения угла между плоскостями; формулу для нахождения расстояния от точки до плоскости;

– уметь: составлять уравнение плоскости по исходным данным; определять расположение плоскости по ее уравнению; вычислять расстояние от точки до плоскости; вычислять угол между плоскостями; определять взаимное расположение плоскостей; решать основные задачи на плоскость.

Перед изучением темы студенту рекомендуется вспомнить правила вычисления определителей, теорему о разложении определителя по элементам строки, темы: векторы, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Контрольные вопросы

1. Уравнение плоскости, проходящей через точку перпендикулярно вектору.
2. Общее уравнение плоскости.
3. Частные случаи общего уравнения плоскости.
4. Уравнение плоскости, проходящей через три точки.
5. Уравнение плоскости «в отрезках».
6. Нормальное уравнение плоскости.
7. Формула для нахождения угла между плоскостями.
8. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.
9. Формула для нахождения расстояния от точки до плоскости.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 3, параграф 3.3 пособия [10].

Тема 3.2 Прямая в пространстве

Перечень изучаемых вопросов

Основные виды уравнения прямой в пространстве: канонические уравнения прямой; параметрическое уравнение прямой; общее уравнение прямой. Угол между прямыми в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве.

Методические указания

При переходе к трехмерному пространству с заданной декартовой прямоугольной системой координат происходит естественное обобщение уравнений прямой на плоскости на трехмерный случай. Студенту следует обратить внимание, что некоторые уравнения прямой на плоскости можно получить из соответствующих уравнений прямой в пространстве, полагая аппликату равной нулю.

По итогам работы над темой студент должен

– знать: различные виды уравнения прямой в пространстве; формулу для нахождения угла между прямыми;

– уметь: составлять уравнение прямой в пространстве по исходным данным; определять положение прямой в пространстве по ее уравнению; вычислять угол между прямыми в пространстве; определять взаимное расположение прямых в пространстве; вычислять расстояние от точки до прямой в пространстве.

Перед изучением темы студенту рекомендуется вспомнить правила вычисления определителей, теорему о разложении определителя по элементам строки, темы: векторы, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Контрольные вопросы

1. Каноническое уравнение прямой в пространстве.
2. Параметрическое уравнение прямой в пространстве.
3. Уравнение прямой, проходящей через две точки.
4. Прямая как линия пересечения двух непараллельных плоскостей.
5. Формула для нахождения угла между прямыми в пространстве.

6. Условия перпендикулярности двух прямых в пространстве.
7. Условия параллельности и совпадения двух прямых в пространстве.
8. Условия пересечения и скрещивания двух прямых в пространстве.
9. Формула для нахождения расстояния от точки до прямой.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 3, параграф 3.3 пособия [10].

Тема 3.3 Прямая и плоскость в пространстве

Перечень изучаемых вопросов

Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Методические указания

Перед изучением темы студенту рекомендуется вспомнить правила вычисления определителей, теорему о разложении определителя по элементам строки, темы: векторы, скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

После изучения этой темы студент должен уметь: вычислять угол между прямой и плоскостью; определять взаимное расположение прямой и плоскости; определять точку пересечения прямой и плоскости; определять проекцию точки на плоскость.

Контрольные вопросы

1. Формула для нахождения угла между прямой и плоскостью.
2. Условия параллельности прямой и плоскости.
3. Условия перпендикулярности прямой и плоскости.
4. Пересечение прямой с плоскостью.
5. Условие принадлежности прямой плоскости.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Материалы практического занятия и задания для самостоятельного решения изложены в разделе 4, параграф 4.3 пособия [10].

В качестве самостоятельной работы студента предлагается выполнение индивидуального практического задания по разделу 4. Задания приведены в пособии [11].

Тема 3.4. Поверхности второго порядка

Перечень изучаемых вопросов

Цилиндрические поверхности: эллиптический цилиндр, круговой цилиндр, параболический цилиндр, гиперболический цилиндр. Поверхности вращения. Конические поверхности. Эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка.

Методические указания

Данная тема выносится на самостоятельное изучение студентами.

Начните изучение темы с цилиндрических поверхностей. Запишите определение цилиндрической поверхности (цилиндра), ее направляющей и образующей. Сделайте рисунок. Запишите общее уравнение цилиндра, образующие которого параллельны оси Oz . Запишите уравнение и сделайте чертеж для эллиптического цилиндра, кругового цилиндра, параболического цилиндра, гиперболического цилиндра. Теперь переходите к поверхностям вращения и коническим поверхностям (запишите определение, сделайте схематический чертеж). Для поверхностей второго порядка: эллипсоид, однополостный гиперболоид, двуполостный гиперболоид, эллиптический параболоид, гиперболический параболоид, конус второго порядка запишите каноническое уравнение, сделайте чертеж, исследуйте геометрический вид поверхности, применяя метод сечений поверхности плоскостями, параллельными координатным плоскостям (или самими координатными плоскостями).

Контрольные вопросы

1. Дайте определение цилиндрической поверхности, ее направляющей и образующей.
2. Запишите уравнение и сделайте чертеж для эллиптического цилиндра, кругового цилиндра, параболического цилиндра, гиперболического цилиндра.
3. Сформулируйте понятия поверхности вращения и конической поверхности.
4. Эллипсоид. Каноническое уравнение, чертеж. Сечения плоскостью $z=h$.
5. Однополостный гиперболоид. Каноническое уравнение, чертеж. Сечения плоскостями $z=h$, $x=h$, $y=h$.
6. Двуполостный гиперболоид. Каноническое уравнение, чертеж. Сечения плоскостями $z=h$, $x=h$, $y=h$.
7. Эллиптический параболоид. Каноническое уравнение, чертеж. Сечения плоскостями $z=h$, $x=h$, $y=h$.

8. Гиперболический параболоид. Каноническое уравнение, чертеж. Сечения плоскостями $z=h$, $x=h$, $y=h$.

9. Конус второго порядка. Каноническое уравнение, чертеж. Сечения плоскостями $z=h$, $x=0$, $y=0$.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

Тема 3.5. Преобразования плоскости

Перечень изучаемых вопросов

Отображения и преобразования, примеры. Произведение отображений. Координатная запись отображений. Ортогональные преобразования: параллельный перенос, поворот и осевая симметрия. Линейные преобразования. Произведение линейных преобразований. Образ вектора при линейном преобразовании. Аффинные преобразования. Образ прямой линии при аффинном преобразовании. Изменение площадей при аффинном преобразовании. Образы линий второго порядка при аффинном преобразовании. Разложение ортогонального преобразования. Разложение аффинного преобразования.

Методические указания

Данная тема выносится на самостоятельное изучение студентами. Перечень и содержание изучаемых вопросов полностью соответствует материалу главы IV учебника [4].

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение отображения плоскости в плоскость, образа точки, прообраза точки.

2. В каком случае отображение плоскости называется преобразованием плоскости?

3. Приведите примеры преобразований плоскости.

4. Что такое ортогональное проектирование?

5. Что такое тождественное преобразование плоскости?

6. Сформулируйте определение произведения отображений или композиции отображений. Перечислите свойства умножения для преобразования плоскости.

7. Что такое взаимно однозначное отображение?

8. Что такое обратное преобразование?

9. Дайте понятие ортогонального преобразования. Какими формулами записывается ортогональное преобразование в прямоугольной декартовой системе координат?

10. Запишите формулы для следующих ортогональных преобразований: параллельный перенос, поворот плоскости на угол, осевая симметрия.

11. Сформулируйте понятие линейного преобразования, аффинного преобразования. Сформулируйте условие взаимной однозначности линейного преобразования.

12. Сформулируйте свойство произведения линейных преобразований, свойство произведения аффинных преобразований.

13. Сформулируйте свойства образа вектора, образа точки при линейном преобразовании.

14. Сформулируйте свойства образа прямой линии при аффинном преобразовании.

15. Как изменяется площадь параллелограмма (многоугольника) при аффинном преобразовании?

16. Сформулируйте свойства образов линий второго порядка при аффинном преобразовании.

17. Сформулируйте теорему о разложении ортогонального преобразования. Что такое ортогональное преобразование первого и второго рода?

18. Сформулируйте теорему о разложении аффинного преобразования.

В предлагаемой литературе [1–4] студенту необходимо для освоения темы изучить относящиеся к данной теме главы и разделы.

3. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1. Текущая аттестация

В ходе изучения дисциплины студентам предстоит пройти следующие этапы текущей аттестации:

- выполнить задания по темам практических занятий;
- выполнить контрольную работу № 1 по разделу «Векторная алгебра» и контрольную работу № 2 по разделу «Аналитическая геометрия на плоскости»;
- выполнить и защитить индивидуальное домашнее задание № 1 по разделу «Векторная алгебра» и индивидуальное домашнее задание № 2 по разделу «Аналитическая геометрия в пространстве»;
- сдать коллоквиум по темам дисциплины.

3.2. Условия получения положительной оценки

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится в форме дифференцированного зачета.

Студенты очной формы обучения допускаются к дифференцированному зачету при положительной аттестации по результатам текущего контроля, если:

- сдано более 60 % домашних заданий за семестр (по каждому разделу дисциплины);

- сданы все контрольные работы;
- сданы и защищены все индивидуальные типовые расчеты.

Представленные вопросы для дифференцированного зачета компонуются в билеты по два вопроса, относящиеся к различным темам дисциплины, и три практических задания. На усмотрение преподавателя дифференцированный зачет может быть проведен в письменной, устной или комбинированной форме. При наличии сомнений в отношении знаний и умений студента преподаватель может (имеет право) задать дополнительные вопросы, а также дать дополнительное задание.

Шкала итоговой аттестации по дисциплине, то есть оценивания результатов освоения дисциплины на дифференцированном зачете, основана на четырехбалльной системе.

Оценка «отлично» выставляется в случае, если студент исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно излагает ответы на вопросы билета, умеет делать обобщения и выводы, владеет основными терминами и понятиями, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, использовал в ответе материал дополнительной литературы, дал правильные ответы на дополнительные вопросы.

Оценка «хорошо» выставляется в случае, если студент грамотно и по существу излагает ответ на вопросы билета, не допуская существенных неточностей, но при этом его ответы были недостаточно обоснованы, владеет основными терминами и понятиями, правильно применяет теоретические положения при решении задач, использует в ответе материал только основной литературы; владеет основными умениями; при ответе на дополнительные вопросы допускал неточности и незначительные ошибки.

Оценка «удовлетворительно» выставляется в случае, если студент при ответе на вопросы продемонстрировал знания только основного материала, но допускал неточности, использовал недостаточно правильные формулировки, испытывает затруднения при решении задач; использовал при ответе только лекционный материал; при ответе на дополнительные вопросы допускал ошибки.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется в случае, если студент не смог объяснить смысл написанного им при подготовке к ответу текста; не ориентируется в терминологии дисциплины; не может ответить на дополнительные вопросы.

Компетенции в той части, в которой они должны быть сформированы в рамках изучения дисциплины, могут считаться сформированными в случае, если студент получил на дифференцированном зачете положительную оценку.

Образцы типовых тестов, индивидуальных заданий, вариантов контрольных работ, список вопросов и образцы задач к зачету приведены в ФОС по дисциплине.

ЛИТЕРАТУРА

ОСНОВНАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ефимов, Н. В. Краткий курс аналитической геометрии: учеб. / Н. В. Ефимов. – 13-е изд., стер. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 240 с.

2. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: учебник / Д. В. Беклемишев. – 12-е изд., испр. – Москва: Физматлит, 2009. – 309 с. (ЭБС «Университетская библиотека онлайн»).

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

3. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. / Д. В. Беклемишев. – 10-е изд., испр. – Москва: Физматлит, 2004. – 304 с.

4. Бугров, Я. С. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии: учеб. / Я. С. Бугров; авт. Никольский, С. М. – 3-е изд., испр. и доп. – Москва: Наука, 1988. – 222 с.

5. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: [учеб. пособие] / Д. В. Клетеник; ред.: Н. В. Ефимов. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Профессия, 2004. – 199 с.

6. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие / Д. В. Клетеник; под ред. Н. В. Ефимова. – 17-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Профессия, 2005. – 199 с.

7. ЭИОС ФГБОУ ВО «КГТУ». 09.03.01 Информатика и вычислительная техника / ВТ Аналитическая геометрия [Электронный ресурс]. – URL: <https://eios.klgtu.ru/course/view.php?id=8018>.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОСОБИЯ

8. Вялова, А. В. Матрицы и системы линейных уравнений: учеб. пособие для студ. вузов техн. спец. / А. В. Вялова. – Калининград: ФГОУ ВПО «КГТУ», 2009. – 63 с.

9. Вялова, А. В. Элементы векторной алгебры: учеб.-метод. пособие по дисциплине «Алгебра и аналитическая геометрия» для студ. вузов техн. спец. / А. В. Вялова; ФГОУ ВПО «КГТУ». – Калининград: ФГОУ ВПО «КГТУ», 2011. – 70 с.

10. Вялова, А. В. Алгебра и геометрия: учеб.-метод. пособие по практическим занятиям / А. В. Вялова, Н. А. Елисеева, Т. В. Ермакова. – Калининград: Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ», 2021. – 188 с.

Локальный электронный методический материал

Наталья Александровна Елисеева

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Редактор М. А. Дмитриева

Уч.-изд. л. 0,9. Печ. л. 1,2

Издательство Федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1.