

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«КАЛИНИНГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

А. Б. Тристанов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины
для студентов, обучающихся по направлению подготовки
09.03.01 – Информатика и вычислительная техника
Профиль программы
«Автоматизированные системы обработки информации и управления»

Калининград
Издательство ФГБОУ ВО «КГТУ»
2023

Рецензент:

кандидат физико-математических наук, исполняющий обязанности заведующего кафедрой прикладной математики и информационных технологий
Института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» Руденко Алексей Иванович

Тристанов, А. Б.

Математическое и имитационное моделирование : учебно-методическое пособие по изучению дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника / А. Б. Тристанов. – Калининград : Изд-во ФГБОУ ВО «КГТУ», 2023. – 22 с.

В учебно-методическом пособии приведены цели и задачи изучения дисциплины, тематическое содержание дисциплины. Представлены методические указания по самостоятельному изучению дисциплины. Даны рекомендации по подготовке к промежуточной аттестации, приведены критерии оценивания текущей работы студентов. Пособие подготовлено в соответствии с требованиями утвержденной рабочей программы физико-математического модуля по дисциплине «Математическое и имитационное моделирование» для направления подготовки 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника.

Табл. – 2, список лит. – 12 наименований

Учебно-методическое пособие рассмотрено и одобрено в качестве локального электронного методического материала на заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий Института цифровых технологий ФГБОУ ВО «Калининградский государственный технический университет» 24.03.2023, протокол № 3.

Учебно-методическое пособие по изучению дисциплины рекомендовано к использованию в учебном процессе в качестве локального электронного методического материала методической комиссией ИЦТ 24.03.2023, протокол № 3.

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Калининградский государственный технический университет», 2023 г.
© Тристанов А. Б., 2023 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1. Цели и задачи изучения дисциплины.....	4
2. Общие указания по изучению дисциплины	5
3. Тематическое содержание и методические указания по изучению дисциплины.....	7
3.1 Тематическое содержание дисциплины	7
3.2 Методические указания по изучению дисциплины	8
Тема 1. Теория моделирования и основы системного анализа	8
Тема 2. Оптимальное распределение ресурсов.....	9
Тема 3. Теория вычислительного эксперимента.....	12
Тема 4. Основы стохастического моделирования	14
Тема 5. Имитационное моделирование систем массового обслуживания.....	15
4. Требования к аттестации по дисциплине	17
4.1 Требования к аттестации по дисциплине	17
4.2 Условие получения положительной оценки	18
Список литературы	19
Приложение	21

ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие предназначено для изучения студентами очной и заочной формы обучения Калининградского государственного технического университета основ математического моделирования и соответствует требованиям, предъявляемым к формируемым компетенциям, знаниям, умениям и навыкам в области применения математического аппарата в профессиональной области, определенными федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения дисциплины «Математическое и имитационное моделирование» является освоение основных принципов математического моделирования объектов, процессов и явлений в технических системах, а также решение профессиональных задач в соответствии с общими целями ООП ВО.

Задачей дисциплины является формирование отдельных элементов общепрофессиональных компетенций, среди них:

- способность грамотно использовать основные термины и понятия в сфере математического и компьютерного моделирования, постановки вычислительного эксперимента;
- способность применять естественнонаучные законы при построении математических моделей;
- способность формулировать технические задачи в виде, удобном для их решения математическими методами;
- способность выбирать наиболее эффективные пути построения адекватной математической модели исследуемого процесса;
- способность к интерпретации математических моделей и результатов моделирования;
- понимание сущности и этапов математического и имитационного моделирования;
- способность использовать пакеты математических программ для решения задач математического (компьютерного) моделирования.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные математические и имитационные модели; приемы их использования для решения различных задач.

Уметь:

- использовать современные программные средства для решения различных задач с применением математического или имитационного моделирования.

Владеть:

- навыками моделирования прикладных задач с использованием известных программных средств.

2. ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания являются частью учебно-методического комплекса по дисциплине «Математическое и имитационное моделирование» и включают основные сведения о содержании дисциплины, а также рекомендации по самостоятельному изучению.

Дисциплина «Математическое и имитационное моделирование» изучается на втором курсе обучения и носит фундаментальный характер. Знания, полученные при освоении данной дисциплины, будут использоваться как в дальнейшей учебной, так и в будущей профессиональной деятельности. В ходе занятий формируются отдельные части общепрофессиональных компетенций, указанных в рабочей программе физико-математического модуля, в состав которого входит данная дисциплина.

При изучении дисциплины используются знания, аккумулированные при изучении других дисциплин физико-математического модуля, и закладывается основа для применения математического и имитационного моделирования в профессиональной деятельности. Следует отметить, что в дисциплине не рассматриваются сложные узкоспециализированные модели, в первую очередь изучаются основы математического и имитационного моделирования, как связующего звена между математикой и ее инженерными приложениями.

Изучение некоторых разделов данной дисциплины может вызвать определенные трудности, т. к. изучение дисциплины проходит не в отрыве от других дисциплин. В данном случае следует обратиться к учебникам и пособиям по соответствующим разделам математики («Линейная алгебра», «Математическая статистика»).

Подробные комментарии к изучению дисциплины даются на установочной лекции. Преподаватель обращает внимание на обязательные и дополнительные разделы дисциплины. Изучение дополнительных разделов не

является обязательным в том случае, если преподаватель не указал иное. Тем не менее рассмотреть и освоить эти разделы можно самостоятельно.

При изучении теоретического материала студенту следует руководствоваться настоящими методическими указаниями, в которых изложено содержание каждой темы, с составлением подробного конспекта. Каждая тема содержит список контрольных вопросов, ответы на которые следует дать, проверив, достаточно ли хорошо изучена данная тема. Также для самоконтроля можно обратиться к списку перечисленных выше знаний и умений, подлежащих усвоению. Изучать разделы следует последовательно, так, как они приведены в методических указаниях.

В случае возникновения сложностей при изучении разделов студенту необходимо обязательно обращаться к преподавателю в дни консультаций.

Современные тенденции развития информационных технологий позволяют в широкой степени использовать в качестве источника информации сеть Интернет. Использование данных источников при изучении дисциплины «Математическое и имитационное моделирование» приветствуются, но следует иметь в виду, что не вся полученная таким образом информация является достоверной. В первую очередь следует обратить внимание на список литературы и интернет-источники, указанные в соответствующем разделе настоящих методических указаний.

Рекомендуемую литературу можно найти в электронной библиотечной системе университета; в списке литературы указаны ссылки на конкретные издания, размещенные в ЭБС «Университетская библиотека online».

В ЭИОС университета студенты получают дополнительные материалы и рекомендации, а также фиксируют сдачу рубежного контроля, проходят тесты и пр. Использование ЭИОС во многих вопросах является обязательным, поэтому о доступе к системе студентам следует позаботиться заранее, до начала курса, связавшись при необходимости со студенческим офисом своего института.

Контроль самостоятельной работы для студентов очного обучения заключается в прохождении рубежного контроля в форме тестирования.

Для освоения некоторых тем требуется использовать общее или специализированное программное обеспечение. При необходимости можно обратиться на кафедру, где предоставляется место в компьютерном классе для самостоятельной работы. Также на период обучения возможна установка пробных версий программных продуктов с ограниченным функционалом или

сроком использования. Большинство предложенных к изучению программ имеют как платные, так и бесплатные версии. Обратитесь за консультацией к своему преподавателю.

Итоговая аттестация по дисциплине проводится в соответствии с действующим Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации студентов. В случае возникновения непонимания между студентом и ведущим преподавателем как в период обучения, так и в период зачетно-экзаменационной сессии следует незамедлительно обратиться к заведующему кафедрой прикладной математики и информационных технологий для разрешения спорных ситуаций.

3. ТЕМАТИЧЕСКОЕ СОДЕРЖАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Тематическое содержание дисциплины

	Раздел/тема дисциплины	Объем контактной работы, ч	Объем самостоятельной работы, ч
		Теоретическое обучение (лекции)	
1.1	Теория моделирования и основы системного анализа	4	4
1.2	Оптимальное распределение ресурсов	2	2
1.3	Теория вычислительного эксперимента	2	2
1.4	Основы стохастического моделирования	4	4
1.5	Имитационное моделирование систем массового обслуживания	4	4
		16	16
		Рубежный (текущий) контроль	
2.1	Инфраструктура больших данных	Тестирование	5,80
		0	39,00
Всего		46	98

3.2 Методические указания по изучению дисциплины

Тема 1. Теория моделирования и основы системного анализа

Изучаемые вопросы

Цели и задачи дисциплины. Место дисциплины в структуре образовательной программы. Планируемые результаты освоения дисциплины.

Основные понятия системного подхода и анализ. Понятие системы. Свойства систем. Эволюцию понятия системы. Роль наблюдателя в понятии системы. Целеполагание. Классификация систем. Понятие анализа и синтеза. Общие понятия моделирования. Модель. Классификация моделей. Модель – алгоритм – программа. Понятие математической и компьютерной модели. Этапы построения математических моделей. Примеры простейших моделей. Понятие интерпретации в математическом моделировании. Методы оценки адекватности модели исследуемой системе. Моделирование в науке и технике. И т. д.

Методические указания

Изучение данного раздела закладывает понимание места математики в профессиональной деятельности. Математическое моделирование является ключевой методологией современной науки. Любой разработке нового продукта, нового технического объекта, нового технологического процесса предшествует моделирование. Замена исходного объекта исследования его абстрактным образом – математической моделью – представляет собой, цитируя А. А. Самарского, «третий метод познания». «Работа не с самим объектом (явлением, процессом), а с его моделью дает возможность безболезненно, относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях».

Изучению принципов моделирования должно предшествовать изучение понятия системы и системного подхода. Дайте определение системы и перечислите свойства системы. Проследите эволюцию понятия системы. Каково назначение понятий «среда», «цель», «наблюдатель» в определении системы.

Рассмотрите простейшие модели, построенные на основе законов сохранения энергии, сохранения материи, сохранения импульса.

Литература

[1] Введение, п. 1–2.

Контрольные вопросы

1. В чем заключается триада «Модель – алгоритм – программа»? Почему данный подход А. А. Самарским назван универсальным инструментом?
2. В чем заключается синтетическая функция математического моделирования? Как математическое моделирование связывает математику с прикладными дисциплинами?
3. Поясните понятие «моделирование из первых принципов».
4. В чем отличие информационного подхода к моделированию от моделирования из первых принципов?
5. Приведите примеры моделей, получаемых из фундаментальных законов природы.

Тема 2. Оптимальное распределение ресурсов

Изучаемые вопросы

Понятие задачи математического программирования. Задачи оптимизации. Задача линейного программирования (ЗЛП). Транспортная задача. Двойственная ЗЛП. Методы решения оптимизационных задач. Графический способ решения ЗЛП. Симплекс-метод. Метод градиентного спуска. Постановка задачи оптимального распределения ресурсов.

Методические указания

Задача построения моделей оптимального распределения ресурсов заключается в создании математической модели, предполагающей поиск такого распределения ресурсов, например производства, которое обеспечивает наилучшее, оптимальное в некотором смысле, их использование. Очевидно, что для построения такой модели требуется некоторая функция, называемая целевой, которая описывает «оптимальность» использования ресурсов, а также набор ограничений, накладываемых на ресурсы (например, их количественную ограниченность, временную доступность и т. д.). В рамках данной темы мы рассматриваем детерминированные модели, описываемые как задача математического программирования, а именно задача линейного программирования. Данная тема тесно связана с разделом математики «Методы оптимизации».

Для того чтобы получить представление в целом о задаче оптимального распределения ресурсов, рассмотрите формулировки задач нелинейного и динамического программирования, сетевого метода, принцип максимума

Понтрягина. При необходимости данные темы вы изучите самостоятельно или в специальных дисциплинах. Мы остановимся на задаче линейного программирования, как относительно простом, но широко используемом и иллюстративном примере задачи оптимизации.

Впервые задача линейного программирования была сформулирована (1936 г.) и решена нашим соотечественником академиком АН СССР Канторовичем Леонидом Витальевичем, который совместно с американским ученым Т. Ч. Купмансом в 1975 году получил Нобелевскую премию за разработку метода оптимального распределения ресурсов (метода линейного программирования).

Рассмотрите математическую постановку задачи линейного программирования как задачу оптимизации. Уясните понятие линейности целевой функции и системы ограничений. Рассмотрите несколько примеров построения модели линейного программирования для различных прикладных задач.

Рассмотрите задачу линейного программирования для 2-х оптимизируемых параметров, например:

$$f(x_1, x_2) = x_1 - 4 \cdot x_2 \rightarrow \min,$$

$$x_1 - 3 \cdot x_2 \geq -9,$$

$$x_1 + 2 \cdot x_2 \leq 8.$$

По системе ограничений изобразите область допустимых решений. Не забудьте про естественные ограничения задачи: $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$. Обратите внимание, что область допустимых решений образует выпуклый многогранник. Приведите случаи, когда область допустимых решений открыта либо не существует. Далее, вспомнив уравнение плоскости, отметьте, что множество точек, образуемых значениями целевой функции в пространстве (x_1, x_2, f) задает плоскость, положение которой определяется коэффициентами при x_1 , x_2 . Покажите, что решение задачи линейного программирования будет находиться в одной из вершин полученного многогранника области допустимых решений.

Вспомните понятие градиента функции. Изобразите на плоскости $x_1 O x_2$ градиент целевой функции. Построив перпендикуляр вектору-градиенту, мы получим линию уровня, вдоль которой целевая функция будет иметь одинаковые значения; передвигая ее по направлению градиента, значения целевой функции будут увеличиваться, передвигая в противоположном, — уменьшаться. Используя это свойство, найдите решение задачи для примера.

Обобщая случай на n большее, чем 2 оптимизируемых параметра, можно заметить, что область допустимых значений образует все также выпуклый многогранник и решение задачи линейного программирования все также будет находиться в одной из его вершин. Тогда поиск этого решения будет заключаться в оптимальном обходе вершин. Оригинальным, широко известным подходом является симплекс-метод, представляющий собой пошаговый алгоритм, основными шагами которого являются:

1. Приведение задачи к стандартному виду.
2. Введение дополнительных свободных переменных; все ограничения в виде неравенств приводятся к равенствам.
3. Итерационно находится допустимое базисное решение с использованием симплекс-таблиц.
4. Находится максимум целевой функции для допустимого базисного решения.

Самым сложным в вычислительном отношении является пункт 3 алгоритма. Изучите симплекс-метод на простом примере, по рекомендуемой литературе. В настоящее время решение задачи линейного программирования автоматизировано во многих пакетах прикладных программ; изучить один из способов предлагается в рамках лабораторной работы.

В завершение данной темы рассмотрите постановку транспортной задачи.

Литература

[9] гл. 1–9.

Контрольные вопросы

1. Какие основные шаги в решении задачи линейного программирования?
2. Каким образом можно интерпретировать оптимальное решение в задаче линейного программирования?
3. Приведите примеры не менее 3-х задач из профессиональной области, сводимые к задаче линейного программирования.
4. Какие основные шаги и правила используются при применении симплекс-метода для нахождения оптимального решения задачи линейного программирования?
5. Приведите примеры формулировок задач математического программирования (квадратичного, динамического).
6. Сформулируйте двойственную задачу линейного программирования.

Тема 3. Теория вычислительного эксперимента

Изучаемые вопросы

Основные понятия вычислительного эксперимента. Модель «черный ящик». Реакция, фактор. Количественные и качественные факторы. Факторное пространство. Функция реакции. Полиномиальные модели планирования. Полный факторный эксперимент, дробный факторный эксперимент.

Методические указания

Под экспериментом понимают метод познания, при помощи которого в контролируемых и управляемых условиях исследуются явления действительности. Для многих наук эксперимент является основным способом подтверждения теоретических предположений. В рамках математического моделирования мы будем иметь дело с вычислительным экспериментом, т. е. выполнением некоторой компьютерной программы при разных параметрах и разных структурных допущениях.

Изучая данную тему, следует дать определения в терминах планирования экспериментов следующим понятиям: «фактор», «отклик», «количественный и качественный факторы», «управляемый и неуправляемый факторы», точка плана. Уяснить суть планирования эксперимента как способа выбора оптимальной конфигурации эксперимента. Одной из задач эксперимента является определение того, какие из параметров или структурных допущений при исследовании системы оказывают наибольшее влияние на показатели работы или какие параметры позволяют обеспечить оптимальные (лучшие в некотором смысле) параметры ее работы.

Основной задачей эксперимента является установление зависимости между реакцией и факторами, при этом эту зависимость желательно установить, проведя некоторое оптимальное число экспериментов. В связи с этим стоит задача планирования экспериментов: какие именно факторы и как следует изменять в ходе моделирования, чтобы получить нужную информацию при наименьшем объеме моделирования?

Изучите понятие факторного плана типа 2^k . Дайте определение понятиям: «уровень фактора», «главный эффект», «эффекты взаимодействия факторов». Выпишите формулы для вычисления главного эффекта и эффектов взаимодействия на примере плана 2^3 .

Если в эксперименте участвует большое количество факторов, то полный факторный план может включать существенное количество точек плана. В целях уменьшения числа прогонов применяют, например, дробные планы или

факторные планы типа 2^{k-p} с дробными репликами. Уясните различие полного и дробного планов. Рассмотрите стратегию смешивания в дробных факторных планах. Дайте определение разрешающей способности плана.

Мы приняли в качестве представления нашей системы «черный ящик» и не вдавались в реальные детали ее функционирования, так скажем, в физику процессов. Тем не менее этот «черный ящик» как-то связывает значение отклика со значениями факторов. Мы можем предположить, что существует некоторая функция, описывающая эту связь. Очевидно, что эта функция неизвестна, иначе мы могли бы не проводить эксперименты, а просто подставлять значения факторов в данную функцию и получать значение отклика. И если мы хотим такую функцию записать по результатам эксперимента, то должны сделать предположения о ее виде.

Изучите понятие уравнения регрессии. Рассмотрите метод наименьших квадратов как способ получения коэффициентов уравнения по имеющемуся плану и результатам эксперимента. Рассмотрите интерпретацию коэффициентов регрессии с позиции плана эксперимента. Рассматривая стохастический эксперимент, рассмотрите способ проверки значимости коэффициентов регрессии, а также способ проверки адекватности полученной модели эксперимента.

Литература

[1] гл.1; [10] гл. 3; [2] гл. 2–3; [12].

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте проблему планирования вычислительного эксперимента.
2. Дайте определение полного и дробного факторного экспериментов.
3. Каким образом определить оптимальное распределение факторов в вычислительном эксперименте для максимизации информации, получаемой из него?
4. Опишите алгоритм вычисления коэффициентов регрессии методом наименьших квадратов.
5. Дайте определение поверхности отклика.
6. Как определить значимость коэффициентов уравнения регрессии?
7. Как с использованием критерия Фишера установить адекватность модели эксперимента?

Тема 4. Основы стохастического моделирования

Изучаемые вопросы

Понятие стохастического моделирования. Генератор случайных чисел. Оценка качества генераторов случайных чисел. Генерирование непрерывных случайных величин. Генерирование дискретных случайных величин. Генерирование потоков событий. Метод Монте-Карло. Задача Бюффона. Вычисление площадей.

Методические указания

Стохастическое моделирование – мощный инструмент моделирования объектов, процессов и явлений, содержащих сложные взаимодействия, описываемые в терминах вероятностных событий (процессов). В рамках данной темы предлагается изучить основы данного подхода к моделированию. Прежде чем приступить к изучению, освежите в памяти основные понятия теории вероятностей и математической статистики. Важным элементом стохастического моделирования является умение создавать генераторы случайных чисел с заданными свойствами. Осветите проблемы создания таких генераторов. Рассмотрите алгоритмы генерации псевдослучайных чисел из равномерного распределения на интервале $(0,1)$. Важность изучить именно эти генераторы вызвана тем, что случайные числа из других распределений, равно как реализация различных случайных процессов, могут быть получены путем преобразования равномерно распределенных случайных чисел. Приведите примеры «ручных» механических и других физических методов генерации случайных чисел. Прорывным этапом стало появление первых вычислительных машин, когда генераторы из физических устройств превратились в численные алгоритмы. Данные программные генераторы строят новое случайное число на основе нескольких предшествующих чисел по специальным алгоритмам.

Хороший генератор должен обладать рядом свойств:

1. Генерируемые числа должны принадлежать заданному распределению и быть некоррелированными друг с другом.
2. Возможность генерировать одну и ту же последовательность многократно.
3. Возможность практического использования в ограниченных вычислительных ресурсах.

Рассмотрите алгоритм средних квадратов, предложенный фон Нейманом и Метрополисом в 1940 году. Укажите на основные проблемы данного

алгоритма. Далее рассмотрите предложенный Лемером в 1951 году линейный конгруэнтный генератор, в котором случайное число

$$Z_i = (a \cdot Z_{i-1} + c) \bmod m,$$

где m (модуль), a (множитель), c (приращение), Z_0 (начальное значение (затравка)) – целые неотрицательные числа. Рассчитайте вручную последовательность из 20–30 чисел при $Z_i = (5 \cdot Z_{i-1} + 3) \bmod 16$. Отметьте цикличность генерации и связанные с этим свойством достоинства и недостатки. Далее обзорно отметьте другие виды генераторов.

Рассмотрите способы преобразования равномерно распределенных случайных чисел $U(0,1)$ к другим непрерывным распределениям: $U(0,N)$, $U(N,M)$, экспоненциальное распределение, распределение Эрланга, нормальное, логнормальное, гамма-распределение; дискретным распределениям: Бернулли, дискретное равномерное, биномиальное, геометрическое распределение, распределение Пуассона.

Рассмотрите понятие потока событий, оно будет широко использоваться в следующем разделе дисциплины. Дайте определение простейшего потока, потока Пальма и Эрланга. Рассмотрите подробно генерацию пуассоновского процесса.

Литература

[9] гл. 1, [1].

Контрольные вопросы

1. Приведите пример алгоритма генератора псевдослучайных чисел.
2. Перечислите свойства «хорошего» генератора псевдослучайных чисел.
3. Дайте определение простейшему потоку событий.
4. Приведите примеры задач, решаемых методом Монте-Карло. В чем преимущества и недостатки данного метода?
5. Сформулируйте и приведите алгоритм решения задачи вычисления числа π методом Монте-Карло.

Тема 5. Имитационное моделирование систем массового обслуживания

Изучаемые вопросы

Системы массового обслуживания. Имитационное моделирование. Компоненты дискретно-событийной имитационной модели. Постановка задачи

моделирования СМО с одним устройством. Правила останова. Моделирование системы управления запасами. Критерии оценки работы СМО. Моделирование СМО с несколькими очередями, приоритетами обслуживания и пр. Моделирование сложных СМО. Аналитическое моделирование СМО. Уравнения Колмогорова. Предельные вероятности. Модели систем «Хищник – жертва». Основы языка GPSS.

Методические указания

Завершающая тема курса посвящена основам имитационного моделирования. Вспомните первую тему, в которой рассматривалась классификация моделей и видов моделирования. Имитационное моделирование относится к математическому моделированию и используется в том случае, если получить аналитические решения затруднительно либо сложность моделируемой системы не позволяет такое решение выписать. Дайте определение видам имитационных моделей: статической и динамической, детерминированной и стохастической, непрерывной и дискретной.

В качестве примера системы, для моделирования которой используется компьютерная имитация, будем рассматривать системы массового обслуживания (СМО). СМО представляют системы, в основе которых лежит процесс обслуживания в широком смысле, например автоматические телефонные станции, транспортные системы, производственные системы и пр. Рассмотрите структуру СМО и основные ее составляющие, дайте определение терминам: заявка (транзакт), устройство обслуживания, режим поступления заявок, режим обслуживания, очередь, одноканальные СМО, многоканальные СМО.

Чтобы четко понять отличия аналитического и имитационного моделирования, рассмотрите аналитические модели простейших СМО. Дайте определение марковского процесса и марковской цепи. Рассмотрите СМО, описываемую графом, приведенным на рисунке. Система дифференциальных уравнений, устанавливающая связь между вероятностями нахождения системы в момент времени t_{i-1} и моментом времени t_i , называется системой Колмогорова. Изучите вывод уравнений Колмогорова и общие правила их составления. Для приведенного примера выпишите данную систему уравнений по графу состояний. Заметьте, что для решения систем дифференциальных уравнений, как правило, используют численные схемы, например метод Рунге – Кутты. Дайте определение предельным вероятностям состояний, сформулируйте теорему Маркова.

Данная тема предполагает выполнение 2-х лабораторных работ.

Рассмотрите аналитические модели следующих систем:

1. СМО с отказами.
2. Многоканальная СМО с отказами.
3. Одноканальная СМО с очередью.
4. Многоканальная СМО с очередью.

Для пункта 1 получите уравнения Колмогорова и решите их аналитически, найдите предельные вероятности состояний, обратите внимание, к каким значениям сходится аналитическое решение, дайте соответствующую интерпретацию результатам. Для остальных рассмотрите структуру и динамику системы.

Рассмотрите принципы дискретно-событийного моделирования как вида имитационного моделирования.

Литература

[10] гл. 2–4, [1].

Контрольные вопросы

1. Дайте классификацию систем массового обслуживания.
2. Сформулируйте правило записи системы уравнений Колмогорова по графу состояний.
3. Дайте определения марковскому случайному процессу.
4. Сформулируйте теорему Маркова о предельных вероятностях.
5. Перечислите основные блоки GPSS, позволяющие описать одноканальную систему массового обслуживания.
6. Перечислите основные характеристики качества системы массового обслуживания.

4. ТРЕБОВАНИЯ К АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1 Требования к аттестации по дисциплине

Основными видами аудиторных учебных занятий по дисциплине являются лекции и лабораторные занятия. Формирование теоретических знаний студентов обеспечивается проведением лекционных занятий. Добросовестное изучение всех разделов тематического плана сопровождается выполнением лабораторных работ, в ходе которых происходит закрепление теоретических знаний, формирование и совершенствование умений, навыков и компетенций.

Промежуточная аттестация по дисциплине «Математическое и имитационное моделирование» проводится в форме дифференцированного

зачета и проходит по результатам прохождения всех видов текущего контроля успеваемости.

Преподаватель вправе выбрать методику оценивания знаний, умений и навыков студентов: универсальную зачетно-экзаменационную либо балльно-рейтинговую. При выборе методики должно учитываться мнение студентов.

В рамках балльно-рейтинговой системы оценка формируется по баллам, набранным за все виды обязательной деятельности.

Таблица 1 – Виды деятельности и соотношение трудоемкости

Таблица 1

Вид деятельности	Доля, %	Кол- во ед.	Макс. балл за ед.	Всего
Обязательные виды деятельности				
4 семестр				
Посещаемость занятий, отчеты по ЛК	25	N1	=150/N1	250
Выполнение лаб. работ (защита)	60	7	60	600
Текущее тестирование	15	3	50	150
Итого:	100			1000
Дополнительные задания (по выбору студента в каждом семестре)				
Подготовка реферата (видео-доклада)	20		120	120
Выполнение задания в рамках НИРС	40		240	240

Контрольные вопросы дисциплине, которые при необходимости (в случае непрохождения обучающимся всех видов текущего контроля) могут быть использованы для промежуточной аттестации в форме дифференцированного зачета, приведены в приложении № 1.

4.2 Условие получения положительной оценки

Завершающим этапом изучения дисциплины является промежуточная аттестация в форме дифференцированного зачета. В случае балльно-рейтинговой системы оценивания:

оценка **«отлично»** выставляется при получении более 1000 баллов;

оценка **«хорошо»** – в том случае, если студентом набрано более 800, но менее 1000 баллов.

Оценка **«удовлетворительно»** – в том случае, если в течение семестра по всем видам деятельности студент набрал от 600 до 800 баллов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Советов, Б. Я. Моделирование систем : учебник / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев ; ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина). – 7-е изд. – Москва : Юрайт, 2015. – 343 с. – ISBN 978- 5-9916-3916-3.

2. Сидняев, Н. И. Теория планирования эксперимента и анализ статистических данных : учеб. пособие / Н. И. Сидняев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юрайт, 2014. – 495 с. – ISBN 978-5-9916-2925-6.

Дополнительная литература

3. Наумов, В. А. Прикладная математика. Учебное пособие по решению профессиональных задач в среде Mathcad : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся в магистратуре по направлению подгот. 111500.68 «Пром. Рыболовство» / В. А. Наумов ; Калинингр. гос. техн. ун-т. – Калининград : КГТУ, 2014. – 144 с. – ISBN 978-5-94826-381-6.

4. Белов, П. Г. Управление рисками, системный анализ и моделирование : учеб. и практикум: в 2 т. / П. Г. Белов ; МАТИ - РГТУ им. К. Э. Циолковского. – 2-е изд. – Москва : Юрайт, 2015. – ISBN 978-5-9916-4703-8. Т. 1. – 2015. – 460 с. – ISBN 978-5-9916-4719-9 (т. 1).

5. Белов, П. Г. Управление рисками, системный анализ и моделирование : учебник и практикум : в 2 т. / П. Г. Белов ; МАТИ - РГТУ им. К. Э. Циолковского. – 2-е изд. – Москва: Юрайт, 2015. – ISBN 978-5-9916-4703-8. Т. 2. – 2015. – 272 с. – ISBN 978-5-9916-4720-5 (т. 2).

6. Советов, Б. Я. Моделирование систем : практикум / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев ; ЛЭТИ им. В. И. Ульянова (Ленина). – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2014. – 295 с. – ISBN 978-5-9916-2858-7

7. Великанов, Н. Л. Математическое моделирование в задачах природообустройства и водопользования : монография / Н. Л. Великанов, В. А. Наумов ; Калинингр. гос. техн. ун-т. – Калининград : КГТУ, 2014. – 201 с. – ISBN 978-5- 94826-391-5.

8. Самарский, А. А. Математическое моделирование: идеи, методы, примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – 2-е изд., испр. – Москва: Физматлит, 2005. – 320 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976>.

9. Ловянников, Д. Г. Исследование операций: учебное пособие [Электронный ресурс] / Д. Г. Ловянников, И. Ю. Глазкова ; Министерство образования РФ, Федеральное государственное автономное образовательное

учреждение высшего образования «Северо-Кавказский федеральный университет». – Ставрополь : СКФУ, 2017. – 110 с. : ил. – Библиогр. в кн. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467012>.

10. Теория систем массового обслуживания: учебное пособие / сост. А. В. Шапошников, В. В. Бережной, А. М. Лягин, А. А. Плетухина и др. – Ставрополь : СКФУ, 2017. – 134 с.: ил. – Библиогр. в кн.; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=483842>.

11. Советов Б. Я., Яковлев С. А. Моделирование систем : Учеб. для вузов – 3-е изд., перераб. и доп. – М. Высш. шк., 2001. – 343 с.

12. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие / В. Е. Гмурман; изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва: Высшая школа, 1979. – 400 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458330>.

**Вопросы для проведения промежуточной аттестации
(дифференцированного зачета)**

1. Понятие системы. Эволюция понятия «система».
2. Статические свойства систем.
3. Динамические свойства систем.
4. Синтетические свойства систем.
5. Классификация систем.
6. Системный анализ. Системный синтез. Системный подход.
7. Модель. Моделирование. Интерпретация.
8. Свойства моделей. Адекватность модели.
9. Классификация моделей.
10. Теория подобия. Виды подобия.
11. Этапы моделирования. Модель – алгоритм – программа.
12. Задача линейного программирования. Постановка задачи. Область допустимых решений.
13. Задача линейного программирования. Графический метод решения.
14. Задача линейного программирования. Транспортная задача.
15. Задача линейного программирования. Решение в Excel.
16. Случайная величина. Закон распределения. Плотность распределения. Характеристики случайных величин.
17. Понятие случайного процесса. Многомерная плотность распределения.
18. Марковский процесс.
19. Поток событий. Пуассоновский поток. Поток Пальма и Эрланга.
20. Уравнения Колмогорова. Правила составления по графу состояний.
21. Предельные вероятности состояния.
22. Аналитическая модель системы массового обслуживания с отказами.
23. Аналитическая модель многоканальной системы массового обслуживания с отказами.
24. Модель гибели – размножения.
25. Имитационное моделирование. Поток заявок. Поток обслуживания.
26. Моделирование в GPSS. Генерация потока заявок.
27. Моделирование в GPSS. Очереди.
28. Моделирование в GPSS. Одноканальные устройства. Поток обслуживания.
29. Моделирование в GPSS. Многоканальные устройства.
30. Моделирование в GPSS. Системные числовые атрибуты. Сбор статистики о состоянии очереди.
31. Моделирование в GPSS. Управление временем моделирования.

32. Моделирование в GPSS. Управление маршрутом движения транзактов. Блок TRANSFER и его параметры.
33. Моделирование в GPSS. Пример моделирования системы с одноканальными устройствами.
34. Моделирование в GPSS. Пример моделирования системы с многоканальными устройствами.

Локальный электронный методический материал

Александр Борисович Тристанов

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ИМИТАЦИОННОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Редактор М. А. Дмитриева

Уч.-изд. л. 1,0. Печ. л. 1,4.

Издательство федерального государственного бюджетного
образовательного учреждения высшего образования
«Калининградский государственный технический университет».
236022, Калининград, Советский проспект, 1.